

ESTUDIO AERODINÁMICO DE AVIONES CON ALAS QUE MUTAN – PARTE I: INFLUENCIA DEL DIEDRO Y DE LAS MUTACIONES DINÁMICAS

Mauro Maza^{a,c}, Marcos Verstraete^{b,c}, Sergio Preidikman^{a,b,c} y Julio Massa^{a,b}

^a *Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, mauro-maza@hotmail.com, <http://www.efn.uncor.edu>*

^b *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, mverstraete@ing.unrc.edu.ar, <http://www.ing.unrc.edu.ar>*

^c *CONICET - Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, Buenos Aires, Argentina, spreidikman@efn.uncor.edu, <http://www.conicet.gov.ar>*

Palabras clave: Morphing-wings, Unsteady vortex-lattice method, UAVs.

Resumen: En este trabajo se presenta el desarrollo de una herramienta de simulación numérica de alta fidelidad que permite investigar el comportamiento aerodinámico no-lineal y no-estacionario de vehículos aéreos inspirados en el vuelo natural con alas que cambian de forma (morphing-wings). El problema es atacado mediante la introducción de un modelo aerodinámico que permite predecir: (a) el campo de movimiento del fluido alrededor de la estructura del ala que muta dinámicamente, y (b) las cargas aerodinámicas actuantes sobre esta estructura; modelos cinemáticos para alas de vehículos aéreos con alas que cambian de forma dinámicamente; y un método que permita combinar estos dos modelos. La idea fundamental consiste en tratar el flujo de aire y la estructura del ala como elementos de un sistema dinámico unificado; e integrar numéricamente, en forma simultánea e interactiva en el dominio del tiempo todas las ecuaciones gobernantes. El modelo aerodinámico utilizado es tridimensional, no-lineal y no-estacionario. Se implementó una versión del método conocido como “unsteady vortex-lattice” (UVLM), una generalización del “vortex-lattice method”. Esta técnica tiene en cuenta las no-linealidades aerodinámicas asociadas con ángulos de ataque, deformaciones estáticas, flujos dominados por vorticidad y comportamiento no-estacionario. Las no-linealidades cinemáticas y aerodinámicas incluidas en el modelo permiten analizar movimientos del ala que incluyen grandes ángulos y grandes desplazamientos productos de la mutación. Mediante la utilización de la herramienta numérica desarrollada se analizó la influencia del ángulo de diedro sobre las características de sustentación y resistencia de un ala recta. Se realizaron además simulaciones que permiten estudiar el comportamiento aerodinámico del ala cuando los cambios de forma (mutaciones) se producen dinámicamente durante el desarrollo del vuelo.

1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta el desarrollo de una herramienta de simulación numérica de alta fidelidad que permite investigar el comportamiento aerodinámico no-lineal y no-estacionario de vehículos aéreos no-tripulados inspirados en el vuelo natural con alas que cambian de forma (*morphing-wings*).

La próxima generación de aeronaves no-tripuladas (UAVs) imitará a los pájaros, cambiando la forma de las alas para lograr mayor agilidad de vuelo. No sólo serán más pequeñas y silenciosas, sino que serán capaces de maniobrar entre los edificios, pasarán por debajo de puentes elevados, y aterrizarán sobre terrazas y balcones de departamentos. El desarrollo de conceptos de *morphing* para vehículos aéreos, particularmente para UAVs, es actualmente un tópico muy importante de investigación en el área de las tecnologías aeronáuticas. Durante la última década, se han realizado numerosos estudios para investigar conceptos de *morphing* con el objetivo de imaginar o prever cómo serán los diseños aeroespaciales más avanzados dentro de 20 años y comenzar a desarrollar las tecnologías para que esto pueda convertirse en realidad.

Las investigaciones que se están llevando a cabo alrededor del mundo para desarrollar los conceptos de *morphing* tienen el objetivo de diseñar aeronaves que sean capaces de modificar su forma, en particular la de sus plantas alares, para mejorar el nivel de prestaciones en las distintas fases de un mismo vuelo, aumentando la eficiencia, disminuyendo el consumo de energía y permitiendo llevar a cabo un espectro más amplio de maniobras con una única aeronave.

Algunos desarrollos están basados en la idea de modificar la envergadura y la superficie alar para adaptar la aeronave a diferentes condiciones de vuelo. Por ejemplo, un avión caza podría pasar de una configuración de gran autonomía para cubrir grandes distancias, a otra configuración de alta maniobrabilidad al momento del ataque al objetivo. Este tipo de mutación permitiría una modificación de alrededor del 150% en la superficie alar y podría ser llevada a cabo con un sistema denominado *slidings skins* (NewScientist.com, 2003) (Figura 1a), o con un modelo de alas plegables como el estudiado por Lockheed Martin (NewScientist.com, 2003) (Figura 1b), o algún tipo de ala telescópica ([Bae e Inman, 2005](#)) (ver Figura 1c).

Muchos diseños han sido inspirados en el vuelo natural, a partir de la observación de aves, como gaviotas o vencejos. En Holanda, por ejemplo, alumnos de la Universidad Tecnológica de Delft (ScienceDaily, 2008) construyeron una pequeña aeronave (de aproximadamente 0,5 metros de envergadura) con un sistema de alas que mutan de manera similar a las de un vencejo. En ensayos en túnel de viento, la aeronave demostró ser casi tan eficiente como el modelo natural en el que fue inspirado.

Actualmente los diseños se ven condicionados principalmente por razones estructurales. El desarrollo de mecanismos que permitan llevar a cabo la mutación, obteniendo soluciones de bajo peso y eficientes, necesita del avance conjunto de: *i*) tecnología en materiales, *ii*) diseños estructurales que permitan utilizar nuevos materiales por separado y en conjunto con los actualmente en uso y *iii*) progreso en las áreas de aeroelasticidad y control.

Con el fin de investigar el comportamiento aerodinámico no-lineal y no-estacionario de vehículos aéreos con alas que cambian de forma se utilizan en conjunto:

- un modelo aerodinámico para predecir: (a) el campo de movimiento del fluido alrededor de la estructura del ala que muta dinámicamente y (b) las cargas aerodinámicas actuantes sobre esta estructura;
- modelos cinemáticos para alas de vehículos aéreos no-tripulados inspirados en el vuelo natural con alas que cambian de forma dinámicamente; y
- un método para combinar estos modelos.

La idea fundamental consiste en tratar el flujo de aire y la estructura del ala del UAV como elementos de un sistema dinámico unificado e integrar numéricamente en forma simultánea e interactiva en el dominio del tiempo todas las ecuaciones gobernantes.

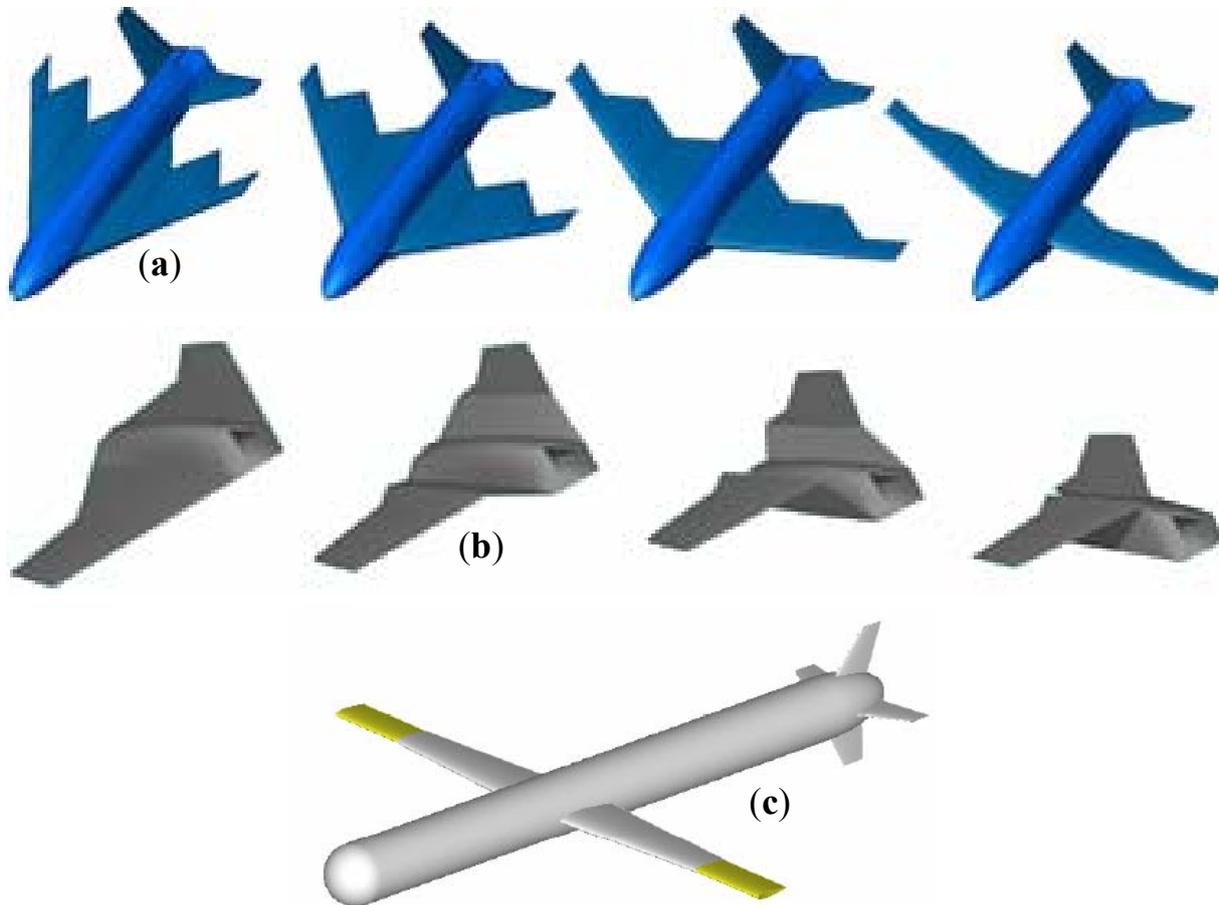


Figura 1: a) Mutación de “Sliding skins” (NewScientist.com, 2003); b) Configuración de alas plegables (NewScientist.com, 2003); c) Sistema de alas telescópicas (Bae e Inman, 2005).

En este trabajo se implementó para el modelo aerodinámico una versión del método conocido como “unsteady vortex-lattice” (UVLM) o Método de Red de Vórtices Inestacionario, una generalización del “vortex-lattice method”, ampliamente utilizado para el cálculo de flujos incompresibles y estacionarios. Esta técnica de la dinámica de fluidos es tridimensional, tiene en cuenta las no-linealidades aerodinámicas asociadas con ángulos de ataque, deformaciones estáticas, flujos dominados por vorticidad, y comportamiento no-estacionario.

La combinación entre el modelo aerodinámico y el cinemático se realiza a nivel de una de las condiciones de borde del modelo aerodinámico. Para conectar los módulos que componen el sistema dinámico se utiliza el mismo método que uno de los autores de este trabajo utilizó para desarrollar simulaciones aeroservoelásticas, el cual está basado en teoremas de conservación (Preidikman, 1998).

Las no-linealidades cinemáticas y aerodinámicas consideradas en este trabajo permiten analizar movimientos del ala que incluyen grandes desplazamientos angulares y lineales, productos de la mutación. Mediante el uso del UVLM también es posible estimar, en el dominio del tiempo, la distribución de vorticidad asociada a la sábana vorticiosa adherida a los sólidos y la distribución de vorticidad y forma de las estelas emitidas desde los bordes filosos de la estructura inmersa en el fluido. Además, pueden tenerse en cuenta todas las potenciales interferencias aerodinámicas.

2 MODELO CINEMÁTICO

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento aerodinámico de alas que cambian de forma dinámicamente a medida que se desarrolla el vuelo. La utilización del UVLM permite estudiar alas de formas complejas, sin restringir el análisis debido a la forma de la planta alar, la combadura, la flecha, la torsión o el ángulo de ataque. Esto trae como consecuencia que, a priori, no habría limitaciones respecto del número de grados de libertad (GL) a utilizar, teniendo en cuenta que el ala es capaz de variar su configuración continua y sucesivamente entre una gran cantidad de formas, que pueden ser tratadas con el modelo aerodinámico utilizado. Sin embargo, con el objeto de acotar el alcance del presente trabajo, las formas y GL del ala en la implementación computacional están limitados.

2.1 Descripción de la planta alar: parámetros característicos

Existen, en este trabajo, ciertas limitaciones respecto de la forma de la planta alar a utilizar. En primer lugar, la planta alar debe ser rectangular (es decir, sin flecha ni ahusamiento) y sin torsión, ya sea esta geométrica, aerodinámica o una combinación de ambas.

En este trabajo se estudia un ala dividida a lo largo de la envergadura en cuatro regiones rígidas, de manera simétrica respecto del plano de simetría. Cada semiala está compuesta por en dos regiones: una abarca toda la cuerda y se extiende desde la puntera de la semiala a la que pertenece hasta algún punto intermedio de la semienvergadura, entre la puntera y el plano de simetría; la otra región abarca también toda la cuerda, pero se extiende a lo largo de la semienvergadura entre la región descrita previamente y el plano de simetría. Cada una de las regiones exteriores se denomina región A (R_A) y cada una de las interiores región B (R_B). Todo esto puede observarse en la Figura 2.

Las dos regiones centrales R_B (en contacto con el plano de simetría) tienen igual envergadura. Las dos regiones exteriores R_A (ubicadas cada una sobre una puntera del ala) tienen entre sí la misma envergadura, pero su valor es independiente de la envergadura de las R_B .

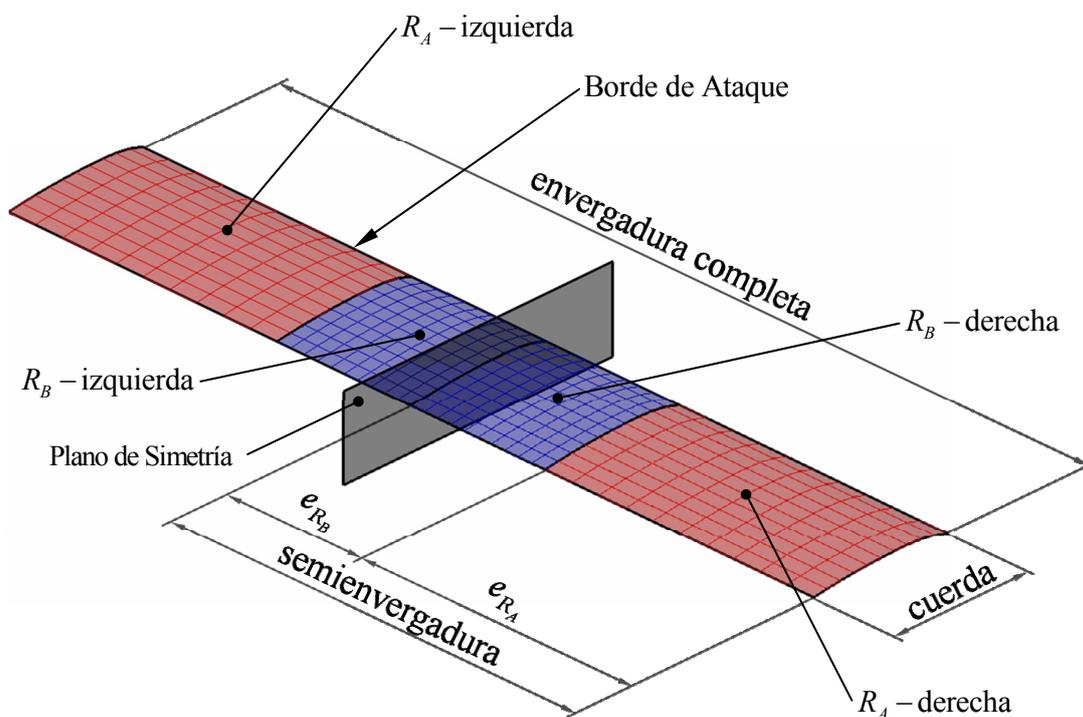


Figura 2: Descripción geométrica de las cuatro regiones que forman el ala.

La semienvergadura total del ala es igual a la suma de la envergadura de R_A y de R_B . La cuerda es constante a lo largo de toda la envergadura del ala (por tratarse de un ala rectangular, sin ahusamiento). Por lo tanto, las cuatro regiones poseen la misma cuerda.

Las regiones tienen la posibilidad de rotar alrededor de ejes que coinciden con la cuerda local en la zona de unión de dos regiones adyacentes, de manera que puede tener, cada una, un ángulo diedro diferente. A partir de este punto se denominará *configuración base* al ala con ángulo de diedro nulo en todas sus regiones. Nótese que la configuración base, por estar compuesta por regiones rígidas que no poseen movimiento relativo, es un cuerpo rígido.

Los parámetros que definen la geometría de la planta alar son tres (ver Figura 2):

- C la cuerda del ala;
- e_{R_A} la envergadura de las regiones A; y
- e_{R_B} la envergadura de las regiones B.

Como no hay torsión aerodinámica el perfil es constante a lo largo de toda el ala. En el modelo aerodinámico el perfil se representa por su línea media, cuya forma se aproxima por medio de un polinomio que puede obtenerse a partir de la definición numérica del extradós y del intradós. En la Figura 3 la línea media representa el perfil aerodinámico seleccionado.

Habiendo prefijado los parámetros de la geometría de la planta alar y la línea media del perfil queda completamente definida la configuración base. Lo siguiente es definir los GL, cuyos valores permitirán precisar la configuración instantánea del ala que muta.

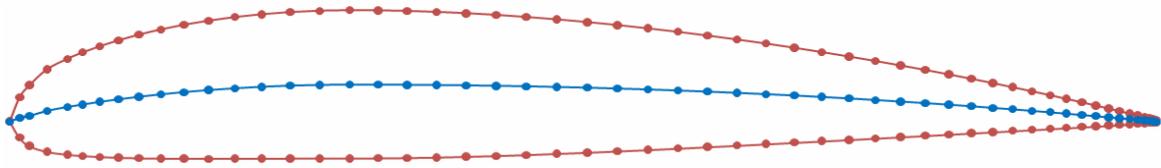


Figura 3: Determinación de la línea media del perfil a partir de la definición geométrica del extradós y del intradós.

2.2 Grados de libertad

En la implementación computacional, se consideran como GL a los ángulos de diedro de cada una de las cuatro regiones que componen el ala. Es decir, se asume que las regiones están vinculadas entre sí con algún mecanismo que permite la rotación de una con respecto a la otra, a la manera de una bisagra, cuyo eje se corresponde con la cuerda local en la estación de la envergadura en que se unen dos regiones.

Como restricción, se impone que la forma del ala se mantenga simétrica respecto del plano medio de la aeronave, normalmente llamado *plano de simetría*. De esta manera, si bien existen cuatro regiones, cada una con su propio ángulo de diedro, a las dos regiones A les corresponde el mismo valor, y así ocurre también para las dos regiones B, por lo que el número de GL se reduce a dos.

Los GL se definen para la semiala derecha. La definición completa de la geometría del ala deformada en cada instante requiere que se especifique, además de los tres parámetros mencionados en la sección anterior, la evolución temporal de los ángulos de diedro de las regiones A y B de la semiala derecha.

El ángulo de diedro de la región A, α_A , es nulo cuando las dos regiones (A y B de la semiala derecha) se encuentran en el mismo plano. El ángulo de diedro de la región B, α_B , es nulo

cuando la región se encuentra en el plano de la configuración base del ala. Los ángulos se consideran positivos cuando la región correspondiente gira en el sentido de las agujas del reloj, si se observa el ala de frente. En la Figura 4 se aprecia la definición de los GL con sus posiciones de referencia y los sentidos positivos adoptados.

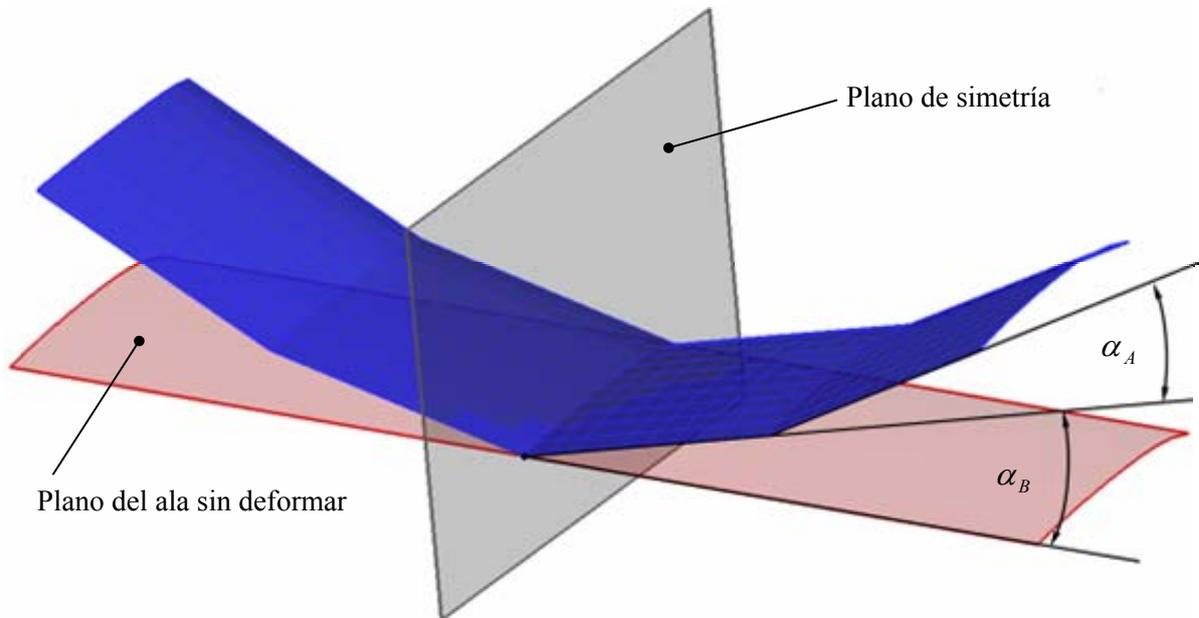


Figura 4: Grados de libertad del ala.

En la Figura 5 se muestran algunos ejemplos de configuraciones posibles, para un ala cuyas regiones A y B tienen la misma forma en planta (cuadradas). Se incluyen además los valores de los ángulos de diedro que definen la geometría.

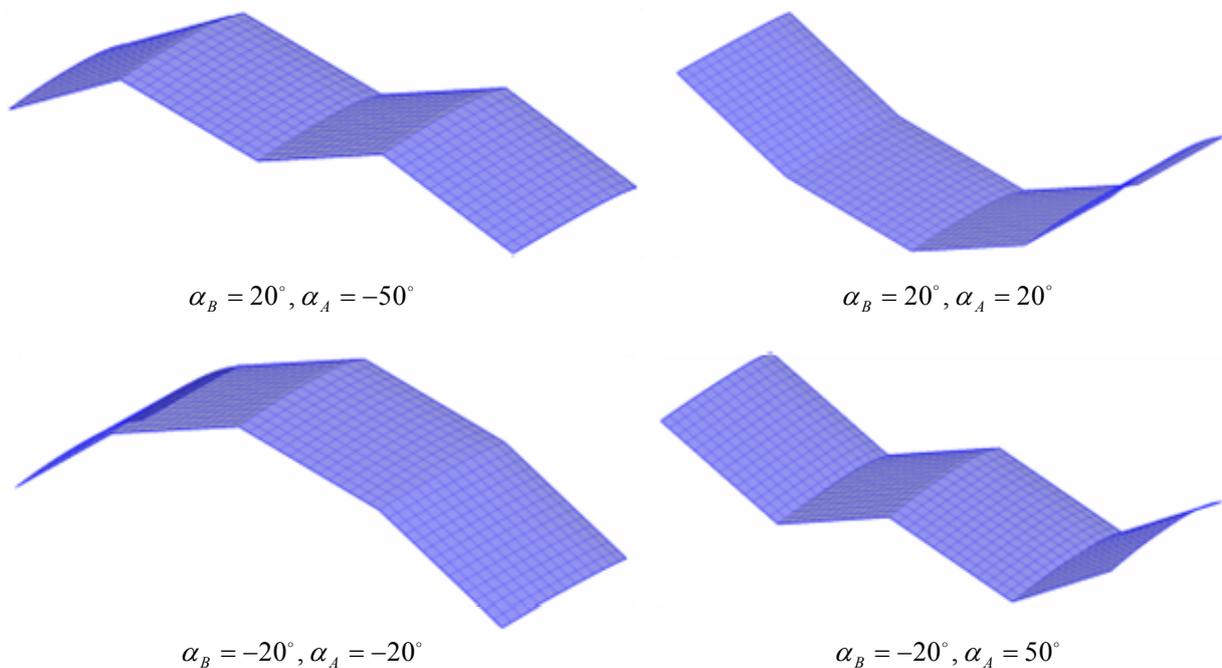


Figura 5: Ejemplos de distintas configuraciones para una ala con diedro que muta.

3 MODELO AERODINÁMICO

En un fluido real, la vorticidad en un punto del espacio depende del tiempo, y se modifica en parte debido a la convección y en parte a la difusión molecular relacionada con la viscosidad. La difusión molecular es responsable de la aparición de la capa límite que se forma sobre la superficie de sólidos inmersos en una corriente fluida.

A medida que el número de Reynolds aumenta, el espesor de la capa límite disminuye y lo mismo ocurre con el mecanismo de difusión de vorticidad. En estas condiciones, la razón principal del transporte de vorticidad es la convección y la distribución de vorticidad es lo suficientemente compacta como para idealizar el fluido como no viscoso, con dos zonas bien diferenciadas: una pequeña porción del espacio ocupada por fluido rotacional y todo el resto del dominio por fluido irrotacional.

El UVLM puede utilizarse en análisis bi- o tridimensionales de cuerpos de forma general (no restringido a superficies sustentadoras), sin limitaciones respecto de la planta alar, la combadura, la flecha, la torsión o el ángulo de ataque. Permite considerar la separación en el borde de ataque para alas tipo delta y la existencia de sistemas de vórtices de puntera en alas de poco alargamiento.

Las soluciones son evaluadas en el dominio del tiempo, por lo que no están restringidas a oscilaciones periódicas pequeñas. El cuerpo puede tener un movimiento arbitrario, definido en función del tiempo, lo que permite analizar maniobras. Además pueden tenerse en cuenta efectos de aerodinámica no-lineal y no-estacionaria, lo que permite analizar movimientos con grandes deformaciones y grandes ángulos de ataque.

El cuerpo puede tratarse como moviéndose en aire calmo o en movimiento, lo que permite además estudiar el efecto de ráfagas. El método permite incluir varios cuerpos para estudiar la interferencia aerodinámica, estacionaria e inestacionaria. La historia reciente del flujo se tiene en cuenta en los cálculos ya que queda almacenada en la estela.

3.1 Capa límite, estelas, y láminas vorticosas

Como resultado del movimiento relativo entre el cuerpo y el aire se genera vorticidad en una zona delgada sobre la superficie del cuerpo formando la capa límite. En el UVLM se restringe toda la vorticidad a estar confinada a la capa límite y la estela, mientras que se trata al resto del fluido como irrotacional. Como una simplificación, se trata a la capa límite y a la estela como láminas o sábanas vorticosas.

La capa límite es representada por una lámina vorticosa adherida en todo momento a la superficie del cuerpo, moviéndose con este. Su posición está dada como dato del problema.

Las estelas son representadas por láminas vorticosas libres. Su posición no es especificada a priori; la vorticidad es convectada, desde los bordes filosos de los cuerpos, a la velocidad local de las partículas de fluido; las láminas vorticosas se mueven junto con el fluido y se permite que se deformen libremente tomando posiciones de modo que no actúen fuerzas resultantes sobre las mismas. El UVLM permite generar la estela no-estacionaria y obtener de esa manera la solución en algunos casos en que otros métodos iterativos para el ajuste de la posición de la estela no convergen. Detalles acerca del UVLM pueden consultarse en los trabajos de [Konstadinopoulos et ál. \(1981\)](#) o [Preidikman \(1998\)](#).

Los dos tipos de láminas vorticosas se unen en los bordes filosos de la superficie sustentadora desde donde es convectada la estela. En la Figura 6 se puede observar un ala de perfil delgado representada por la lámina vorticosa adherida (correspondiente a la capa límite) y la lámina vorticosa libre (correspondiente a su estela).

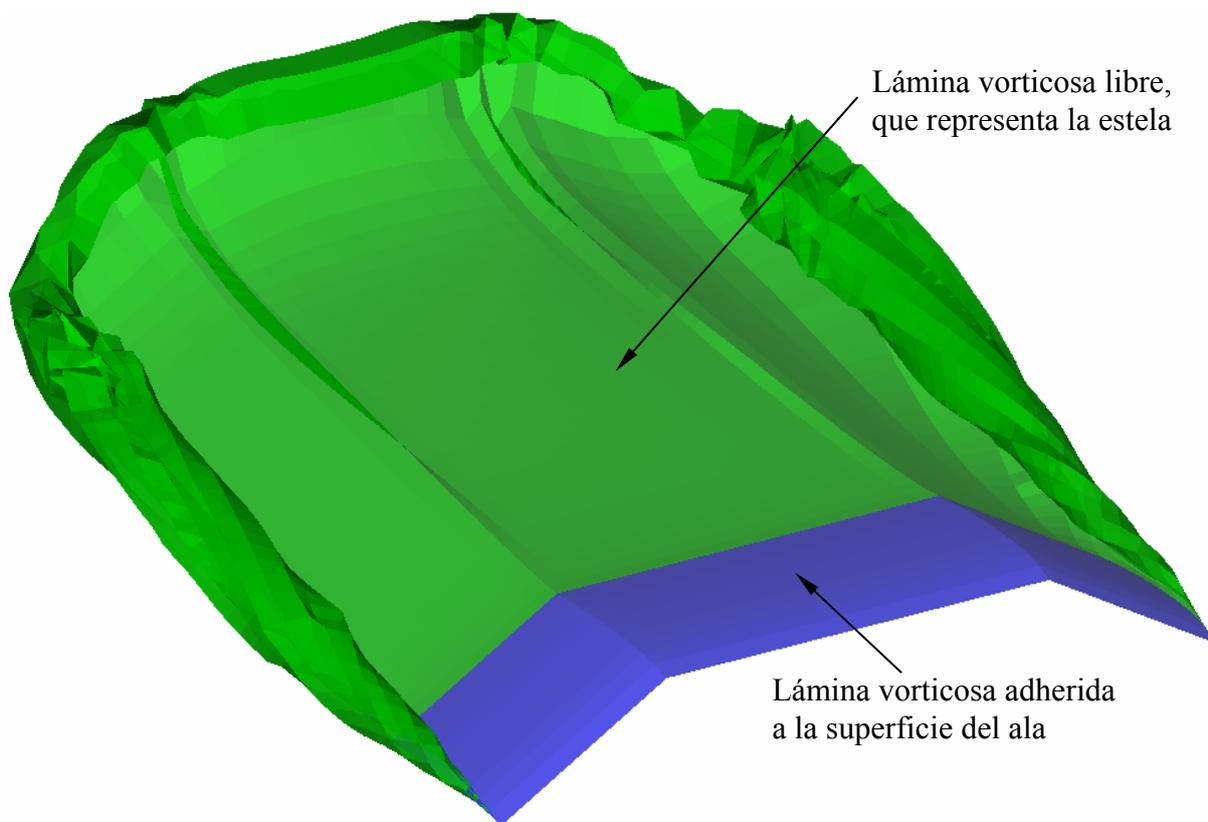


Figura 6: Láminas vorticosas representando al ala y a la estela.

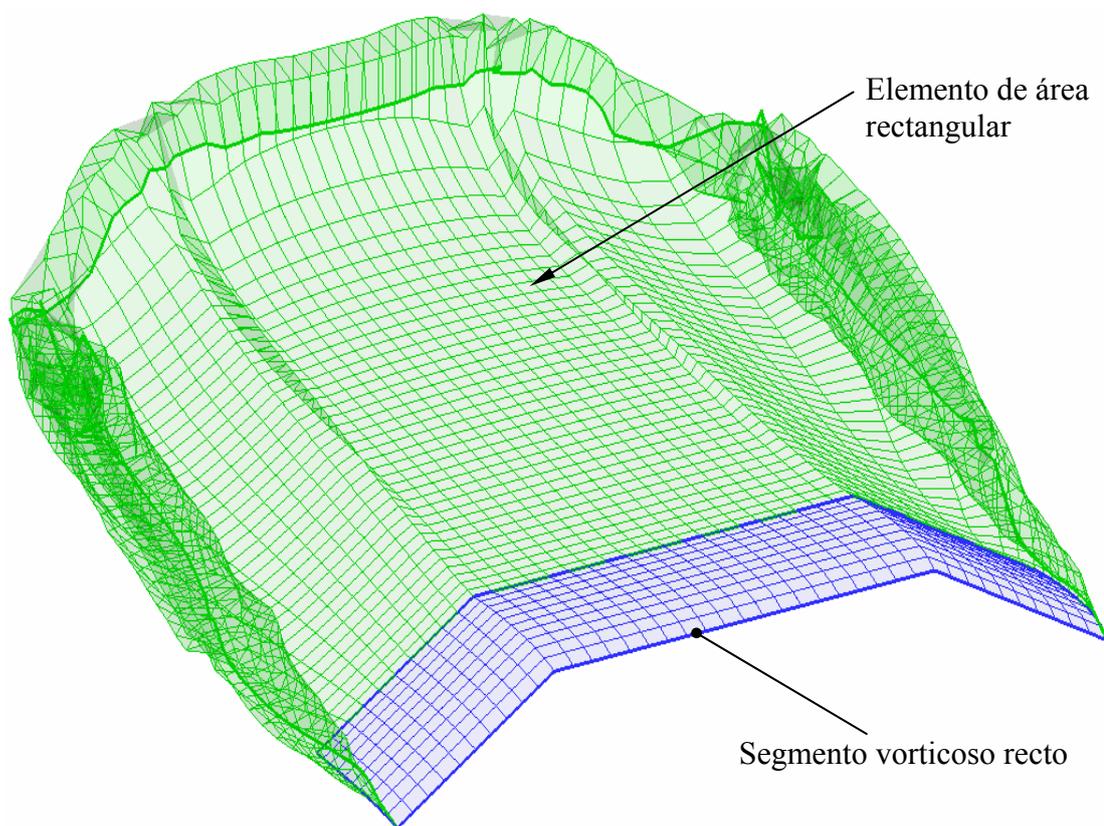


Figura 7: Discretización de las superficies vorticosas mostradas en la Figura 6.

3.2 Discretización de las láminas vorticosas

En la Figura 7 se puede apreciar la discretización de las láminas vorticosas de la Figura 6. En el UVLM las sábanas vorticosas que representan la capa límite y la estela se discretizan, convirtiéndolas en mallas de segmentos vorticosos rectos de circulación $\Gamma(t)$ constante a lo largo de su longitud. Estos segmentos dividen las láminas vorticosas en elementos de área. Cada elemento de área consta en su centro geométrico de un *punto de control*, donde se satisface una de las condiciones de borde del problema.

La experiencia con este método demostró que la forma geométrica elegida para los elementos afecta la precisión y la velocidad de convergencia (Preidikman, 1998). En este trabajo se utilizan elementos rectangulares.

3.3 Cinemática del flujo

Las ecuaciones diferenciales que describen las relaciones entre el campo de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R},t)$ y el de vorticidad $\mathbf{\Omega}(\mathbf{R},t)$ son la Ec. (1) de continuidad para un fluido incompresible y la Ec. (2) que define la vorticidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{V} = \mathbf{\Omega} \quad (2)$$

Existe una analogía entre estas dos ecuaciones y las ecuaciones de Maxwell relacionando el campo magnético y el flujo de corriente eléctrica. Por lo tanto se pueden utilizar las técnicas establecidas en magnetodinámica para tratar la cinemática del flujo incompresible estudiado en este trabajo. Sin embargo, es *muuy* importante destacar que si bien en magnetodinámica el campo eléctrico produce el campo magnético, *la relación entre $\mathbf{V}(\mathbf{R},t)$ y $\mathbf{\Omega}(\mathbf{R},t)$ es pura y exclusivamente cinemática; los dos campos simplemente coexisten.*

El método usual para la evaluación de $\mathbf{V}(\mathbf{R},t)$ es tomar el rotacional de la Ec. (2) y utilizar la Ec. (1) para obtener:

$$\nabla^2 \mathbf{V} = -\nabla \times \mathbf{\Omega} \quad (3)$$

Observando la Ec. (1), Wu y Thompson (1971) notaron que el campo vectorial de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R},t)$ es solenoidal, y por lo tanto existe un potencial vectorial $\mathbf{\Psi}(\mathbf{R},t)$ tal que:

$$\mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{\Psi} \quad (4)$$

A partir de esto, puede obtenerse una representación integral del campo de velocidad en términos del campo de vorticidad (Batchelor 1967; Preidikman, 1998), que en nuestro caso se reduce a:

$$\mathbf{V}(\mathbf{R},t) = \frac{1}{A} \int_{V_0} \frac{\mathbf{\Omega}_0 \times (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)}{\|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0\|^2} dV_0 + \mathbf{V}_\infty \quad (5)$$

donde:

V_0 es un volumen fluido;

\mathbf{R} es el punto donde se evalúa la velocidad;

\mathbf{R}_0 es el vector posición de los puntos en V_0 y S_0 ;

\mathbf{V}_∞ es el vector velocidad de la corriente libre;

$\mathbf{\Omega}_0$ es el vector vorticidad en el punto cuya posición es $\mathbf{R}_0(\mathbf{\Omega}(\mathbf{R}_0,t))$;

$A = 4\pi$ para flujos tridimensionales y $A = 2\pi$ para flujos bidimensionales.

La Ec. (5) es una generalización de la conocida Ley de Biot y Savart para la determinación de la intensidad del campo magnético inducido por un flujo de corriente eléctrica. Es importante remarcar que el integrando de la Ec. (5) se anula donde quiera que la vorticidad sea nula ($\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{0}$). Como consecuencia, la evaluación que describe \mathbf{V} en términos de $\boldsymbol{\Omega}$ puede ser limitada a la región viscosa, sensiblemente más pequeña que el dominio completo.

3.4 Líneas vorticosas

El campo de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ asociado a la vorticidad $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0, t)$ de una línea vorticiosa puede obtenerse poniendo a la vorticidad $\boldsymbol{\Omega}_0$ en términos de la intensidad $\Gamma(t)$, de la función delta de Dirac generalizada y de las coordenadas intrínsecas de la línea, y reemplazándola en la Ec. (5). La Ley de Biot y Savart para una línea vorticiosa recta de longitud finita (segmento de recta) es:

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\mathbf{L} \times \mathbf{r}_1}{\|\mathbf{L} \times \mathbf{r}_1\|^2} [\mathbf{L} \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2)] + \mathbf{V}_\infty \quad (6)$$

donde:

$\Gamma(t)$ es la circulación alrededor de la línea vorticiosa en el instante de tiempo t ;

P es el punto del espacio donde la velocidad está siendo evaluada;

\mathbf{L} es el vector que representa a la línea vorticiosa;

$\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ son los vectores posición del punto donde está siendo evaluada la velocidad, respecto de los nodos inicial y final de la línea vorticiosa respectivamente; y

$\hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2$ son versores unitarios con la dirección y el sentido de \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 , respectivamente.

En la Figura 8 se indican todas las variables que intervienen en la Ec. (6).

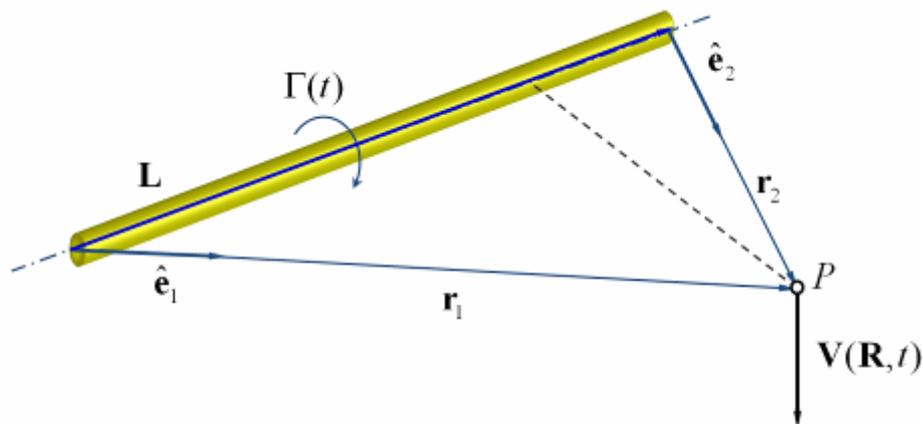


Figura 8: Variables que intervienen en la Ley de Biot y Savart.

3.5 Condiciones de contorno

Para poder determinar al campo de velocidad es necesario contar con un conjunto adecuado de condiciones de borde. En el caso de un flujo exterior, las condiciones de contorno se establecen sobre la superficie de los cuerpos sumergidos en la corriente y en el infinito.

La primera condición de contorno, conocida como *condición de no-penetración*, establece que la velocidad de una partícula de fluido que se encuentra sobre el contorno de un cuerpo sumergido no puede tener componente normal a la superficie del cuerpo, entonces, la velocidad debe ser tangente a la superficie del sólido. Denotando con S al contorno completo, la condición de no-penetración se escribe como

$$(\mathbf{V} - \mathbf{V}_S) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad \text{sobre } S \quad (7)$$

donde:

\mathbf{V} es la velocidad local de la partícula de fluido;

\mathbf{V}_S es la velocidad de la superficie S ; y

$\hat{\mathbf{n}}$ es el versor normal a la superficie.

(En general, estas cantidades son funciones del tiempo).

Debido a la discretización realizada, la condición de no-penetración sólo puede ser impuesta en un número finito de puntos, denominados *puntos de control*. Teniendo en cuenta la Ec. (5), \mathbf{V} se calcula como:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_W \quad (8)$$

siendo \mathbf{V}_∞ la velocidad del flujo sin perturbar, \mathbf{V}_A la velocidad de perturbación asociada a la vorticidad adherida a la superficie del ala y \mathbf{V}_W la asociada a la vorticidad en la estela. Con esto, la condición de no-penetración puede reescribirse como:

$$[(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_W) - \mathbf{V}_S] \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad \text{sobre } S \quad (9)$$

La segunda condición de contorno establece que la perturbación del flujo debe ser nula en el infinito, lo que se conoce como *condición de regularidad en el infinito*. La Ec. (6) satisface implícitamente esta condición.

3.6 Determinación de la evolución temporal del campo de vorticidad

Se ha visto que la determinación del campo de velocidades $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ en un instante dado, puede hacerse en función del campo de vorticidad $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}, t)$ en ese mismo instante. Debido a:

- la simplificación de suponer que la vorticidad se encuentra confinada a la capa límite y la estela;
- la aproximación de la capa límite y de la estela por láminas vorticosas de espesor infinitesimal; y
- la discretización de las láminas vorticosas, obteniéndose mallas de segmentos vorticosos rectos de circulación constante a lo largo de su longitud,

la determinación del campo de vorticidad se reduce a la determinación de las circulaciones de cada uno de esos segmentos vorticosos.

A modo de ejemplo considérese el ala rectangular representada en la Figura 9. El número total de segmentos después de la discretización es 22, que representa el número total de incógnitas. Sin embargo es posible reducir el número de incógnitas sustancialmente.

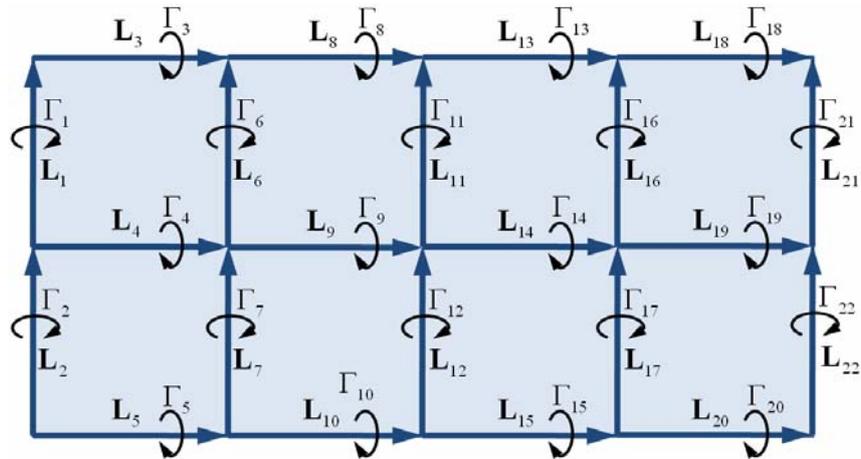


Figura 9: Malla de segmentos vorticosos resultantes de la discretización de la lámina vorticosa adherida a la superficie de un ala recta.

Se puede pensar a cada elemento como encerrado por un anillo vorticoso de segmentos de igual intensidad. Con esto, la condición de conservación espacial de la vorticidad está satisfecha automáticamente. La intensidad de cada anillo vorticoso es G_j , con j que va desde 1 hasta el número total de elementos, que en este caso es 8. En la Figura 10 se observan los anillos vorticosos correspondientes a cada elemento en la malla del ala.

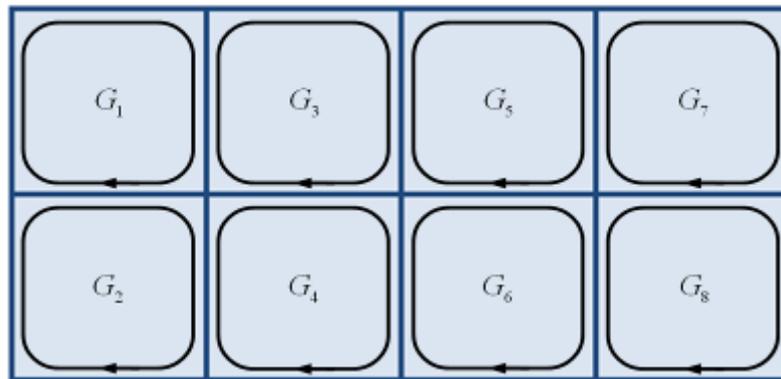


Figura 10: Anillos vorticosos en la malla del ala.

La intensidad $\Gamma_i(t)$ correspondiente a cada segmento vorticoso L_i puede calcularse como la diferencia entre las intensidades de los dos anillos vorticosos que lo comparten. En el ejemplo del ala representada en la Figura 9 y en la Figura 10, la intensidad $\Gamma_4(t)$ se calcula como $G_2(t) - G_1(t)$. Sin embargo, para los segmentos no compartidos por dos elementos, la circulación es la correspondiente al único elemento del cual forman parte, por ejemplo: $\Gamma_3(t) = G_1(t)$ y $\Gamma_5(t) = -G_2(t)$. De esta manera se puede reducir el número de incógnitas de 22 a 8.

El problema de determinar el campo de vorticidad en un instante dado consiste en hallar las circulaciones de todos los anillos vorticosos de la malla del ala en ese instante, de tal manera que el campo de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ cumpla con la condición de no-penetración, en todos los puntos de control. La posición de la estela y la circulación de los anillos vorticosos de sus elementos, en ese mismo instante, se obtiene a partir de las G_j del ala en instantes anteriores. Es decir, las características de la estela son una consecuencia de la historia del movimiento.

Es necesario ajustar, en cada instante de tiempo, las $G_j(t)$ para que en cada punto de control la velocidad asociada a la vorticidad del ala, cumpla con la condición de contorno.

Cada anillo vorticoso (elemento) posee un punto de control, que se ubica en el punto donde se intersecan las diagonales del elemento. Como la condición de no-penetración se impone sobre la superficie del cuerpo, *sólo los elementos de la malla del cuerpo* (en este caso el ala) *poseen puntos de control*. En la Figura 11 se muestra un elemento de malla, con el punto de control correspondiente, en tres esquemas diferentes:

- *Esquema a)*: se muestra el versor normal al elemento $\hat{\mathbf{n}}$ (correspondiente a la normal a la superficie) y el vector velocidad \mathbf{V}_S del punto de control, representando la velocidad de la superficie S ;
- *Esquema b)*: se puede observar el versor normal al elemento $\hat{\mathbf{n}}$, una partícula de fluido que se halla *en contacto* con la superficie del cuerpo, sobre el punto de control del elemento, y el vector velocidad local de la partícula $\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_W$;
- *Esquema c)*: se puede apreciar el versor normal al elemento $\hat{\mathbf{n}}$, una partícula de fluido ubicada sobre el punto de control del elemento y la velocidad relativa entre la superficie del cuerpo y la partícula $[(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_W) - \mathbf{V}_S]$, que no posee componente alguna en la dirección de $\hat{\mathbf{n}}$.

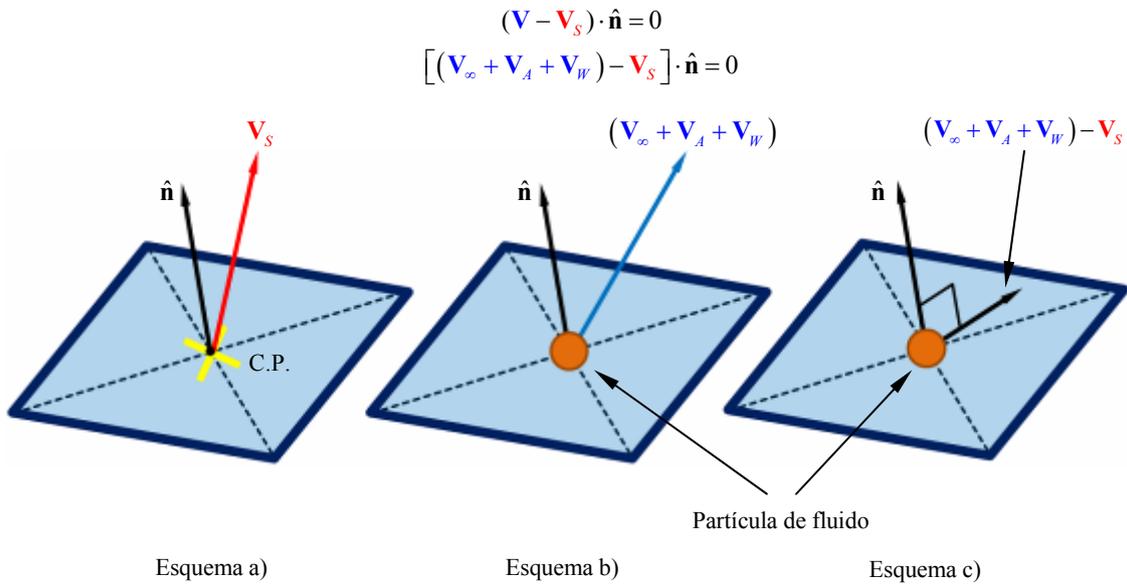


Figura 11: Interpretación de la condición de no-penetración.

La condición de borde se expresa a partir de la Ec. (9) como:

$$\mathbf{V}_A|_i(t) \cdot \hat{\mathbf{n}}_i(t) = [-\mathbf{V}_\infty(t) - \mathbf{V}_W|_i(t) + \mathbf{V}_S|_i(t)] \cdot \hat{\mathbf{n}}_i(t) \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

donde N es el número de elementos del ala. En cada punto de control se escribe la velocidad normal a la superficie, asociada a la vorticidad del ala, como la suma de la velocidad normal asociada a cada G_j :

$$\sum_{j=1}^N A_{ij}(t) G_j(t) = \mathbf{V}_A|_i(t) \cdot \hat{\mathbf{n}}_i(t) \quad (11)$$

donde $A_{ij}(t)$ representa la velocidad normal en el punto de control i , asociada al anillo vorticoso j , cuando la vorticidad de ese anillo es unitaria ($G_j = 1$). Así, queda planteada para cada punto de control una ecuación, donde las incógnitas son los N valores de G_j .

Introduciendo la Ec. (11) en la Ec. (10), para cada punto de control se obtiene:

$$\sum_{j=1}^N A_{ij}(t) G_j(t) = \left[-\mathbf{V}_\infty(t) - \mathbf{V}_w|_i(t) + \mathbf{V}_s|_i(t) \right] \cdot \hat{\mathbf{n}}_i(t) \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

De esta manera se llega a un sistema de N ecuaciones algebraicas, con N incógnitas que son las circulaciones de los anillos vorticosos de los elementos del ala (los G_j). La solución del sistema de ecuaciones permite encontrar los valores de $G_j(t)$ para cumplir con la condición de no-penetración, teniendo en cuenta en cada instante la influencia de la estela y de los movimientos del cuerpo y del aire.

3.7 Determinación de las cargas aerodinámicas

Conociendo la circulación de los segmentos vorticosos del ala y de la estela, es posible determinar las velocidades, asociadas a cada uno de ellos, sobre las partículas de fluido ubicadas sobre cada uno de los puntos de control.

Si se calcula, además, la velocidad de cada punto de control debida al movimiento del ala, se puede computar la variación del coeficiente de presión ΔC_p a través de la superficie del ala en los puntos de control. Conocido ΔC_p se puede obtener el vector fuerza asociado a cada elemento de la malla del ala, como:

$$\mathbf{F}_i = \Delta C_{pi} A_i \hat{\mathbf{n}}_i \quad (13)$$

donde:

- \mathbf{F}_i es el vector que representa la carga aerodinámica sobre el elemento i del ala;
- ΔC_{pi} es la variación del coeficiente de presión en el punto de control del elemento i ;
- A_i es el área del elemento i ; y
- $\hat{\mathbf{n}}_i$ es el versor normal al elemento i en el punto de control.

A partir de las fuerzas \mathbf{F}_i sobre la superficie del ala se pueden obtener, en cada paso de cálculo, la resultante aerodinámica y los momentos de cabeceo, de guiñada y de rolido.

4 COMBINACIÓN DE LOS MODELOS CINEMÁTICO Y AERODINÁMICO

El método que permite combinar ambos modelos debe relacionar algún aspecto de la aerodinámica del movimiento con alguno de la cinemática. En este trabajo, la relación matemática entre ambos modelos se establece al nivel de una de las condiciones de contorno del modelo aerodinámico: la condición de no-penetración.

Debido a su velocidad, las partes constitutivas del ala en movimiento desplazarán el fluido a su alrededor. La manera de *informar* al modelo aerodinámico sobre la cinemática del ala es a través de la velocidad de su superficie. Recordando la expresión matemática para la condición de no-penetración (Ec. 7), puede verse que no sólo interviene la velocidad de las partículas sobre el ala, sino también la velocidad de la superficie.

Como se ha mencionado, debido a la discretización de las sábanas vorticosas, la condición de no-penetración se impone únicamente en un conjunto finito de puntos sobre la superficie del ala, denominados puntos de control. Por lo tanto, en cada paso de cálculo, es necesario determinar la velocidad de esos puntos de control para poder definir correctamente el valor de \mathbf{V}_s en la Ec. (7).

La velocidad de los puntos de control es debida a la rotación de las regiones a las que pertenecen. De la misma manera que deben definirse los ángulos de diedro de cada región en función del tiempo, deben también definirse las velocidades de rotación. Se denomina ω_A al

módulo de la velocidad angular de las regiones A, y ω_B al correspondiente a las regiones B. Ambas magnitudes (velocidades angulares) se definen para las regiones de la semiala derecha, y están dados por:

$$\omega_A(t) = \frac{d}{dt}\alpha_A(t), \quad \omega_B(t) = \frac{d}{dt}\alpha_B(t) \quad (14)$$

Para que en todo momento se mantenga la simetría de forma del ala, respecto al plano medio, las velocidades angulares de las regiones de la semiala izquierda deben tener sentido contrario a las de las regiones de la semiala derecha.

En la Figura 12 se muestra un ala que está cambiando su forma debido a la rotación de las regiones que la componen. Allí se indica la convención de signos para las velocidades angulares y la velocidad lineal de un punto de control debida a las velocidades de rotación.

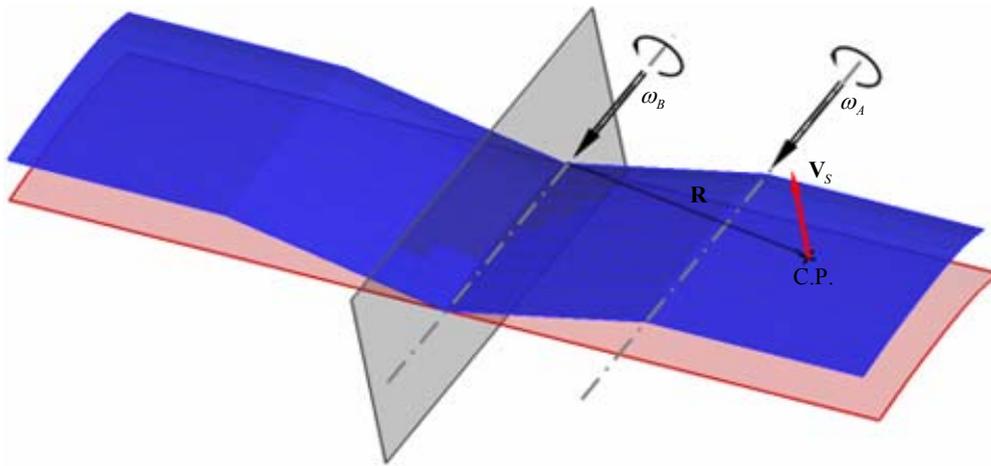


Figura 12: Velocidades angulares durante el cambio dinámico de la forma del ala.

5 RESULTADOS

Es importante remarcar que el código ha sido validado, comparando los resultados obtenidos para casos de vuelo estacionario con los que brindan otros códigos que utilizan el UVLM, encontrándose diferencias menores al 0,1%. Además se realizó una comparación con resultados presentados en la literatura, hallándose un alto nivel de concordancia.

Los resultados provistos por el código son:

- coeficientes de fuerza adimensionales en ejes cuerpo (C_{Fx} , C_{Fy} y C_{Fz}), en función del tiempo;
- coeficientes de fuerza adimensionales en ejes aerodinámicos (C_L y C_D), en función del tiempo;
- tiempo de cálculo; y
- archivos que permiten visualizar la evolución espacio-temporal del ala y la estela.

Los resultados *variables en función del tiempo* se obtienen en forma de un conjunto de datos ordenados en tablas, donde se lista el valor de cada variable obtenido en cada paso de cálculo del proceso. Cada paso de cálculo corresponde a un intervalo de tiempo prefijado Δt . Los datos discretos consignados en las tablas pueden ser posteriormente analizados y graficados.

En conjunto con las variables mencionadas arriba, se listan también, para cada paso de cálculo, los valores de los ángulos de diedro del ala, α_A y α_B , (GL) y de las velocidades angulares de las regiones A y B, ω_A y ω_B . Esto permite analizar la correlación entre los datos cinemáticos y los resultados aerodinámicos.

Los ejes cuerpo x_c , y_c y z_c utilizados en este trabajo coinciden exactamente con los ejes del sistema de referencia inercial \hat{n}_1 , \hat{n}_2 y \hat{n}_3 . Los ejes aerodinámicos se definen como se hace usualmente, coincidiendo el eje x_a con la dirección del viento (en este trabajo se toma positivo en el sentido del viento relativo, es decir en el sentido de \mathbf{V}_∞) y definiendo a z_a como contenido en el plano de simetría y normal a x_a .

Definidos así los ejes, y siendo \mathbf{F} la fuerza aerodinámica total actuando sobre el ala, se obtienen las componentes de \mathbf{F} en ejes cuerpo (fuerza longitudinal \mathbf{F}_x , fuerza lateral \mathbf{F}_y y fuerza normal \mathbf{F}_z) de tal manera que se cumple:

$$\mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y + \mathbf{F}_z = \mathbf{F} \quad (15)$$

además se puede descomponer \mathbf{F} en ejes aerodinámicos, obteniéndose la fuerza de resistencia \mathbf{D} , y la fuerza de sustentación \mathbf{L} , tales que:

$$\mathbf{D} + \mathbf{L} = \mathbf{F} \quad (16)$$

En la Figura 13 se muestran los ejes cuerpo x_c , y_c y z_c , la fuerza aerodinámica total \mathbf{F} , las componentes de \mathbf{F} en ejes aerodinámicos (\mathbf{D} y \mathbf{L}), la velocidad de la corriente libre (\mathbf{V}_∞) y el ángulo de ataque geométrico del ala (α).

El código computacional desarrollado en este trabajo genera como resultados a los coeficientes de fuerza adimensionales. Estos se obtienen al dividir el módulo de las componentes de \mathbf{F} por la presión dinámica del flujo sin perturbar:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho S V_\infty^2 \quad (17)$$

donde es $V_\infty^2 = \|\mathbf{V}_\infty\|^2$, ρ es la densidad del aire y S la superficie en planta del ala. Luego

$$\begin{aligned} C_{F_i} &= \frac{2}{\rho V_\infty^2 S} \|\mathbf{F}_i\| & i = x, y, z \\ C_D &= \frac{2}{\rho V_\infty^2 S} \|\mathbf{D}\|, & C_L = \frac{2}{\rho V_\infty^2 S} \|\mathbf{L}\| \end{aligned} \quad (18)$$

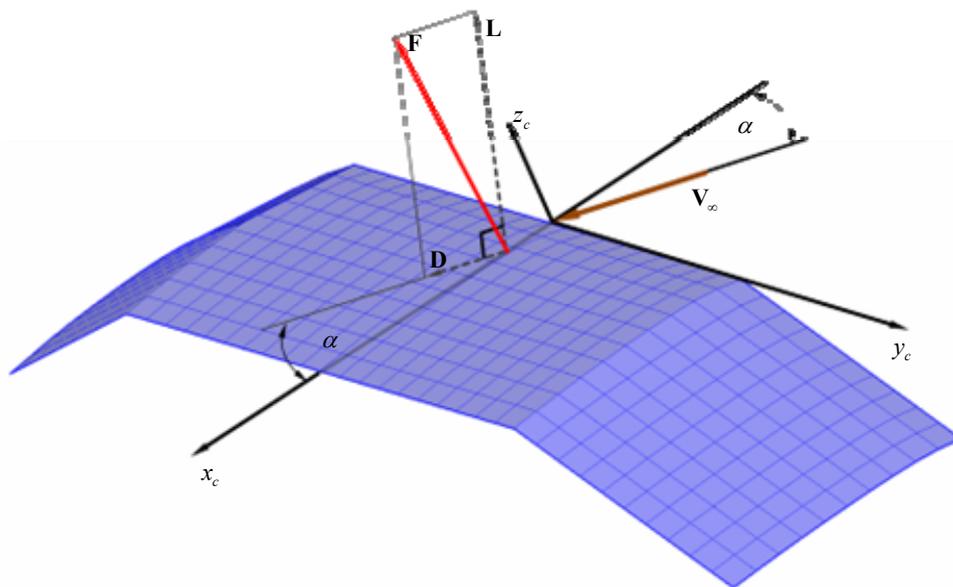


Figura 13: Sistemas de referencia utilizados para expresar los resultados de las simulaciones numéricas.

En este trabajo se estudian los efectos del cambio de forma en los coeficientes aerodinámicos de sustentación y resistencia, pero no se analiza la influencia sobre otras características relacionadas también con la aerodinámica de la configuración, como por ejemplo las características de control.

5.1 Vuelo estacionario

Se analizaron casos en los que el ala no cambia de forma mientras transcurre al vuelo. Los resultados obtenidos permiten inferir acerca de los beneficios de tener la capacidad de cambiar la forma del ala para realizar diferentes fases del vuelo. Por ejemplo, estudiar los potenciales beneficios de pasar de una configuración de vuelo de largo alcance con gran eficiencia, a otra de mayor maniobrabilidad, aunque con el costo de una eficiencia menor.

Se estudia un ala con las siguientes características:

- Envergadura de cada región: 5 (lo que da una envergadura total de 20);
- Cuerda: 5;
- Perfil: línea media de NACA-5320;
- Ángulo de ataque: 12° ; y
- Velocidad de la corriente libre: 1 (en unidades consistentes con las utilizadas para definir las envergaduras de las regiones y la cuerda).

Para la velocidad utilizamos una función escalón, lo que provoca un arranque impulsivo:

$$t < 0 \Rightarrow V_\infty = 0 \quad t \geq 0 \Rightarrow V_\infty = cte. \quad (19)$$

Se analizan los resultados obtenidos para 49 configuraciones. Los resultados se refieren al comportamiento, en estado estacionario, de los coeficientes adimensionales de sustentación y resistencia. Las variables independientes son los valores de los dos ángulos de diedro, α_A y α_B .

El método de análisis consiste en darle un valor a cada coordenada generalizada del ala, esto es, a α_A y α_B , y obtener los valores de C_L y C_D correspondientes a esa configuración en estado estacionario. Con esos datos se grafican luego los valores de los coeficientes aerodinámicos en función de las dos coordenadas generalizadas en gráficos tridimensionales.

Los ángulos de diedro de la región B varían entre 30° y -30° , tomando valores cada 10° . En este análisis no se utiliza la coordenada generalizada α_A definida en la sección 2.2, sino la coordenada α_A^* . La única diferencia entre α_A y α_A^* es que la última tiene valor cero cuando la región A se encuentra ubicada horizontalmente, es decir, cuando las cuerdas de la región A se encuentran contenidas en un plano paralelo al plano de la configuración base. De acuerdo a esto $\alpha_A^* = \alpha_B + \alpha_A$. Así definida esta coordenada generalizada, se le asignan valores iguales a los de α_B , es decir, entre 30° y -30° , tomando valores espaciados cada 10° .

En la Figura 14 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación C_L en función de las coordenadas generalizadas del ala, α_A^* y α_B . En la Figura 15 se muestra el comportamiento del coeficiente de resistencia C_D . Se observa que ambos coeficientes son mayores para el ala sin diedro. Sin embargo, en la Figura 16 se ve cómo la relación C_L/C_D , llamada también *relación de planeo*, es menor para esa configuración que para otras.

En la Figura 17 se muestran las dos configuraciones que se corresponden con los valores máximo y mínimo de la relación C_L/C_D . El mayor valor es $C_L/C_D = 7,75$ para la configuración con $\alpha_A^* = 30^\circ$ y $\alpha_B = 30^\circ$. La menor relación de planeo es $C_L/C_D = 7,38$ para la configuración con $\alpha_A^* = -10^\circ$ y $\alpha_B = 0^\circ$. Es interesante notar que si bien las diferencias existen, no son de una magnitud importante. El máximo valor de C_L/C_D es sólo un 5 % mayor que el menor de ellos.

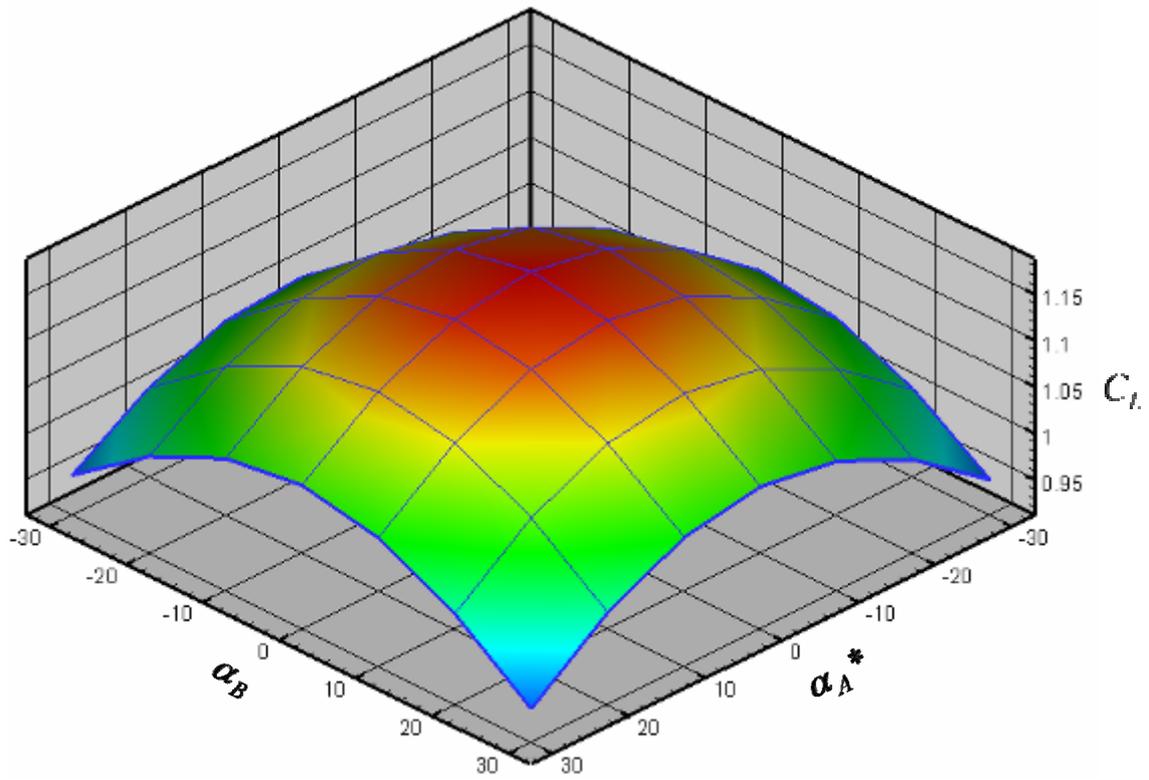


Figura 14: Variación del coeficiente de sustentación C_L en función de las coordenadas generalizadas, α_A^* y α_B .

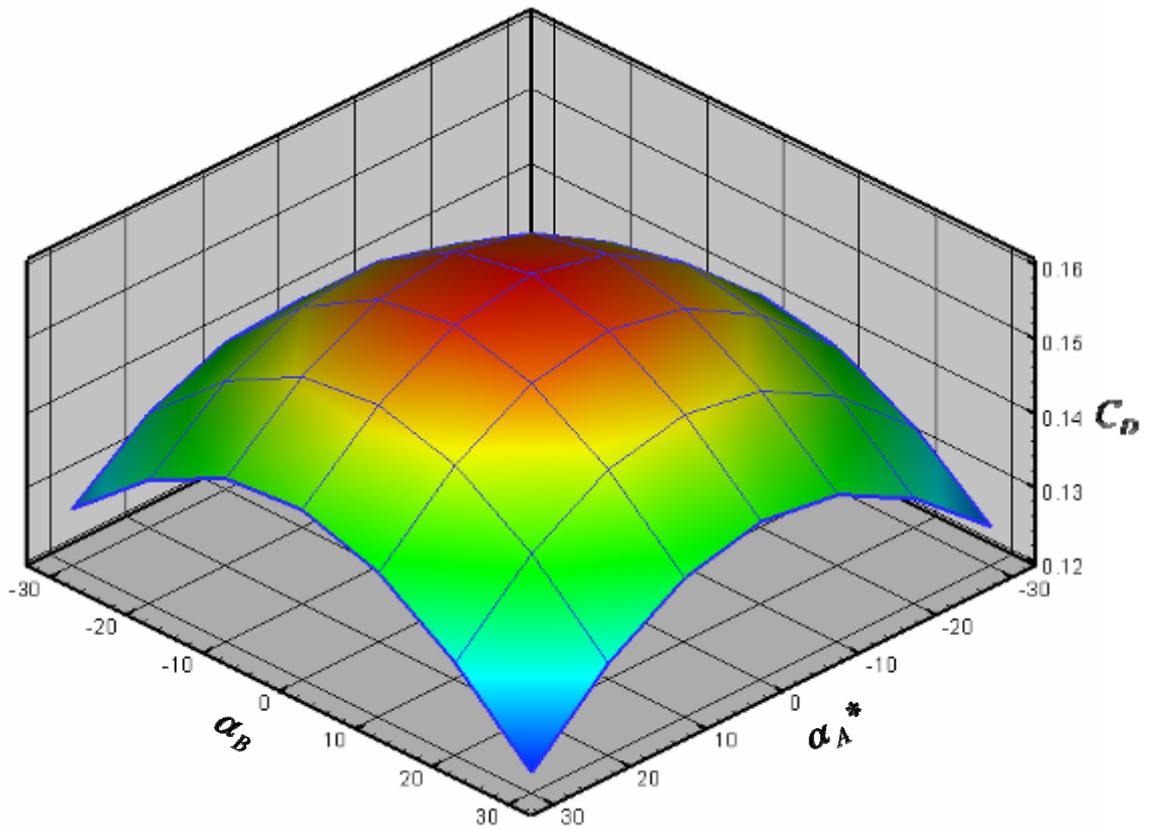


Figura 15: Variación del coeficiente de resistencia C_D en función de las coordenadas generalizadas, α_A^* y α_B .

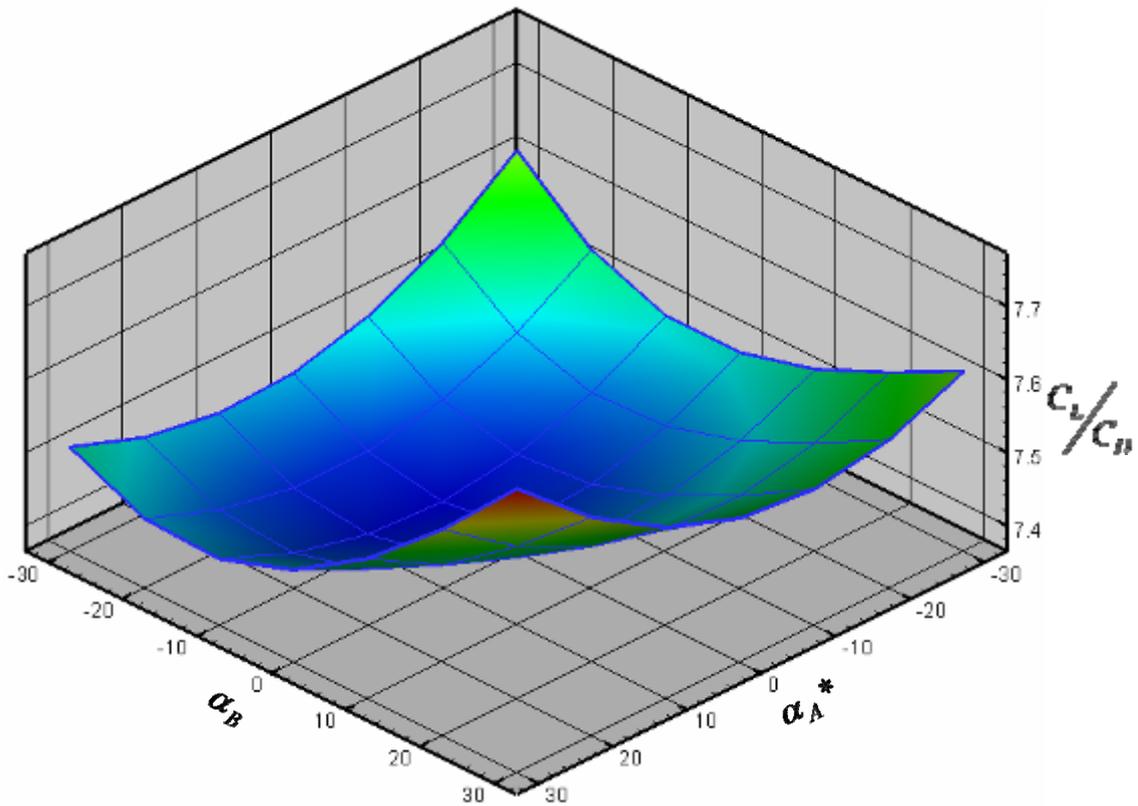


Figura 16: Variación de la relación de plano C_L/C_D en función de las coordenadas generalizadas, α_A^* y α_B .

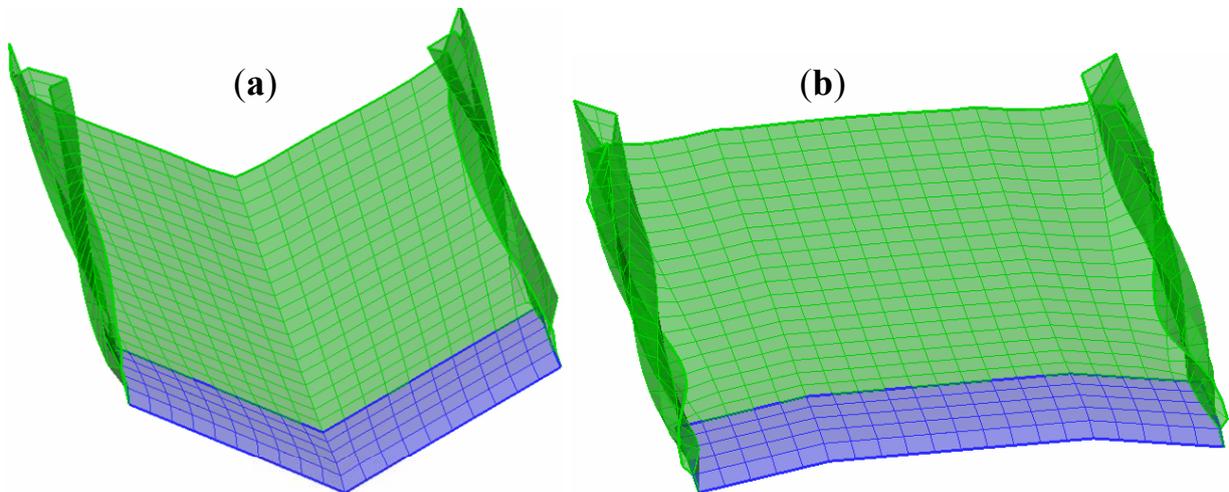


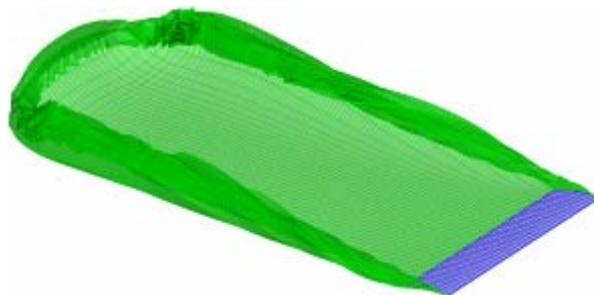
Figura 17: a) Configuración con máxima relación de plano; b) Configuración con mínima relación de plano.

5.2 Vuelo inestacionario

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para un caso en que el ala modifica el ángulo de diedro de las regiones A de manera dinámica a medida que se desarrolla el vuelo. La geometría utilizada es exactamente la misma usada en los casos de vuelo estacionario. La condición de vuelo es también la misma, es decir, 12° de ángulo de ataque y velocidad unitaria.

El vuelo se desarrolla en cuatro fases o etapas. En la primera se realiza el arranque impulsivo del movimiento con el ala sin diedro y se mantiene así hasta alcanzar el estado estacionario. Luego se suceden otras tres etapas. Al comienzo de cada una se produce una modificación en la

geometría del ala, variando el ángulo de diedro de las regiones A. Adoptado un valor determinado para α_A , se conserva esa geometría hasta alcanzar el estado de vuelo estacionario. Alcanzar el estado estacionario significa que se supera el régimen transitorio, llegándose a una condición en que la forma de la estela y los valores de los coeficientes aerodinámicos se mantienen constantes en el tiempo. La evolución temporal de la geometría durante el vuelo estudiado se detalla en la parte derecha de la Figura 18.

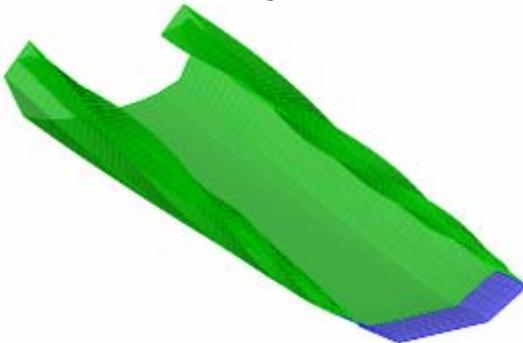


Arranque impulsivo con función escalón para la velocidad:

$$t < 0 \Rightarrow V_\infty = 0 \quad t \geq 0 \Rightarrow V_\infty = cte.$$

Ala recta, sin diedro: $\alpha_A = 0^\circ, \quad \alpha_B = 0^\circ$

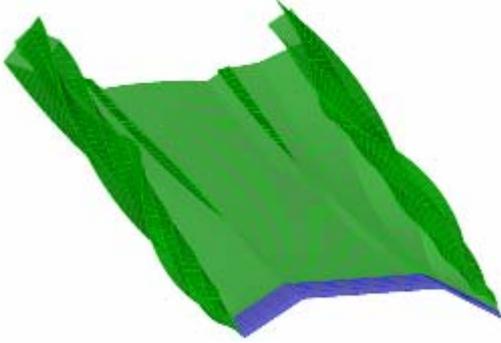
Sin deformación hasta llegar al estado estacionario.



Aumento del diedro de las regiones A hasta:

$$\alpha_A = 30^\circ, \quad \alpha_B = 0^\circ$$

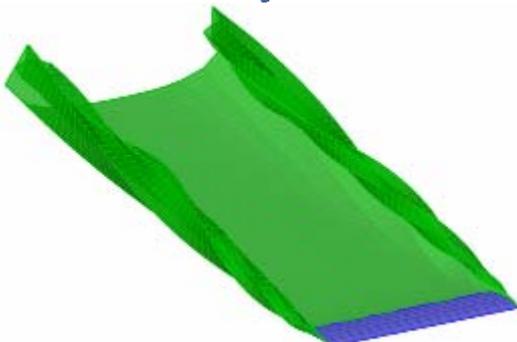
Sin deformación hasta llegar al estado estacionario.



Disminución del diedro de las regiones A hasta:

$$\alpha_A = -30^\circ, \quad \alpha_B = 0^\circ$$

Sin deformación hasta llegar al estado estacionario.



Aumento del diedro de las regiones A hasta volver a la condición inicial:

$$\alpha_A = 0^\circ, \quad \alpha_B = 0^\circ$$

Finalización del proceso al llegar al estado estacionario.

Figura 18: Desarrollo temporal de la configuración durante el vuelo con deformaciones dinámicas.

La variación en el tiempo de los coeficientes aerodinámicos adimensionales de resistencia y sustentación, C_L y C_D , puede observarse en la Figura 19. En el eje de abscisas se lee la cantidad de pasos de cálculo, que representan el paso del tiempo, pues cada paso de cálculo dura Δt . En el eje de ordenadas se leen los valores de los coeficientes adimensionales C_L y C_D , y los valores del ángulo de diedro, α_A , y de la velocidad angular, ω_A , de las regiones A.

La escala de α_A es tal que el valor que se lee es en realidad el ángulo de diedro en grados sexagesimales, dividido por 60 ($^\circ/60$). Esto se hace para poder representar claramente la evolución de todas las variables en un solo gráfico. El valor que se lee para ω_A es el módulo de la velocidad angular de la región A, en grados por segundo ($^\circ/\text{seg}$).

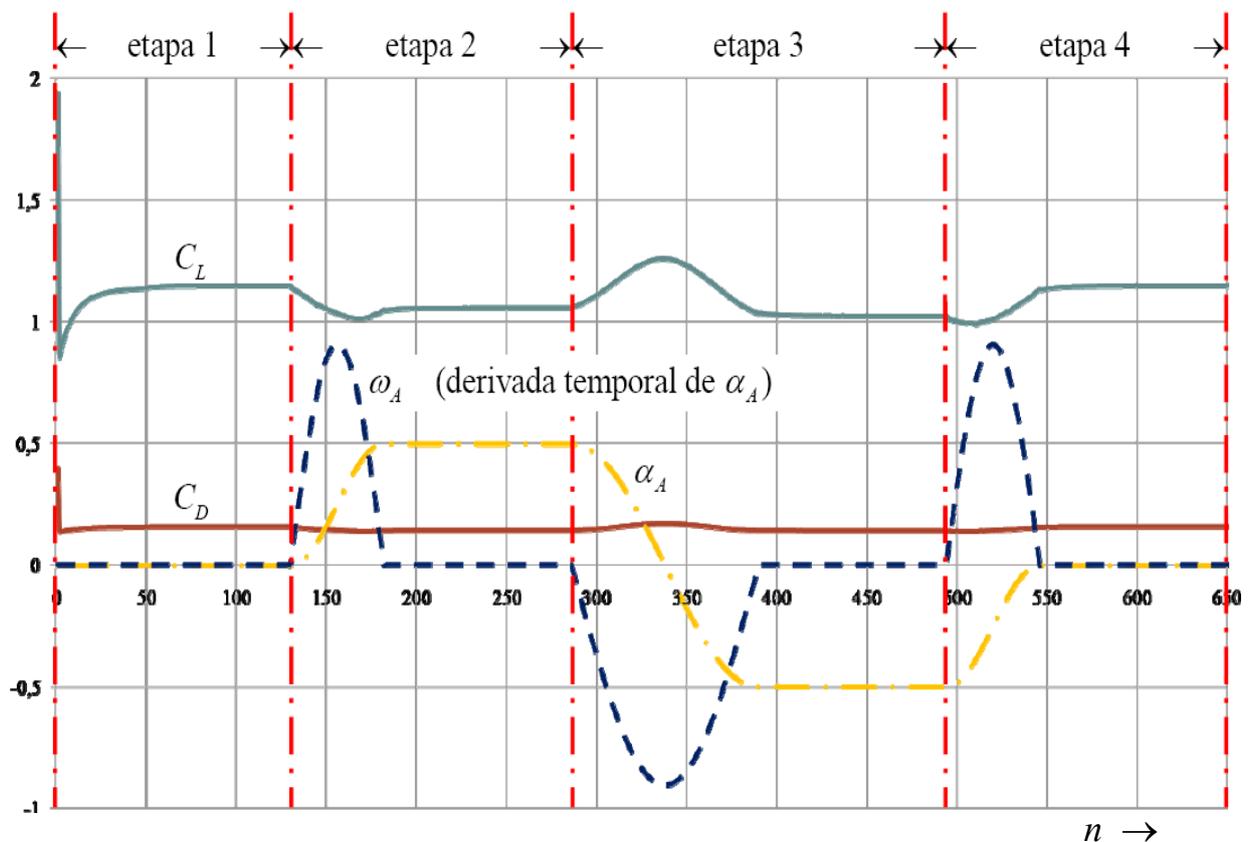


Figura 19: Evolución temporal de C_L , C_D , α_A y ω_A para el ala en un vuelo con deformaciones dinámicas.

Se observa una importante influencia de la rotación de las regiones A en los valores de C_L y C_D . Cuando ω_A es mayor que cero, las regiones A se mueven con una componente de velocidad en la dirección y sentido de la corriente libre haciendo decrecer el ángulo de ataque efectivo. Esto produce una disminución en las acciones aerodinámicas sobre el ala, que se ve reflejada en los menores valores obtenidos para los coeficientes aerodinámicos al comienzo de las etapas 2 y 4.

Mucho más notorio es el importante aumento de C_L y C_D cuando las regiones A rotan con $\omega_A < 0$. Las regiones adquieren una componente de velocidad en la dirección de la corriente libre, pero de sentido contrario, incrementando el ángulo de ataque efectivo. El efecto es contrario al analizado en el párrafo precedente. Como consecuencia se produce, al comienzo de la etapa 3, un aumento en los coeficientes de fuerza como se evidencia en la Figura 19.

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado una herramienta de simulación numérica de alta fidelidad que permite investigar el comportamiento aerodinámico no lineal y no estacionario de vehículos aéreos con alas que cambian de forma (morphing-wings). Esto se ha logrado gracias a la implementación computacional del UVLM en combinación con un modelo cinemático de las alas que pueden cambiar de forma durante el vuelo.

El código desarrollado permite obtener los coeficientes aerodinámicos de sustentación, C_L , resistencia, C_D , y fuerza lateral, C_{F_y} , en función del tiempo. Es posible realizar tanto simulaciones de vuelo estacionario como de vuelo inestacionario. En los casos de vuelo inestacionario las mutaciones dinámicas del ala se deben a una modificación de los ángulos de diedro de un ala sin flecha ni ahusamiento, que posee dos grados de libertad.

REFERENCIAS

- Batchelor, G. K., *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1967.
- Bae J.-S, Seigler, T.M. and Inman, D.J., Aerodynamic and static aeroelastic characteristics of a variable-span morphing wing, *Journal Of Aircraft*, 42, (2):528-534, 2005.
- Konstadinopoulos, P., Mook D.T. and Nayfeh A.H., A numerical method for general unsteady aerodynamics. AIAA-81-1877. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, August 19–21, Albuquerque, New Mexico, 1981.
- NewScientist.com news service, The next 100 years of flight -part two, 17 de diciembre de 2003.
- Preidikman, S., Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems. *Ph.D. Dissertation, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University*, 1998.
- ScienceDaily, First flight of the roboswift micro-airplane is a success. *Wageningen University And Research Centre*, 6 de marzo de 2008.
- Wu, J.C. and Thompson, J.F., Proceedings of project SQUID workshop on fluid dynamics of unsteady, three-dimensional, and separated flows. *Purdue University, Lafayette, Indiana*, 1971.