

# Comparative Analysis of Wavelet and EMD in the Filtering of Radar Signal Affected by Brown Noise

A. S. Grispino, G. O. Petracca, *Member*, IEEE and A. E. Domínguez

**Abstract**— In Electronic Warfare the goal of the attacker is interfering with communications of his adversary. A common type of attack is Jamming which corrupts the electronic devices' signals by introducing intentionally different kinds of noise. In particular, in the context of radar systems, the attacker's actions tend to avoid detection by the radar system. In this paper we carry out the signal processing of pulse radar in the presence of brown noise by two different digital filters: Discrete Wavelet Transform (DWT) and Empiric Mode Decomposition (EMD). From the comparison between both results we obtain that EMD filtering is much more effective than DWT filtering for the situation described above.

**Keywords**— Brown Noise, Denoise, DWT, EMD, IMF, Jamming, Wavelet.

## I. INTRODUCCIÓN

EL MÉTODO de descomposición empírica de modos (EMD, Empirical Mode Decomposition) [2] es un algoritmo para el análisis de señales multicomponentes que funciona descomponiendo la señal en un número de señales moduladas en amplitud y frecuencia (AM/FM) con valor medio cero, denominadas funciones de modo intrínseco (IMF, Intrinsic Mode Functions). El método EMD expresa la señal analizada como una expansión de funciones bases que son dependientes de la señal y se estiman por medio de un proceso iterativo llamado "sifting" (SP, Sifting Process). Por esto, EMD es auto adaptativo y muy eficiente. La descomposición depende de las propiedades de la señal analizada. Se puede utilizar para procesar señales no estacionarias y no lineales.

Este método es aplicado en diversos campos: procesamiento de señales biomédicas, procesamiento de señales de audio, diagnóstico de fallas mecánicas, etc.

Las Wavelets son funciones compactas que se anulan fuera de un intervalo, y forman la base de la Transformada Discreta de Wavelet (DWT, Discrete Wavelet Transform). Se generan a partir de la traslación y dilatación de una wavelet madre que da nombre a la familia. Algunas de las familias de wavelet más conocidas son, Haar, Daubechies, Biortogonales y Symlet [10][11].

La DWT está especialmente adaptada para analizar variaciones locales de la señal. Lo que la convierte en una herramienta adecuada para trabajar con señales no estacionarias. La DWT ofrece gran localización temporal para las altas frecuencias como así también ofrece alta resolución en frecuencia para las bajas frecuencias [1]. Un evento de alta frecuencia será analizado por una wavelet corta duración y de gran amplitud mientras que los tonos bajos serán analizados por wavelets largas y de baja amplitud.

Algunos tipos de ruido encontrados comúnmente en los sistemas de telecomunicaciones difieren del ruido blanco gaussiano generalmente utilizado por su conveniencia en el análisis de señales.

Las contra medidas electrónicas son acciones que tienen como tarea engañar o burlar los sistemas de detección como el Radar en el contexto de guerra electrónica (EW, Electronic Warfare). Por lo tanto son fuentes de ruido de carácter intencional. En EW un mecanismo de interferencia comúnmente utilizado es el Jamming, que consiste en que el adversario no pueda interpretar su información introduciendo diferentes tipos de ruido en la banda de frecuencia de operación [13]. En este trabajo se utiliza ruido marrón, un tipo de ruido relacionado a procesos Brownianos [12][14]. Técnicamente hablando, su densidad espectral de potencia es inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia ( $1/f^2$ ), es decir, que contiene mayor cantidad de energía en frecuencias bajas.

Para la eliminación de ruido de la señal se utiliza un algoritmo denominado Wavelet shrinkage [3] [4] [5] [6] el cual asume que el ruido en la señal tiene poca energía en el dominio de Wavelet. Esto se corresponde con la habilidad de la transformada de Wavelet para extraer las características principales de la señal. Existen dos variantes: umbral duro (Hard Threshold, HT), que redefine a cero todos los coeficientes por debajo de un valor determinado dejando los demás intactos, y umbral suave (Soft Threshold, ST), que también redefine a cero los coeficientes debajo de cierto valor, y reduce los coeficientes cuyo módulo está por encima, restando el valor del umbral para evitar discontinuidades.

Para eliminar ruido mediante EMD se utiliza una adaptación del algoritmo anterior y se aplica a cada IMF [7] [8].

## II. DESARROLLO TEÓRICO

### A. Empirical Mode Decomposition

La Descomposición empírica de modos (EMD, Empirical Mode Decomposition) descompone adaptativamente una señal

Subvencionado por el Ministerio de Defensa de la Nación a través del programa PIDDEF.

A. S. Grispino, Instituto Universitario Aeronáutico, Córdoba, Argentina, asgrispino@gmail.com

G. O. Petracca, Instituto Universitario Aeronáutico, Córdoba, Argentina, gopetracca@gmail.com

A. E. Domínguez, Instituto Universitario Aeronáutico, Córdoba, Argentina, adominguez@iua.edu.ar

multi-componente  $x(t)$  en  $N$  Funciones de modo intrínseco (IMFs, Intrinsic Mode Functions),  $c_j(t)$  [2] [7] [8] [15].

$$x(t) = \sum_{j=1}^N c_j(t) + r_n(t) \quad (1)$$

donde  $r_n(t)$  es un residuo polinomial de bajo orden con valor medio distinto de cero.

Para ser IMFs, la función debe satisfacer 2 condiciones: (1) en toda su extensión el número de extremos y el número de cruces por cero debe ser igual o diferir a lo sumo por uno; y (2) en cualquier punto, el valor medio de la envolvente definida por los máximos locales y la envolvente definida por los mínimos locales debe ser cero. EMD permite descomponer cualquier señal por más complicada que esta sea, en un número finito de IMFs.

Cada una de estas IMFs es estimada por medio de un proceso iterativo denominado sifting (Sifting Process, SP).

El valor medio de la envolvente definida por los máximos locales y la envolvente definida por los mínimos locales de la señal  $x(t)$  es designado  $m_1(t)$ , y la diferencia entre la señal y  $m_1(t)$  es la primer componente,  $h_1(t)$ :

$$h_1(t) = x(t) - m_1(t) \quad (2)$$

Idealmente,  $h_1(t)$  debería ser una IMF, pero en realidad el valor medio de la envolvente puede diferir del valor medio local para señales no estacionarias, por lo que pueden todavía existir algunas ondas montadas (riding waves). Para eliminarlas, el SP tiene que ser repetido  $k$  veces, hasta que  $h_{1k}(t)$  es finalmente una IMF. Para garantizar que las IMFs contienen suficiente información de la modulación en amplitud y frecuencia se utiliza un criterio para que el SP se detenga y está determinado por la desviación estándar, SD, obtenida de dos resultados consecutivos del SP.

$$SD = \sum_{t=0}^T \left[ \frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (3)$$

Un valor típico de SD es entre 0.2 y 0.3. Luego de esto,  $h_{1k}(t)$  se designa:

$$h_k(t) = c_1(t) \quad (4)$$

donde  $c_1$  es la primer IMF de la señal y contiene la más alta frecuencia de esta. Se puede separar  $c_1$  del resto de la señal:

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (5)$$

Como el residuo  $r_1$  todavía contiene información de frecuencias más bajas, se trata como la nueva señal y se le aplica el mismo procedimiento que se describe arriba. Este

procedimiento se aplica a todas las  $r_j(t)$  subsiguientes y se tiene por resultado:

$$\begin{aligned} r_1(t) - c_1(t) &= r_2(t) \\ &\vdots \\ r_{n-1}(t) - c_n(t) &= r_n(t) \end{aligned} \quad (6)$$

El SP puede detenerse con cualquiera de los siguientes criterios: cuando  $c_n$  o el residuo  $r_n$ , es menor que un valor de interés substancial predeterminado, o cuando el residuo  $r_n$  se vuelve una función monótonica de la cual no pueden extraerse más IMFs.

De esta forma se obtiene una descomposición de la señal en  $N$  modos empíricos,  $c_n$ , y un residuo,  $r_n$ , el cual puede ser el valor medio o una constante.

En la Fig. 1 se muestra un diagrama de flujos del método EMD.

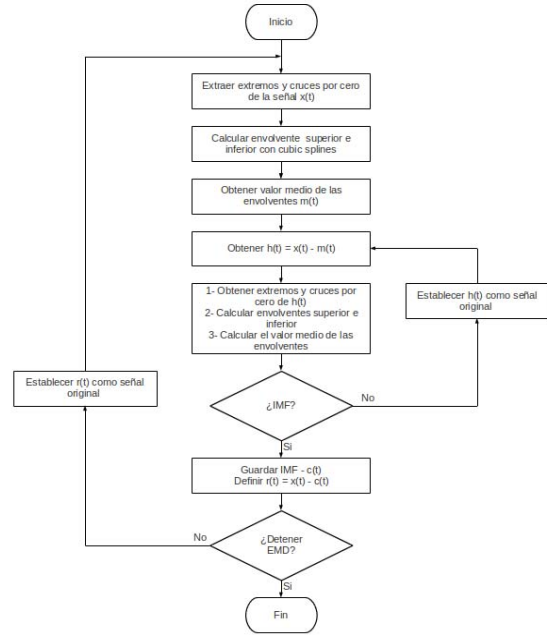


Figura 1. Diagrama de flujo de EMD

### B. Transformada de Wavelet y Banco de Filtros

De manera muy general, la Transformada Wavelet de una función  $f(t)$  es la descomposición de  $f(t)$  en un conjunto de funciones  $\Psi_{s,\tau}(t)$ , que forman una base y son llamadas las "Wavelets" [1] [3]. La Transformada Wavelet se define como:

$$W_f(s, \tau) = \int f(t) \Psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (7)$$

Las Wavelets son generadas a partir de la traslación y cambio de escala de una misma función wavelet  $y(t)$ , llamada la "Wavelet madre", y se define como:

$$\Psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (8)$$

donde  $s$  es el factor de escala, y  $\tau$  es el factor de traslación.

Las wavelets  $\Psi_{s,\tau}(t)$  generadas de la misma función wavelet madre  $\Psi(t)$  tienen diferente escala  $s$  y ubicación  $\tau$ , pero tienen todas la misma forma. Se utilizan siempre factores de escala  $s > 0$ . Las Wavelets son dilatadas cuando la escala  $s > 1$ , y son contraídas cuando  $s < 1$ . Así, cambiando el valor de  $s$  se cubren diferentes rangos de frecuencias. Valores grandes del parámetro  $s$  corresponden a frecuencias de menor rango, o una escala grande de  $\Psi_{s,\tau}(t)$ . Valores pequeños de  $s$  corresponden a frecuencias de menor rango o una escala muy pequeña de  $\Psi_{s,\tau}(t)$  [9].

Un importante paso para la aplicación de la teoría de Wavelet en el procesamiento de señales, es la transición de la teoría matemática a la utilización de filtros, que fue presentado por Mallat [10] a través de un análisis multi-resolución que permite analizar señales en múltiples bandas de frecuencia.

Las funciones de escala juegan el papel de funciones promedio. La correlación entre la función de escala y una función continua arbitraria produce la aproximación promediada de la última. Debido a que esta aproximación es menos detallada que la función en un nivel de resolución particular, se pierde algo de información en el proceso, esto significa que la función de escala  $\theta(t)$  no es completa a cualquier nivel. Por lo tanto, se usan proyecciones sobre las wavelets  $\Psi_{s,\tau}(t)$  para obtener la información complementaria de los detalles de la función.

Este análisis es implementado con filtros pasa-bajos y filtros pasa-altos. Los filtros pasa-bajos dejan todas las frecuencias que se encuentran por debajo de determinada frecuencia de corte, donde las demás frecuencias son eliminadas de la señal. Los filtros pasa-altos funcionan de manera inversa. En este contexto, la DWT de una señal puede ser realizada aplicando sucesivas veces el banco de filtros constituido por un filtro pasa-bajo y uno pasa-alto: los coeficientes del detalle de cada recursión se mantienen separados, y en el paso siguiente se aplican nuevamente los filtros a la aproximación obtenida anteriormente [11].

La Fig. 2 muestra como se realiza este análisis, donde se ve que se conservan los detalles y se analizan las aproximaciones.

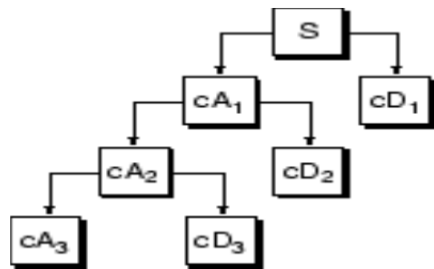


Figura 2. Análisis Multiresolución Wavelet

### C. Denoise

Sea  $x(t) = S(t) + N(t)$  formada por la señal sin ruido  $S(t)$  y ruido aditivo  $N(t)$ . Sean  $W(\cdot)$  y  $W^{-1}(\cdot)$  los operadores de transformada Wavelet y transformada inversa Wavelet respectivamente,  $D(\cdot, \lambda)$  el operador "denoise" y  $\lambda$  el umbral (threshold). La eliminación de ruido a través de Wavelet Shrinkage (Thresholding) recupera  $S'$  como una estimación de  $S$ . Los pasos son:

$$Y = W(X) \quad (9)$$

$$Z = D(Y, \lambda) \quad (10)$$

$$S' = W^{-1}(Z) \quad (11)$$

En este trabajo se utiliza el umbral universal (Universal Threshold,  $\lambda$ ) propuesto por Donoho y Johnstone [4]. Este método se basa en parámetros estadísticos como la desviación estándar, desviación media absoluta (MAD, Median Absolute Deviation), etc.

El valor de  $\lambda$  se obtiene de  $\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln(N)}$  donde  $N$  es el número de muestras y  $\sigma$  es la desviación estándar obtenida de  $\sigma = MAD(h) / 0,6745$ , siendo  $h$  el detalle de la transformada Wavelet de la señal.

Una vez obtenido el valor del umbral se pueden aplicar dos reglas:

1-- Hard Threshold: si el valor absoluto del coeficiente es mayor que el umbral seleccionado, se mantiene el coeficiente y en caso contrario se iguala a cero.

$$|d| < \lambda \Rightarrow d' = 0$$

$$|d| \geq \lambda \Rightarrow d' = d$$

2-- Soft Threshold: si el valor absoluto del coeficiente es mayor que el umbral seleccionado, se modifica el coeficiente restando el umbral a su valor absoluto, en caso contrario se iguala el coeficiente a cero al igual que el umbral duro.

$$|d| < \lambda \Rightarrow d' = 0$$

$$|d| \geq \lambda \Rightarrow d' = \text{sgn}(d) * (|d| - \lambda)$$

Se representa en la Fig. 3 y Fig. 4 el proceso de denoise aplicado a los métodos de Wavelet y EMD respectivamente.

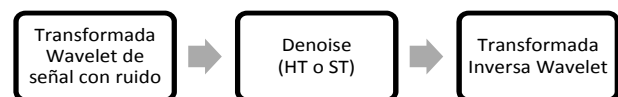


Figura 3. Wavelet Denoise

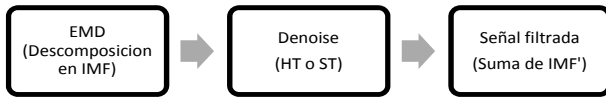


Figura 4. EMD Denoise

### III. SIMULACIONES

La señal a utilizar para realizar las pruebas de desempeño de los filtros, es una señal tipo Chirp cuya frecuencia crece linealmente de 0.5 a 9.5  $MHz$  modulada en amplitud por un pulso de  $2\mu s$ . El periodo de repetición del pulso es de  $100\mu s$ , representando un ciclo de radar simplificado con ruido marrón sumado. Se trabaja con una  $SNR$  de  $-12,18$  dB. En la Fig. 5 se ve la señal afectada por el ruido

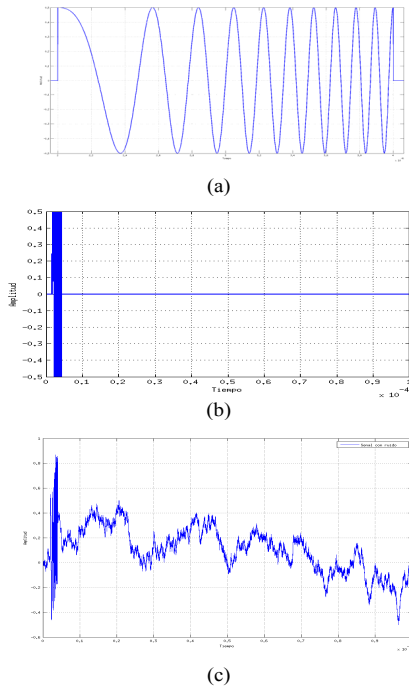
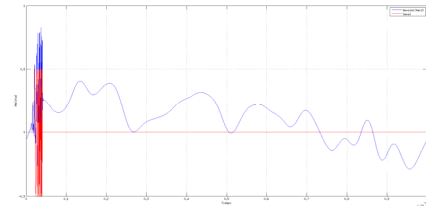


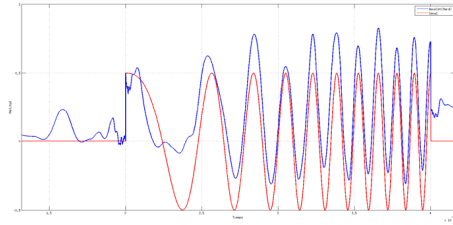
Figura 5. (a) Chirp; (b) Señal de radar; (c) Señal de radar con ruido marrón.

Se utilizó la transformada Wavelet de Daubechies, orden 20, y se realizaron 17 iteraciones de esta. Para eliminar el ruido se utilizaron los métodos HT y ST. En la Fig. 6 y Fig. 7 se pueden ver las señales recuperadas luego del proceso de denoise y se aprecia claramente que la aplicación de Wavelet para filtrar este tipo de ruido no es apropiada, obteniéndose  $SNR = -11.93$  para HT y  $SNR = -11.98$  para ST.

El segundo método que se analizó es el basado en EMD. Se obtuvieron 26 IMFs al aplicar el método EMD a la señal y a éstas se las filtro utilizando HT y ST. En el filtrado con HT se obtuvo una  $SNR = 8.214$  mientras que con ST,  $SNR = 5.566$ . Se ilustran los resultados en la Fig. 8 y Fig. 9.

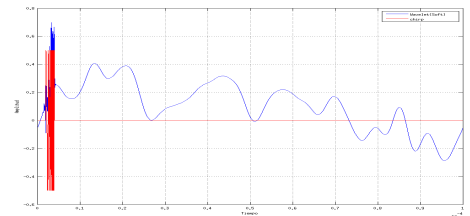


(a)

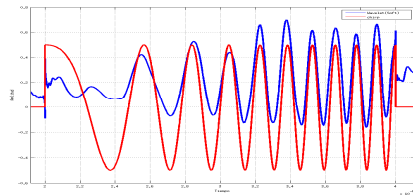


(b)

Figura 6. (a) Wavelet HT, (b) Detalle Wavelet HT.

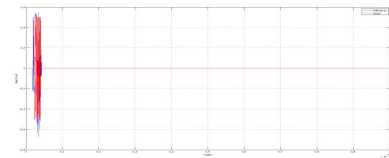


(a)

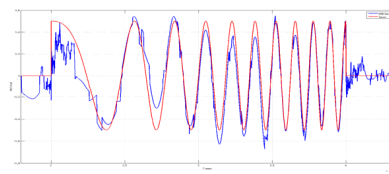


(b)

Figura 7. (a) Wavelet ST, (b) Detalle Wavelet ST.



(a)



(b)

Figura 8. (a) EMD HT, (b) Detalle EMD HT.

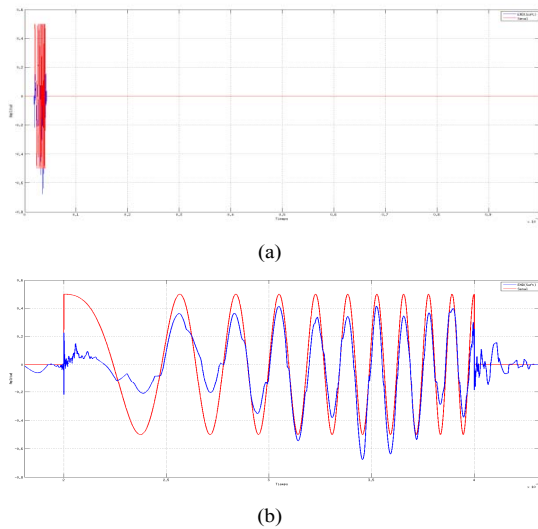


Figura 9. (a) EMD ST, (b) Detalle EMD ST.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULACIONES

En la tabla 1 se resumen los valores de SNR obtenidos con cada uno de los métodos aplicados y se puede apreciar que el que mejor desempeño obtenido es el implementado con EMD y HT.

TABLA I  
RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

Método	Threshold	SNR [dB]
Wavelet	Hard	-11.93
	Soft	-11.98
EMD	Hard	8.214
	Soft	5.566

También podemos concluir que DWT no es adecuado para el filtrado de este tipo de ruido, ya que si bien se recupera correctamente la señal original en la zona distinta de cero, no ocurre lo mismo cuando la señal es idéntica a cero y es por esto que la SNR es tan baja. Así mismo, se puede apreciar que en ambos casos de EMD, la recuperación del pulso se aproxima a la señal original y la parte nula es idéntica.

#### REFERENCIAS

- [1] Ingrid Daubechies, Ten Lectures on Wavelets, vol. 61, SIAM. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pennsylvania, 1992, ISBN 0-89871-274-2.
- [2] N. E. Huang et. al., "The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," Proc. R. Soc. Lond. A, vol. 454, pp. 903–995, Mar. 1998.
- [3] Van Fleet, P. J. Discrete Wavelet Transformations: An Elementary Approach with Applications. John Wiley & Sons, 2008.
- [4] David L. Donoho. Denoising via soft thresholding. IEEE Transactions on Information Theory, 41:613–627, May 1995.
- [5] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage", Biometrika, vol. 81, pp.425, 1994.
- [6] D. L. Donoho and I.M. Johnstone, "Threshold selection for wavelet shrinkage of noisy data", Proc. IEEE EMBS Workshop on Wavelets in Med. and Biol., pp.24a -24b 1994

[7] Y. Kopsinis and S. McLaughlin. "Empirical mode decomposition based denoising techniques", Proc. 1st IAPR Workshop Cogn. Inf. Process. (CIP), pp.42, 2008.

[8] Huang Chengti, "Signal denoising based on EMD", testing and diagnosis, ICTD 2009. IEEE Circuits and Systems International Conference, 2009, pp.1-4.

[9] Y. Sheng, "The Transforms and Applications Handbook". CRC Press, 1996.

[10] Stéphane Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, Academic Press, San Diego, CA, USA, 1998, ISBN 0-12-466605-1.

[11] Strang, G., and T. Nguyen. Wavelets and Filter Banks. Wellesley-Cambridge Press, 1996.

[12] Vaseghi, S. V. Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction. John Wiley & Sons, 2008.

[13] Poisel, R. Introduction to Communication Electronic Warfare Systems. Artech House Intelligence and Information Operations Series. Artech House, 2008.

[14] Papoulis, A. Probabilidad, variables aleatorias y procesos estocásticos. Eunibar, 1980.

[15] G. Rilling, P. Flandrin, and P. Gonçalves, "On empirical mode decomposition and its algorithms," in Proceedings of IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03 (2003).



**Alberto S. Grispino** nació el 10 de Julio de 1986 en Cipolletti, Argentina. Se graduó como Ingeniero en Telecomunicaciones en la Facultad de Ingeniería del Instituto Universitario Aeronáutico (IUA), Córdoba, Argentina en 2012. Actualmente se desempeña como Ingeniero en una empresa de servicios audiovisuales en la ciudad de San Fernando del Valle de Catamarca, Argentina.



**Gabriel O. Petracca** (M'10) nació en Oran, Argentina, el 1 de Junio de 1988. Se graduó como Ingeniero en Telecomunicaciones en la Facultad de Ingeniería del Instituto Universitario Aeronáutico (IUA), Córdoba, Argentina, en 2012. Actualmente es estudiante de la Especialización en Sistemas de Radar e Instrumentación en la Facultad de Matemática, Astronomía y Física (FAMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba. Desde 2011 se desempeña como becario, en el departamento de Ciencias Básicas del IUA, en un proyecto PIDDEF (Proyectos de Investigación y Desarrollo para la Defensa) del Ministerio de Defensa de la Nación en el área de teoría y análisis de señales.



**Alfredo Eduardo Domínguez** se graduó de Licenciado en Física en la Facultad de Matemática, Astronomía y Física (Fa.M.A.F.) de la Universidad Nacional de Córdoba (U.N.C.), Argentina. Obtuvo el Título de Doctor en Física en el año 2000 en Fa.M.A.F.- U.N.C.; En 2000 obtuvo una beca Postdoctoral de 3 años del CONICET-Argentina para trabajar en Relatividad General. Desde 2006 es Director del Departamento Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería del Instituto Universitario Aeronáutico en Argentina, siendo además Profesor Titular de las asignaturas Física I y Física III de las carreras de Ingeniería de dicha Institución. En 2010 obtuvo una beca Fulbright para realizar una estadia de investigación en Center for Gravitational Wave Astronomy (creado y subvencionado por NASA, USA) para desarrollar actividades dentro del Programa LIGO. Desde esta fecha Domínguez es miembro de la LIGO Scientific Collaboration, y sus intereses de investigación dentro de la Colaboración son: Teoría y Procesamiento de Señales en escenarios de muy baja relación señal-ruido, estudio del efecto de moduladores ópticos en interferometría láser y Ondas Gravitacionales.