



4^{to} Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica



DESARROLLO DE UN CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA EL ANÁLISIS DE PERFILES MULTI-ELEMENTO EN FLUJO POTENCIAL INCOMPRESIBLE

Carlos A. Fernández^a y Jorge O. García^a

^a*Departamento de Aeronáutica – Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba. Av. Velez Sarfield 1601, (5000) Córdoba, Argentina <http://www.efn.uncor.edu>*

Palabras Clave : perfiles multi-elemento, método de paneles, flujo potencial, interfaz gráfica de usuario

Resumen

En el presente trabajo se desarrolla un código computacional, que cuenta con interfaz gráfica de usuario, para el análisis de perfiles aerodinámicos multi-elemento en flujo potencial e incompresible, y régimen estacionario, mediante el método de los paneles, usando un modelo de distribución de vórtices con variación de intensidad lineal. Actualmente las herramientas computacionales son muy útiles para fines educacionales, y aquellas que cuentan con un entorno gráfico facilitan su uso y mejoran la interpretación de los resultados. Para ello se utiliza el lenguaje de programación Java que permite ejecutar el programa desde un navegador de internet. La construcción de la configuración aerodinámica se realiza de modo interactivo, utilizando los componentes de la interfaz gráfica. Se determinan la distribución de presiones, las curvas de momento y sustentación, y el centro de presiones. Los resultados obtenidos han sido validados mediante comparación con soluciones teóricas y con salidas del software JavaFoil, obteniéndose una muy buena predicción de los coeficientes y curvas aerodinámicas para flujo potencial.

1. INTRODUCCIÓN

El cálculo de los campos de velocidades y de presiones debidos al movimiento subsónico de un fluido alrededor de un cuerpo arbitrario, es un problema importante en muchas ramas de la ingeniería, especialmente en la aeronáutica. La forma más simplificada de resolverlo es suponer que el flujo no es viscoso, es irrotacional e incompresible, de manera de obtener una primera aproximación de la solución, que luego se puede extender al caso viscoso mediante la teoría de la capa límite y al caso compresible con la utilización de reglas de similitud desarrolladas para este último. Los resultados que se logran con la teoría del flujo potencial e incompresible se pueden aplicar sin restricciones a muchas situaciones reales donde el flujo se puede considerar, hipotéticamente, sin fricción e incompresible.

Cuando se estudia el flujo bidimensional alrededor de un perfil aerodinámico, la fuerza de sustentación por unidad de longitud l se expresa como:

$$l = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c C_l \quad (1)$$

donde ρ_{∞} es la densidad del fluido, V_{∞} la magnitud de la velocidad de la corriente libre, c la cuerda del perfil y C_l el coeficiente de sustentación del mismo.

Se puede notar en la ecuación (1) que para alcanzar una cierta magnitud en la fuerza de sustentación, V_{∞} se puede mantener relativamente baja, ya sea aumentando la cuerda o incrementando el coeficiente de sustentación bidimensional. Surge de esta observación la necesidad de contar con dispositivos que aumenten el valor de la fuerza de sustentación, los cuales se denominan sistemas hipersustentadores.

La sustentación adicional proporcionada por un sistema hipersustentador que cambia la configuración geométrica se alcanza a través de [1]: a) un incremento en la combadura del perfil, b) el control de la capa límite resultante de mejorar la distribución de presiones, y c) un incremento de la superficie alar en el caso de los sistemas que al deflectarse aumentan la cuerda del perfil.

Los dispositivos hipersustentadores que emplean perfiles multi-elemento producen un gran aumento de la fuerza de sustentación mediante las acciones mencionadas en el párrafo precedente, de modo que ellos resultan de suma importancia a fin de asegurar que la velocidad del avión no alcance valores inaceptablemente altos durante las maniobras de descolaje, aproximación y aterrizaje.

2. MODELO AERODINÁMICO

2.1. Definición del problema de flujo potencial incompresible

Se utiliza la aproximación de campo de movimiento potencial, es decir no viscoso e irrotacional, incompresible y estacionario. Para que el modelo de flujo potencial sea válido para los cálculos aerodinámicos, se debe cumplir que los efectos viscosos sean pequeños, de forma que puedan considerarse nulos y también que el movimiento del fluido sea subsónico en todas partes. Si, por otra parte, se tienen bajas velocidades del flujo en cualquier punto, este puede considerarse incompresible.

Si el flujo es potencial, el vector velocidad \mathbf{V} se puede expresar como el gradiente de una función escalar del punto de coordenadas (x, y, z) y en general del tiempo t , denominada potencial de la velocidad Φ^* :

$$\mathbf{V} = \nabla \Phi^*_{(x,y,z,t)} \quad (2)$$

Considerando al flujo como incompresible, la ecuación de conservación de la masa se reduce a:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3)$$

Reemplazando la ecuación (2) en la (3), se llega a una ecuación diferencial parcial lineal, homogénea, de segundo orden, conocida como ecuación de Laplace, la cual modela el problema en estudio:

$$\nabla^2 \Phi^* = 0 \quad (4)$$

Como la ecuación de Laplace expresa simultáneamente la condición de irrotacionalidad y la conservación de la masa, que es también la condición de incompresibilidad, toda función Φ^* que la satisfaga representa un caso posible de movimiento potencial e incompresible de un fluido [2].

El aspecto del campo de un movimiento potencial incompresible, para un conjunto de condiciones de contorno establecidas, se determina encontrando la función solución de la ecuación de Laplace, que satisfaga dichas condiciones. La ecuación (4) no comprende a la variable temporal, y por lo tanto, si el movimiento es inestacionario, la solución Φ^* se determina para cada instante, usando las condiciones de contorno que existen en ese momento.

2.2. Condiciones de contorno

Para un cuerpo sumergido en el fluido, la componente normal de la velocidad a la superficie del cuerpo debe ser cero, en un sistema de coordenadas fijo al cuerpo [3]:

$$\nabla\Phi^* \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (5)$$

donde \mathbf{n} es un vector normal a la superficie del cuerpo, y $\nabla\Phi^*$ se mide en un sistema de referencia fijo al cuerpo, por lo que el contorno de este último debe ser línea de corriente. La condición de contorno expresada en la ecuación (5), se conoce como condición de contorno de Neumann.

Las perturbaciones producidas por la presencia del cuerpo en el campo de movimiento deben desaparecer en el infinito [3]:

$$|\mathbf{v}| \rightarrow 0 \quad \text{para} \quad |\mathbf{r}| \rightarrow \infty \quad (6)$$

siendo $\mathbf{r} = (x, y, z)$ el vector posición del punto P , donde se mide la velocidad de perturbación \mathbf{v} debida a la presencia del perfil.

2.3. Solución de la ecuación de flujo potencial incompresible

La solución de la ecuación de Laplace puede obtenerse distribuyendo soluciones elementales en los contornos del cuerpo. Estas soluciones elementales pueden ser fuentes, dobletes y vórtices. Ellas satisfacen automáticamente la condición de contorno (6), ya que sus campos de velocidades \mathbf{v} decaen cuando $|\mathbf{r}| \rightarrow 0$. Sin embargo, en el punto $\mathbf{r} = 0$ la velocidad se vuelve singular, por lo que a las soluciones básicas se las llama soluciones singulares.

Ya que la ecuación de Laplace es lineal, se puede usar la superposición de soluciones o singularidades para formar un campo de movimiento determinado.

Entonces, para representar el campo de movimiento de un cuerpo sumergido en un fluido, se considera un potencial uniforme Φ_∞ para el flujo no perturbado, y sobre la superficie del cuerpo se colocan las singularidades con sus respectivos potenciales de perturbación Φ :

$$\Phi^* = \Phi_\infty + \Phi \quad (7)$$

La solución del problema de un cuerpo sumergido en flujo potencial incompresible, se reduce a encontrar la apropiada distribución de singularidades elementales sobre el contorno del cuerpo, que satisfagan la condición de borde (5).

Se tienen como incógnitas a las intensidades de las singularidades utilizadas, debiendo emplearse las condiciones de contorno del problema para obtener sus valores.

3. MÉTODO NUMÉRICO DE LOS PANELES BIDIMENSIONALES

3.1. Introducción

El método de los paneles consiste en discretizar el contorno del cuerpo en un determinado número de elementos planos denominados paneles, siendo para el caso bidimensional, segmentos rectilíneos. Cada uno de ellos tiene una distribución de singularidades en su longitud con un valor de intensidad a determinar.

En un punto de cada panel, se hace que se cumpla la condición de contorno de velocidad normal nula; estos puntos se llaman puntos de control.

Se obtiene una ecuación algebraica lineal para cada panel, de manera que el problema se reduce a resolver un sistema de ecuaciones lineales, cuya solución es la intensidad de la singularidad en cada panel.

Con la determinación de la intensidad de las singularidades se pueden conocer la velocidad tangencial en cada punto de control y el campo de presiones correspondiente.

3.2. Discretización de la geometría

Se aproxima el perfil mediante N paneles rectilíneos, numerados a partir del borde de fuga en sentido horario, siendo $N+1$ el número de nodos (ver Figura 1). Se conocen las coordenadas (x, z) del punto inicial i y del punto final $i+1$ de cada panel, calculándose luego, la coordenada (x, z) de su punto medio i_m y el ángulo de inclinación β_i del mismo (Figura 2).

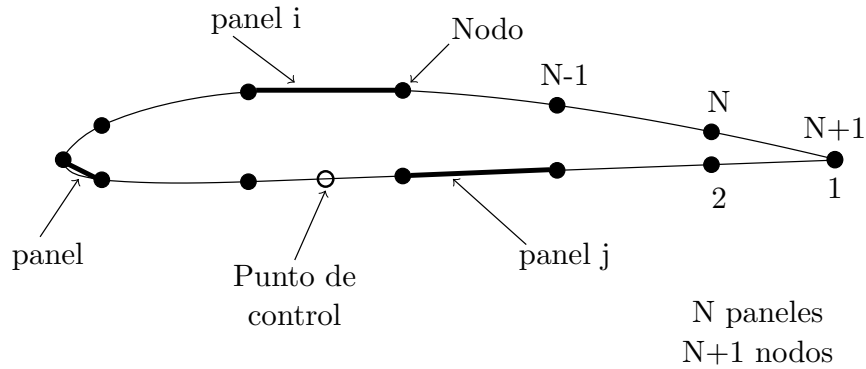


Figura 1: Esquema de discretización del perfil en paneles.

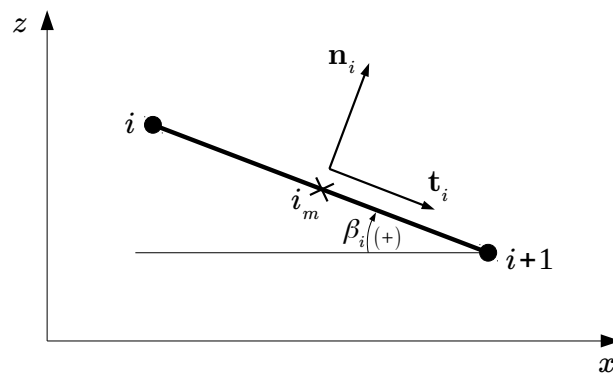


Figura 2: Características geométricas del panel i .

3.3. Selección de la singularidad elemental

Cada panel tiene una distribución de singularidades dada, empleándose en este estudio, vórtices con distribución de intensidad lineal γ . La nomenclatura para la distribución de paneles de vórtices con intensidad de variación lineal se muestra en la figura 3.

Las componentes $(u, w)_p$ de la velocidad inducida en el punto P por la distribución de vórtices del panel j es la suma de una parte correspondiente a una intensidad constante y de otra debida a una intensidad lineal. Usando el sistema de coordenadas del panel $(x, z)_p$, y desdoblado la contribución de los bordes delantero y trasero del panel, estas componentes se expresan como [3]:

$$u_p^a = \left[-z \ln \left| \frac{r_{j+1}}{r_j} \right| + (x_{j+1} - x_j)(\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \frac{\gamma_j}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \quad (8)$$

$$w_p^a = \left[(x_{j+1} - x_j) \ln \left| \frac{r_j}{r_{j+1}} \right| - (x_{j+1} - x_j) + z(\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \frac{\gamma_j}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \quad (9)$$

$$u_p^b = \left[z \ln \left| \frac{r_{j+1}}{r_j} \right| + (x - x_j)(\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \frac{\gamma_{j+1}}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \quad (10)$$

$$w_p^b = \left[(x - x_j) \ln \left| \frac{r_j}{r_{j+1}} \right| + (x_{j+1} - x_j) - z(\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \frac{\gamma_{j+1}}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \quad (11)$$

donde los superíndices $()^a$ y $()^b$ representan la contribución de la intensidad de la singularidad en los bordes delantero y trasero de cada panel respectivamente, y θ es el ángulo entre el vector r y el eje longitudinal del panel (ver Figura 3).

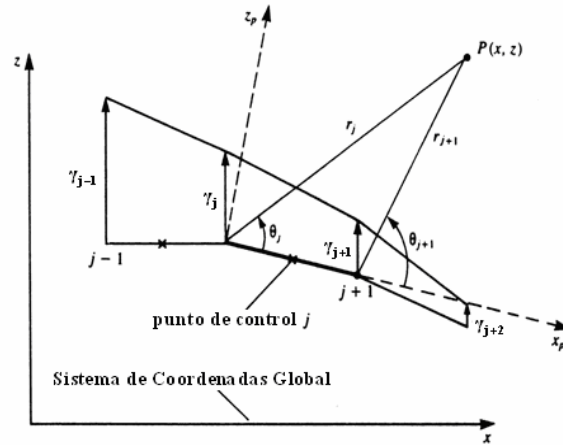


Figura 3: Nomenclatura de paneles con vórtices con intensidad de variación lineal [3].

Las componentes (u, w) de la velocidad en cada panel j (Figura 3) en el sistema de coordenadas globales se obtienen rotando las respectivas componentes $(u, w)_p$ en el sistema de coordenadas del panel:

$$\begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & \sin \beta_j \\ -\sin \beta_j & \cos \beta_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_p \\ w_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

Entonces, las ecuaciones (8), (9), (10) y (11) se pueden expresar en el sistema global, usando la transformación dada en (12):

$$\begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & \sin \beta_j \\ -\sin \beta_j & \cos \beta_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_p^a \\ w_p^a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \beta_j & \sin \beta_j \\ -\sin \beta_j & \cos \beta_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_p^b \\ w_p^b \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_p^a \\ w_p^a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_p^b \\ w_p^b \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.4. Reducción del problema a un sistema de ecuaciones algebraicas lineales

Para cada uno de los paneles se obtiene una ecuación algebraica basada en las condiciones de contorno en cada uno de los puntos de control. Para generar estos coeficientes de manera automática se suponen singularidades con intensidades unitarias, lo que permite utilizar una rutina de cálculo de coeficientes de influencia que sea llamada todas las veces que sea necesario.

La velocidad en un punto cualquiera del campo de movimiento es:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_\infty + \mathbf{v} \quad (15)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad de perturbación inducida por los vórtices de todos los paneles y \mathbf{V}_∞ es la velocidad de la corriente libre.

La velocidad de la corriente libre se puede expresar en función de sus componentes:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_\infty &= V_\infty (\cos \alpha, \sin \alpha) \\ &= (U_\infty, W_\infty) \end{aligned} \quad (16)$$

donde U_∞ y W_∞ son las componentes del vector velocidad del flujo libre según el sistema de coordenadas global, y α es el ángulo de ataque.

La componente normal de la velocidad (U, W) en cada panel i , que se denota como V_{n_i} , se escribe:

$$V_{n_i} = (U, W)_i \cdot \mathbf{n}_i \quad (17)$$

El miembro derecho de la ecuación (17) es:

$$(U, W)_i \cdot \mathbf{n}_i = (U_\infty, W_\infty)_i \cdot \mathbf{n}_i + (u, w)_i \cdot \mathbf{n}_i \quad (18)$$

donde $\mathbf{n}_i = (\sin \beta_i, \cos \beta_i)$ es el versor normal saliente del panel i , y (u, w) son las componentes de la velocidad inducida en el panel i según el sistema de coordenadas global.

La componente tangencial de la velocidad en cada panel i , indicada como V_{t_i} , se expresa:

$$V_{t_i} = (U, W)_i \cdot \mathbf{t}_i \quad (19)$$

El miembro derecho de la ecuación (19) se escribe:

$$(U, W)_i \cdot \mathbf{t}_i = (U_\infty, W_\infty)_i \cdot \mathbf{t}_i + (u, w)_i \cdot \mathbf{t}_i \quad (20)$$

donde $\mathbf{t}_i = (\cos \beta_i, -\sin \beta_i)$ es el versor tangente del panel i .

Para determinar el coeficiente de presión C_p en un panel i , se debe conocer la velocidad tangencial en el mismo, para luego aplicar la ecuación de Bernoulli:

$$C_{p_i} = 1 - \left(\frac{V_{t_i}}{V_\infty} \right)^2 \quad (21)$$

En el punto de control del panel i inducen velocidades tangenciales los vórtices situados en los extremos de los N paneles. Como la intensidad del vórtice del punto final de un panel es igual a la intensidad del vórtice del punto inicial del siguiente panel, serán $N+1$ los vórtices que inducen velocidades en el punto de control del panel i , por lo que la ecuación (19) se puede escribir:

$$V_{t_i} = (U_\infty, W_\infty)_i \cdot (\cos \beta_i, -\sin \beta_i) + \sum_{j=1}^{N+1} b_{ij} \gamma_j \quad (22)$$

Se define el coeficiente de influencia b_{ij} como la velocidad tangencial inducida en el punto de control del panel i por las singularidades de intensidad unitaria ubicadas en los extremos de un panel j cualquiera:

$$b_{ij} = (u, w)_{i,j} \cdot \mathbf{t}_i \quad (23)$$

Con los coeficientes b_{ij} se construye una matriz \mathbf{B} de dimensión $N \times N+1$; los coeficientes b_{ij} dependen sólo de la posición relativa entre los paneles i y j .

Si se conocen las $N+1$ intensidades γ_j en la ecuación (22), se puede determinar la velocidad tangencial en cada panel, y luego el coeficiente de presión respectivo. Las $N+1$ intensidades γ_j se obtienen a partir de la condición de contorno (5) y además, de una condición adicional que consiste en la condición de Kutta, la cual se escribiera más adelante. La ecuación (5) expresa que la componente normal de la velocidad en cada panel i debe ser nula:

$$\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{n}_i = 0 \quad (24)$$

Usando la ecuación (18), la condición de borde (24) queda:

$$(U_\infty, W_\infty)_i \cdot \mathbf{n}_i + (u, w)_i \cdot \mathbf{n}_i = 0 \quad (25)$$

que expresada sintéticamente es:

$$V_{\infty_{n_i}} + v_{n_i} = 0 \quad (26)$$

llegándose a:

$$v_{n_i} = -V_{\infty_{n_i}} \quad (27)$$

De modo similar que para el caso de velocidad tangencial, son $N+1$ los vórtices que inducen velocidades normales en el punto de control del panel i , por lo que la ecuación (27) se puede escribir:

$$\sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \gamma_j = -V_{\infty_{n_i}} \quad (28)$$

Se define el coeficiente de influencia a_{ij} como la velocidad normal inducida en el punto de control del panel i por las singularidades de intensidad unitaria ubicadas en los extremos de un panel j cualquiera:

$$a_{ij} = (u, w)_{i,j} \cdot \mathbf{n}_i \quad (29)$$

La ecuación (28) es una ecuación lineal algebraica, que se debe cumplir en el punto de control de cada panel; los coeficientes a_{ij} dependen sólo de la posición relativa entre los paneles i y j .

La componente normal de la velocidad de la corriente libre sobre cada panel i es:

$$\begin{aligned} V_{\infty n_i} &= V_{\infty}(\cos \alpha, \sin \alpha) \cdot (\sin \beta_i, \cos \beta_i) \\ &= V_{\infty}(\cos \alpha \sin \beta_i + \sin \alpha \cos \beta_i) \end{aligned} \quad (30)$$

A partir de (28) se construye un sistema de N ecuaciones lineales, una para cada panel i , con $N+1$ incógnitas γ_j , una para cada nodo j .

La condición de contorno que resta definir para que el sistema de ecuaciones que surge de (28) sea determinado, es la condición de Kutta en el borde de fuga (BF):

$$\gamma_{BF} = 0 \quad (31)$$

Es importante destacar que, el método de paneles requiere para la aplicación de la condición de Kutta, que el borde de fuga del perfil sea cerrado (ver Figura 1).

Como en el borde de fuga hay dos nodos, el nodo 1 y el nodo $N+1$, la ecuación (31) se puede escribir:

$$\gamma_1 + \gamma_{N+1} = 0 \quad (32)$$

Finalmente, el problema se reduce a la solución de un sistema de $N+1$ ecuaciones algebraicas lineales con $N+1$ incógnitas γ_j :

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,N+1} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \cdots & a_{N,N+1} \\ 1 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_N \\ \gamma_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_{\infty n_1} \\ -V_{\infty n_2} \\ \vdots \\ -V_{\infty n_N} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Denotando como \mathbf{A} a la matriz de coeficientes del sistema (33); como $\boldsymbol{\gamma}$ al vector incógnita; y como \mathbf{rhs} , al vector derecho del sistema (debido a su nombre en inglés: right hand side), (33) puede escribirse en forma sintética:

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{rhs} \quad (34)$$

Obtenidas las $N+1$ intensidades γ_j del sistema (34) se puede conocer la velocidad tangencial V_{t_i} en cada panel i a través de la ecuación (22), y luego el respectivo coeficiente de presión C_{p_i} usando (21).

3.5. Determinación de los coeficientes aerodinámicos

Calculado el coeficiente de presión, a través de (21), en el panel i de longitud s_i (Figura 2), se obtiene el aporte C_{l_i} del mismo al coeficiente de sustentación:

$$C_{l_i} = -C_{p_i} s_i \cos(\alpha + \beta_i) \quad (35)$$

El coeficiente de sustentación C_l del perfil está dado por la contribución de los N paneles:

$$C_l = \sum_{i=1}^N C_{l_i} \quad (36)$$

Eligiendo a la coordenada $(x_{ref}; z_{ref}) = (\frac{c}{4}; 0)$ como punto de referencia, el coeficiente de momento al cuarto de cuerda $C_{m_{1/4}}$ es:

$$C_{m_{1/4}} = \sum_{i=1}^N C_{p_i} s_i \left[\left(x_i - \frac{c}{4} \right) \cos \beta_i - z_i \sin \beta_i \right] \quad (37)$$

4. MÉTODO DE LOS PANELES APLICADO A PERFILES MULTI-ELEMENTO

4.1. Aplicación del método a perfiles multi-elemento

Para resolver el problema de perfiles multi-elemento en flujo potencial, incompresible y estacionario mediante el método de paneles bidimensionales, se sigue el procedimiento descrito en la sección 3.2.

Considere que se agrega un hipersustentador o flap de borde de fuga al perfil principal, como se muestra en la figura 4. Se aproxima el flap mediante N' paneles rectilíneos numerados a partir del borde de fuga en sentido horario, siendo $N' + 1$ el número de nodos o puntos del mismo. El perfil principal se paneliza como se hizo anteriormente, usando N paneles y $N+1$ puntos; de modo que se tienen: $N+N'$ paneles y $N+N'+2$ nodos.

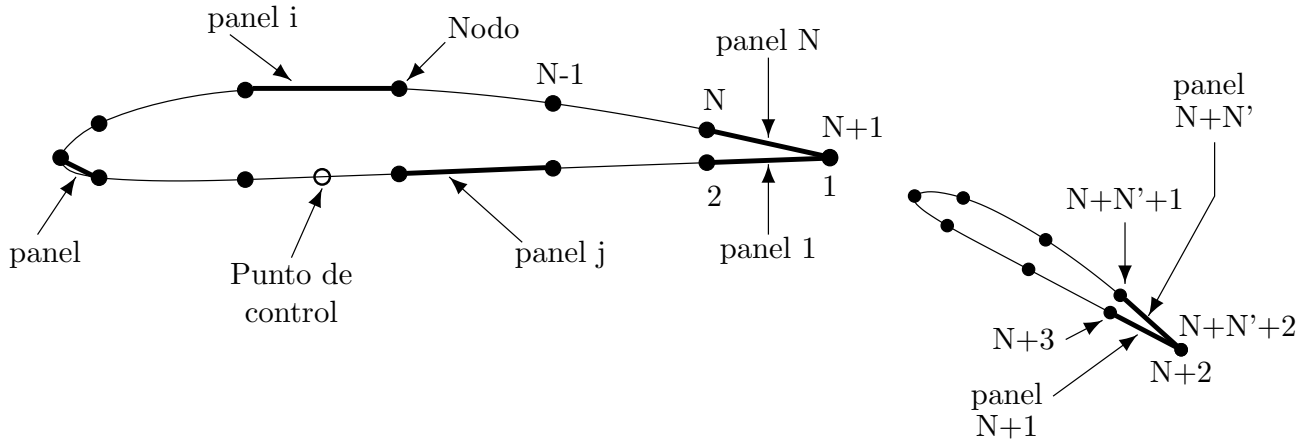


Figura 4: Panelización del perfil principal y del flap de borde fuga.

La componente tangencial de la velocidad en el punto de control de cada panel i es:

$$V_{t_i} = (U_\infty, W_\infty)_i \cdot (\cos \beta_i, -\sin \beta_i) + \sum_{j=1}^{N+N'+2} b_{ij} \gamma_j \quad (38)$$

La condición de contorno en el punto de control del mismo panel es:

$$\sum_{j=1}^{N+N'+2} a_{ij} \gamma_j = -V_{\infty n_i} \quad (39)$$

con $i = 1, 2, \dots, N+N'$ paneles y $j = 1, 2, \dots, N+N'+2$ nodos.

Para el caso de perfiles multi-elemento, los coeficientes de influencia a_{ij} y b_{ij} en cada punto de control, tendrán la contribución de los paneles del perfil principal y de los paneles del flap.

A partir de (39) se construye un sistema de $N+N'$ ecuaciones lineales, una para cada panel i , con $N+N'+2$ incógnitas γ_j , una para cada nodo j . Para que el sistema de ecuaciones obtenido a partir de (39) sea determinado, se deben agregar la condición de Kutta:

a) en el borde de fuga del perfil principal, dada por la ecuación (32):

$$\gamma_1 + \gamma_{N+1} = 0$$

b) en el borde de fuga del flap:

$$\gamma_{N+2} + \gamma_{N+N'+2} = 0 \quad (40)$$

Se obtiene así, un sistema de $N+N'+2$ ecuaciones algebraicas lineales con $N+N'+2$ incógnitas γ_j :

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,N+1} & a_{1,N+2} & \cdots & a_{1,N+N'+2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,N+1} & a_{2,N+2} & \cdots & a_{2,N+N'+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \cdots & a_{N,N+1} & a_{N,N+2} & \cdots & a_{N,N+N'+2} \\ 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \cdots & a_{N,N+1} & a_{N,N+2} & \cdots & a_{N,N+N'+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N+N'+1,1} & a_{N+N'+1,2} & \cdots & a_{N+N'+1,N+1} & a_{N+N'+1,N+2} & \cdots & a_{N+N'+1,N+N'+2} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_N \\ \gamma_{N+1} \\ \gamma_{N+2} \\ \vdots \\ \gamma_{N+N'+1} \\ \gamma_{N+N'+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rhs_1 \\ rhs_2 \\ \vdots \\ rhs_N \\ 0 \\ rhs_{N+2} \\ \vdots \\ rhs_{N+N'+1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Obtenidas las $N+N'+2$ intensidades γ_j del sistema expresado (41), se puede conocer la velocidad tangencial V_{t_i} en cada panel i a través de la ecuación (38), luego el respectivo coeficiente de presión C_{p_i} usando (21), y finalmente, la contribución C_{l_i} al coeficiente de sustentación usando la ecuación (35).

El coeficiente de sustentación C_l de la configuración con hipersustentador está dado por la contribución de los $N+N'$ paneles:

$$C_l = \sum_{i=1}^{N+N'} C_{l_i} \quad (42)$$

Tomando a $(x_{ref}; z_{ref}) = (\frac{c}{4}; 0)$ como punto de referencia, el coeficiente de momento al cuarto de cuerda del perfil principal $C_{m_{1/4}}$ es:

$$C_{m_{1/4}} = \sum_{i=1}^{N+N'} C_{p_i} s_i \left[\left(x_i - \frac{c}{4} \right) \cos \beta_i - z_i \sin \beta_i \right] \quad (43)$$

4.2. Limitación de la validez del modelo potencial

La zona de separación de la capa límite tiene un efecto significativo sobre la sustentación, resistencia y momento de cabeceo que actúa sobre el perfil. Ya que la capa límite es un factor dominante en la determinación de las performances aerodinámicas de perfiles multi-elemento, la teoría no viscosa es insuficiente, ya que no puede predecir la sustentación máxima del perfil.

Los métodos de flujo potencial que se usan para obtener la velocidad en puntos determinados sobre la superficie del perfil usualmente emplean métodos de distribución de singularidades, como es el caso del método de los paneles.

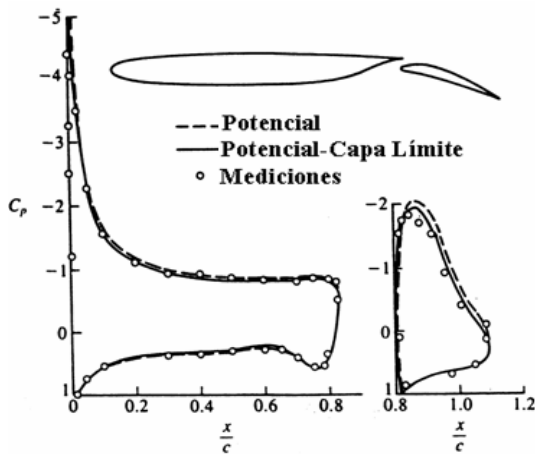


Figura 5: Efecto de la capa límite sobre la distribución de C_p para un perfil con flap [3].

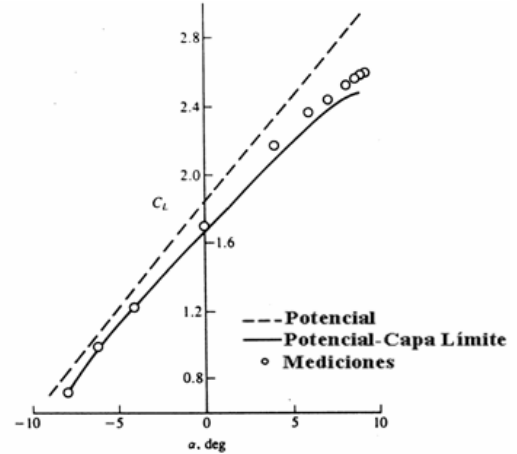


Figura 6: Efecto de la capa límite sobre la curva de C_l para un perfil con flap [3].

Estos métodos han sido ampliamente usados con el advenimiento de las computadoras digitales de gran capacidad y velocidad, necesarias para resolver los grandes sistemas de ecuaciones simultáneas. Pueden trabajar con perfiles de forma arbitraria a “cualquier” orientación relativa respecto de la corriente libre, aunque existen límites para la validación de la simulación numérica del flujo real, ya que con la teoría de flujo potencial no se obtienen buenos resultados a medida que la influencia de la capa límite se vuelve importante, y se aleja muchísimo del fenómeno físico real cuando existe desprendimiento de flujo, hecho que ocurre para elevados ángulos de ataque o grandes deflexiones [1].

Estos modelos pueden mejorarse acoplado de manera iterativa las soluciones de flujo potencial con las correspondientes a la capa límite, pero sólo hasta el punto de separación.

Como ejemplo, se observan en las figuras 5 y 6, las soluciones obtenidas por el método conjunto potencial-capas límite, comparadas con resultados experimentales. Para el caso de flujo adherido, se ve como la presencia de la capa límite reduce un poco la diferencia de presiones (Figura 5), y por lo tanto la sustentación, obtenida por la solución potencial (Figura 6).

5. IMPLEMENTACIÓN DEL PROGRAMA

El programa desarrollado, denominado MultiFoil, permite crear configuraciones de perfiles multi-elemento a través de una interfaz gráfica de usuario (GUI). Calcula y grafica la distribución de los coeficientes de presiones C_p , determina los coeficientes aerodinámicos C_l y C_m , grafica sus curvas y obtiene la posición del centro de presiones X_{cp} sobre la cuerda del perfil, tanto para configuraciones simples como multi-elemento.

El objetivo fue realizar un programa que fuera fácil de usar, legal, y multiplataforma. Se eligió el lenguaje de programación Java, ya que permite escribir pequeños programas, llamados applets, que se ejecutan dentro de un navegador, por ejemplo Mozilla Firefox, al cargar una página desde un servidor Web. MultiFoil se desarrolló como un applet, utilizándose el entorno de desarrollo BlueJ. Se debe mencionar que un applet también se puede correr en una computadora sin necesidad de conexión a Internet, si se lo tiene en un directorio, y en este se encuentra el documento HTML en el cual se cargó el applet. En la figura 7 se muestra la página de inicio para ejecutar MultiFoil.

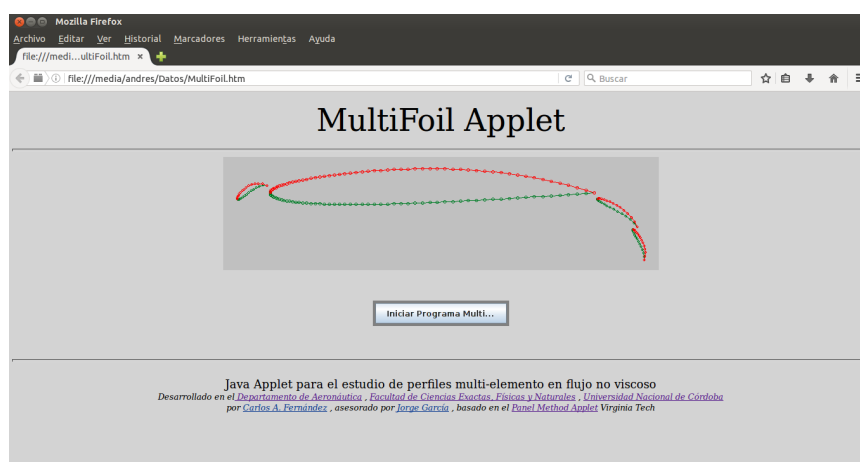


Figura 7: Página de inicio del programa MultiFoil.

Un programa basado en una GUI debe estar preparado para entrada de datos por teclado o para acciones sobre el ratón sobre los elementos de la interfaz gráfica. Estas acciones se conocen como eventos, y todo programa que responde a estos se dice que es controlado por eventos. Por esta razón, se debe utilizar el paradigma de programación orientada a objetos y crear clases con los métodos que manejen los eventos sobre las componentes de la GUI (botones, áreas de texto, barras de desplazamiento, etiquetas, listas desplegables, etc.), generen las geometrías, y realicen los cálculos y los gráficos.

Como punto de partida para el desarrollo del programa, se toma el código realizado en Java en [4], trabajo en el que se había modificado, adaptado y ampliado, incluyendo un generador de perfiles Naca series 4 y 5, algunas clases de otro programa [5], para el cálculo de perfiles simples por el método de los paneles. MultiFoil también cuenta con el módulo de cálculo de las características de capa límite para perfiles simples realizado en [4].

Se programaron clases para la creación de hipersustentadores de manera rápida e interactiva, para el cálculo de las configuraciones multi-elemento, y para ampliar la interfaz gráfica del programa debido al mayor número de

DESARROLLO DE UN CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA EL ANÁLISIS DE PERFILES MULTI-ELEMENTO EN FLUJO POTENCIAL INCOMPRESIBLE

prestaciones que esta ofrece. Otra característica importante es que se escribió código destinado a liberar memoria durante el uso del programa, luego de realizar los cálculos.

La interfaz gráfica cuenta con cinco pestañas: en la primera, se crea el perfil principal y se calculan los coeficientes si no se usan hipersustentadores (Figura 8); en la segunda, se diseñan los hipersustentadores (Figura 9); la tercera, sirve para ver la configuración completa y calcular los coeficientes (Figura 10); la cuarta, muestra los gráficos de distribución de presiones y curvas de coeficientes de sustentación y de momento (Figura 11); y en la última pestaña, se calculan características de capa límite para un perfil simple.

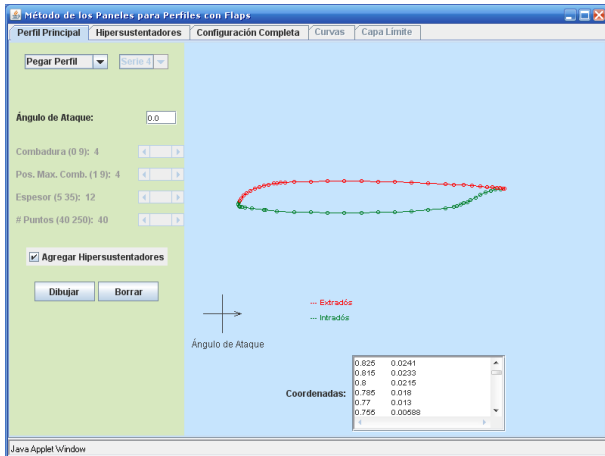


Figura 8: Pestaña del perfil principal.

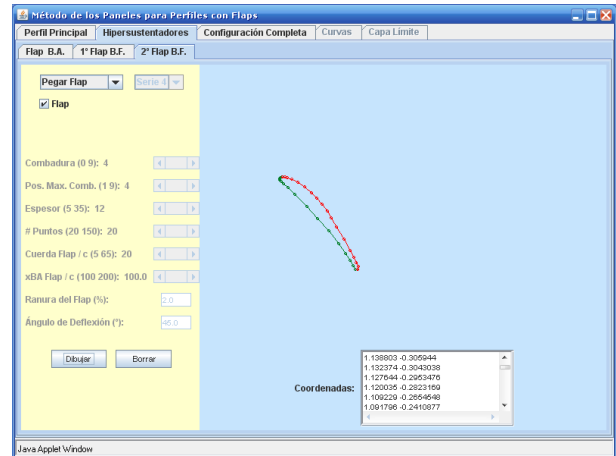


Figura 9: Pestaña de los hipersustentadores.

Se pueden crear cinco configuraciones multi-elemento: 1) perfil con un flap de borde de fuga, 2) perfil con dos flaps de borde de fuga, 3) perfil con un flap de borde de ataque, 4) perfil con un slat de borde de ataque y un flap de borde de fuga y 5) perfil con un slat de borde de ataque y dos flaps de borde de fuga.

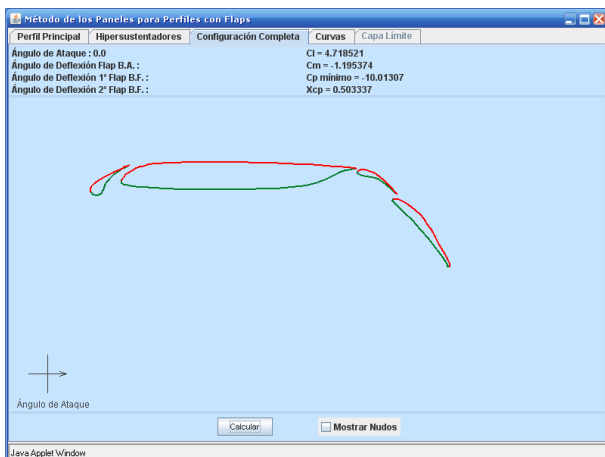


Figura 10: Pestaña de la configuración completa.

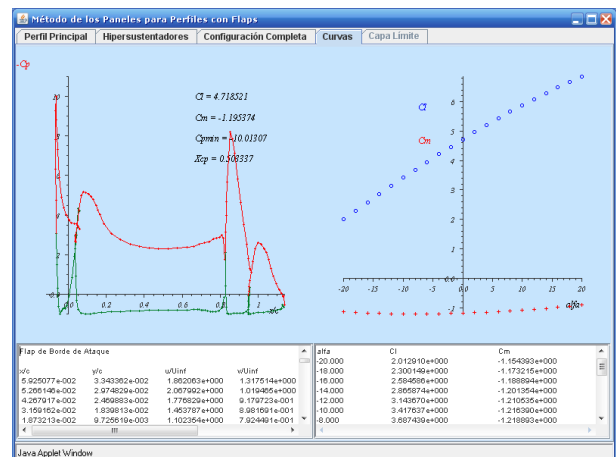


Figura 11: Pestaña de curvas.

Las clases principales del código MultiFoil son:

- a) **PlantillaBase**: empleada para la creación de la interfaz gráfica y la iniciación de variables; contiene los métodos necesarios para el manejo de eventos y para darle funcionalidad al programa.
- b) **Perfil2D**: encargada de dibujar el perfil principal y mostrar el punto de impacto en el mismo, ya sea con hipersustentadores o sin ellos.
- c) **GraficaCp**: clase que grafica la distribución de C_p del perfil principal, y de los hipersustentadores, en el caso de que estos últimos se hayan construido.
- d) **GraficaClm**: grafica las curvas de C_l y de C_m para perfil simple, y también para la configuración de perfiles multi-elemento.
- e) **PlantillaFlap**: se usa para la creación de las pestañas de los tres hipersustentadores, de la iniciación de sus variables, además de contener los métodos necesarios para el manejo de sus eventos.

f) Flaps: clase utilizada para construir los flaps o el slat de la configuración, ya sea usando las barras de desplazamientos en las pestañas de hipersustentadores o pegando sus coordenadas en el área de texto de la misma pestaña. En esta clase está el código para crear un flap o un slat a partir de un perfil normalizado cualquiera (con las coordenadas x del borde de ataque y del borde de fuga del perfil, iguales a cero y a uno, respectivamente) que se ingrese en el área de texto de coordenadas. Esto ocurre para la opción Crear Flap de la lista desplegable perfiles.

g) Configuración: encargada de dibujar la configuración aerodinámica completa en la plantilla Configuración Completa.

h) Calculo: clase que cuenta con los métodos para obtener los valores de las intensidades en los paneles del perfil principal, calcular el punto de impacto en el perfil principal, y obtener el C_p en cada uno de los puntos de control de los paneles. En esta clase está programado el método de eliminación de Gauss con descomposición LU con pivoteo para obtener el valor de las intensidades γ_j .

i) CalculoFlap: ídem a la clase Calculo, para el caso de configuración multi-elemento.

Se puede leer detalladamente la implementación del código, con todas sus clases y los métodos programados en ellas, en [6].

6. RESULTADOS

6.1. Introducción

Se validaron los resultados obtenidos por MultiFoil comparándolos con datos experimentales, soluciones teóricas, y con las salidas del programa JavaFoil [7]. Este último, es un programa de paneles con distribución de vórtices con variación de intensidad lineal desarrollado por el Dr. Martin Hepperle, del Centro de Investigación Aeroespacial de Alemania (DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt).

Se estudiaron:

- 1) La exactitud de la ranura del flap construido por MultiFoil.
- 2) La distribución del coeficiente presiones C_p , y las curvas de C_l y C_m para perfiles multi-elemento.
- 3) El valor de la coordenada del centro de presiones X_{cp} para perfiles con hipersustentadores.

6.2. Validación de la exactitud de la ranura del flap

Para ello se toma el valor final de la variable distMin (distancia mínima entre dos perfiles adyacentes) que se le asigna a la variable ranura en el método posicionarFlap o posicionarFlapPropio de la clase Flaps en el programa. Este valor se obtiene a través de un ciclo iterativo de aproximación del perfil del flap hacia el principal, o hacia el primer flap de borde de fuga en el caso que se construya un segundo flap de borde de fuga, deteniendo la iteración cuando la condición de continuidad (diferencia entre la distancia mínima y la ranura deseada, mayor al 1 %, en valor absoluto) no se cumple más.

6.2.1. Perfil Naca 4412 con flap de borde de fuga Naca 23012

Número de puntos del perfil principal: 78

Número de puntos del flap: 38

Cuerda del flap = 40 %

Deflexión = 35°

Coordenada x del borde de ataque de flap (xBA) = 101,5 %

Ranura deseada = 1,6 % ; ranura obtenida = 1,61589 % ; error relativo = 0,99 %

Ranura deseada = 3,3 % ; ranura obtenida = 3,33171 % ; error relativo = 0,96 %

6.2.2. Perfil NLR 7301 con un flap de borde de fuga

Número de puntos del perfil principal: 75

Número de puntos del flap: 27

Cuerda de flap = 32 %

Deflexión = 16°

xBA del flap = 89,7 %

Ranura deseada = 2,6 % ; ranura obtenida = 2,60701 % ; error relativo = 0,27 %

6.3. Validación de la distribución de C_p y de las curvas de C_l y C_m para perfiles multi-elemento

6.3.1. Perfil Karman-Trefftz con un flap de borde de fuga deflexado 30°

Se tiene la configuración multi-elemento mostrada en la figura 12, siendo el ángulo de ataque $\alpha = 0^\circ$. En el presente caso se dispone de la solución exacta dada en [8].

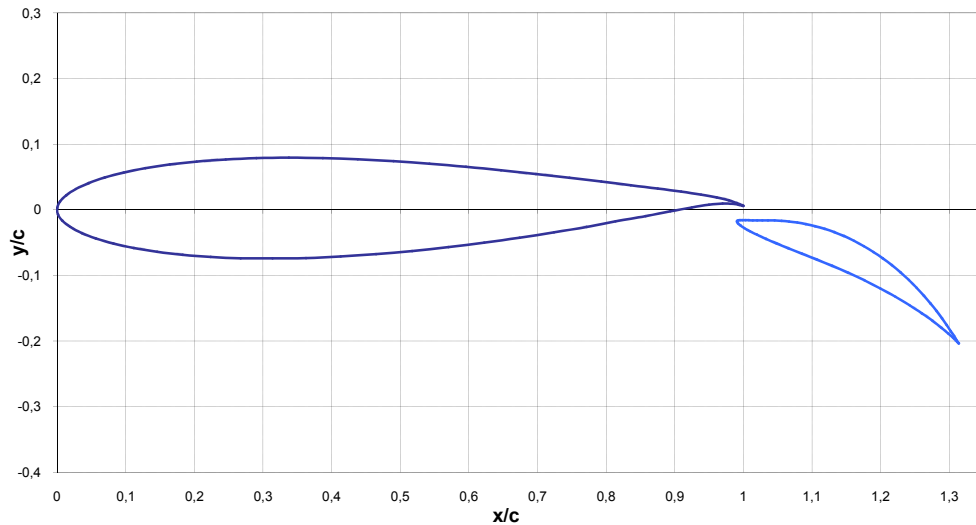


Figura 12: Perfil Karman-Trefftz con flap de borde de fuga deflexado 30° [8].

Se ve en la figura 13 que la predicción de la distribución de C_p dada por MultiFoil es muy buena; presenta una pequeña subestimación del pico de succión en la zona del borde de ataque del perfil principal y del flap, y una pequeña discrepancia en la zona del borde de fuga del perfil principal.

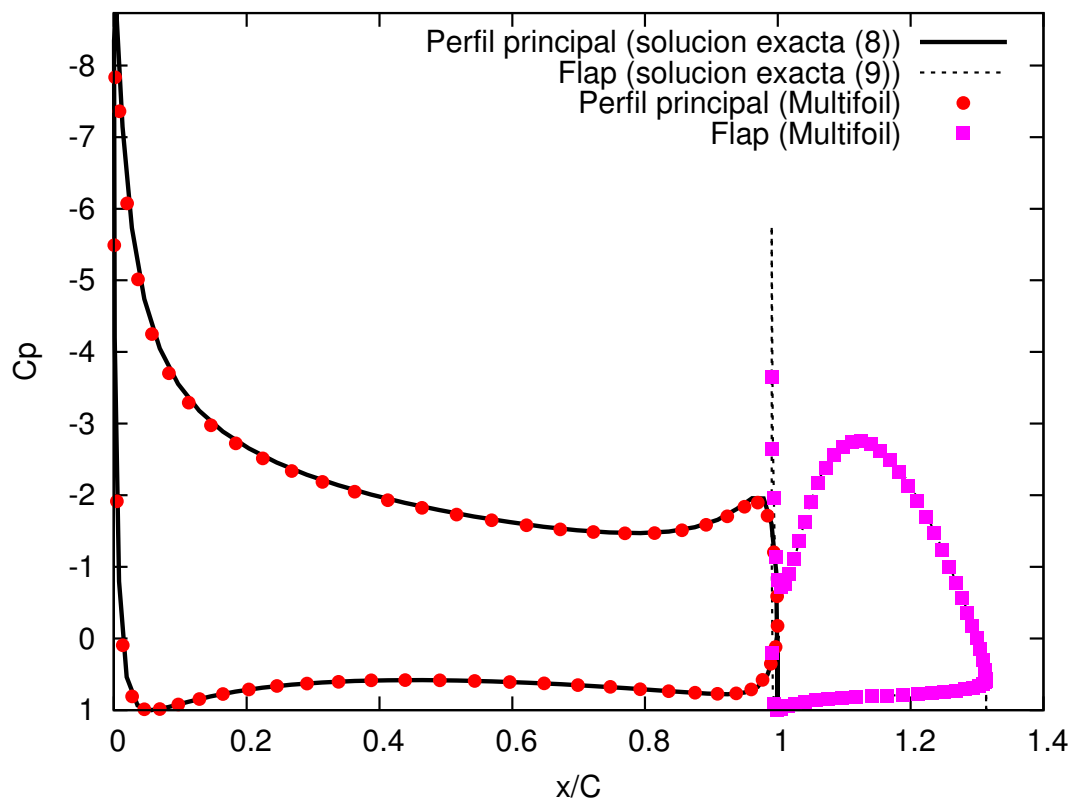


Figura 13: Comparación de la distribución exacta de C_p [8] con la obtenida por MultiFoil para el perfil de Karman-Trefftz a un ángulo de ataque de 0° , con flap de borde de fuga deflexado 30° .

En la tabla 1 se compara el valor del coeficiente de sustentación C_l calculado por MultiFoil con la solución exacta dada en [8]:

Programa/Fuente	C_l
ARC RM-3717 [8]	3,7386
MultiFoil	3,7254

Tabla 1: Comparación en la predicción del C_l para el perfil de Karman-Trefftz con ángulo de ataque de 0° y flap de borde de fuga deflectado 30° (correspondiente a la figura 13).

El error relativo verdadero en la determinación del C_l , cometido por MultiFoil, es $-0,353\%$.

En la figura 14 se muestra la configuración completa del perfil de Karman-Trefftz con flap de borde de fuga deflectado 30° en la interfaz de MultiFoil, y en la figura 15 se grafican la distribución de C_p para un ángulo de ataque de 0° , y las curvas de C_l y de C_m .

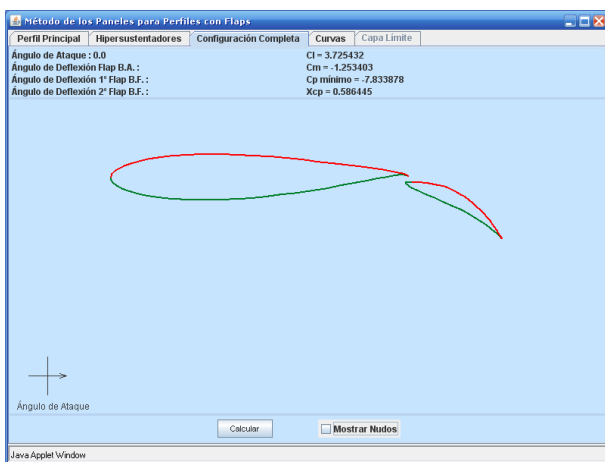


Figura 14: Configuración completa en MultiFoil.

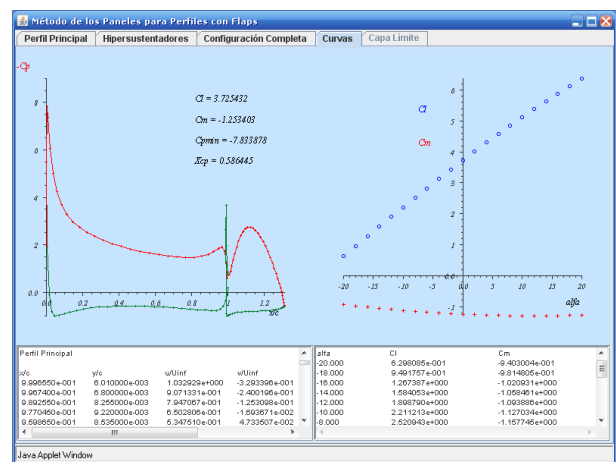


Figura 15: Curvas en MultiFoil.

6.3.2. Perfil Karman-Trefftz con un flap de borde de fuga deflectado 10°

En la figura 16 se presenta otro perfil con un flap de borde de fuga obtenidos mediante la transformación de Karman-Trefftz, usando otros valores en los parámetros; se cuenta con la solución exacta dada en [8]. La deflexión del flap es $\delta = 10^\circ$, y el ángulo de ataque es $\alpha = 0^\circ$.

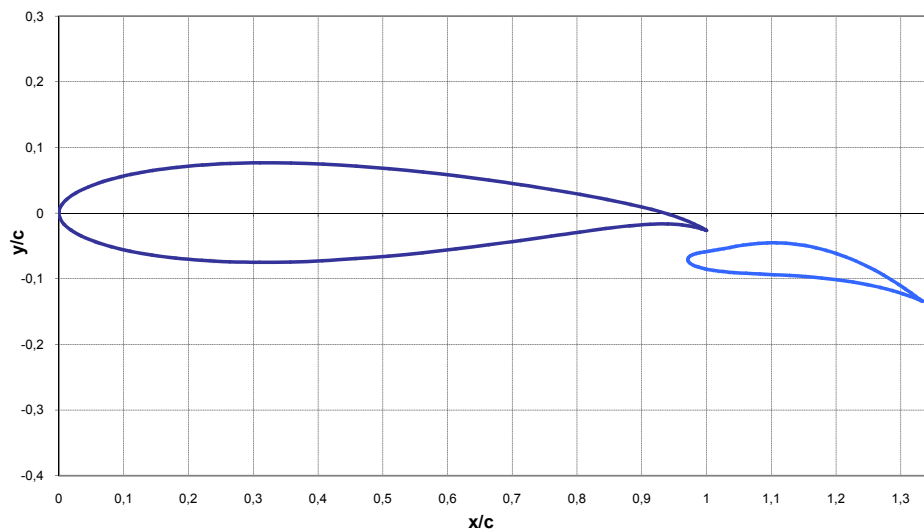


Figura 16: Perfil Karman-Trefftz con flap de borde de fuga deflectado 10° [8].

En la figura 17 se observa que la distribución de C_p dada por MultiFoil sigue muy bien a la determinada por la solución exacta.

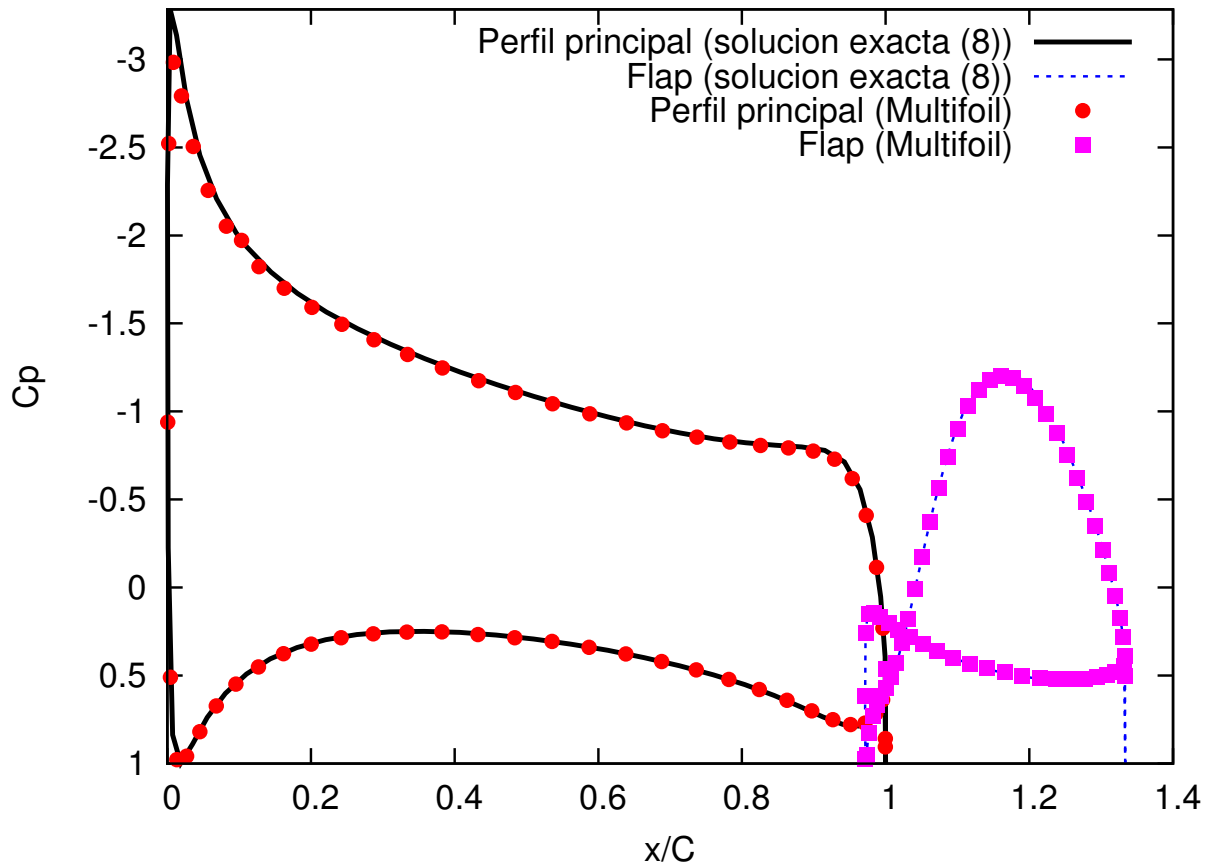


Figura 17: Comparación de la distribución exacta de C_p [8] con la obtenida por MultiFoil para el perfil de Karman-Trefftz a un ángulo de ataque de 0° , con flap de borde de fuga deflexado 10° .

Se compara en la tabla 2, el resultado calculado por Multifoil en la obtención del coeficiente de sustentación C_l , con la solución exacta dada en [8]:

Programa/Fuente	C_l
ARC RM-3717 [8]	2,0290
MultiFoil	2,0237

Tabla 2: Comparación en la predicción del C_l para el perfil de Karman-Trefftz con ángulo de ataque de 0° y flap de borde de fuga deflexado 10° (correspondiente a la figura 17).

El error relativo verdadero en la determinación del C_l , cometido por Multifoil es $-0,262\%$.

6.3.3. Perfil Nasa LS(1) con dos flaps de borde de fuga

La configuración que se analiza en este caso se muestra en la figura 18:

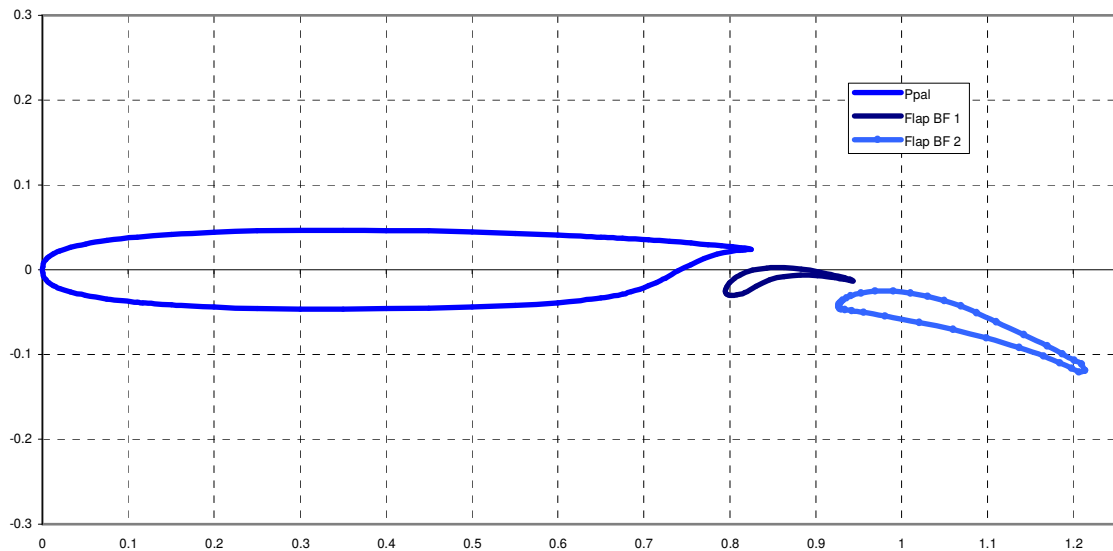


Figura 18: Perfil Nasa LS(1) con dos flaps de borde de fuga [9].

Los valores de las cuerdas de los flaps; coordenadas (x, y) de sus bordes de ataque, indicadas como (x_{BA}, y_{BA}) ; y sus ángulos de deflexión, son los siguientes [9]:

Flap de Borde de Fuga N°1 (FBF1)
 cuerda flap / cuerda perfil principal = 0,15
 x_{BA} flap = 79,47 %
 y_{BA} flap = -2,64 %
 deflexión = -5°

Flap de Borde de Fuga N°2 (FBF2)
 cuerda flap / cuerda perfil principal = 0,296
 x_{BA} flap = 92,7 %
 y_{BA} flap = -4,21 %
 deflexión = 15°

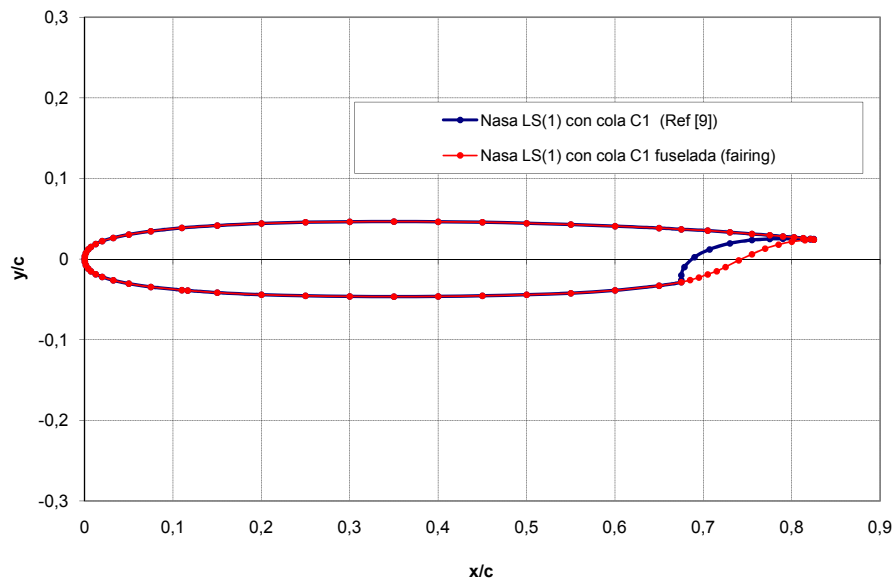


Figura 19: Modelado del intradós en la zona de alojamiento del flap.

Para este caso, se modela la zona del alojamiento de flap en el intradós del perfil principal (Figura 19). Se realiza este modelado (o “fairing”, en inglés) para evitar el pico de succión que aparece en el vértice del comienzo del alojamiento del flap cuando se calcula la solución potencial, que se aleja considerablemente como primera aproximación no viscosa del fenómeno físico. Se sigue de modo aproximado el modelo en [10], que de ser acertado

no debe causar modificación significativa en las curvas de sustentación y de momento con respecto a las que se obtendrían sin realizar este modelado; más adelante se verificará que esto se cumple, por lo que se considera que el fuselado (fairing) realizado ha sido correcto.

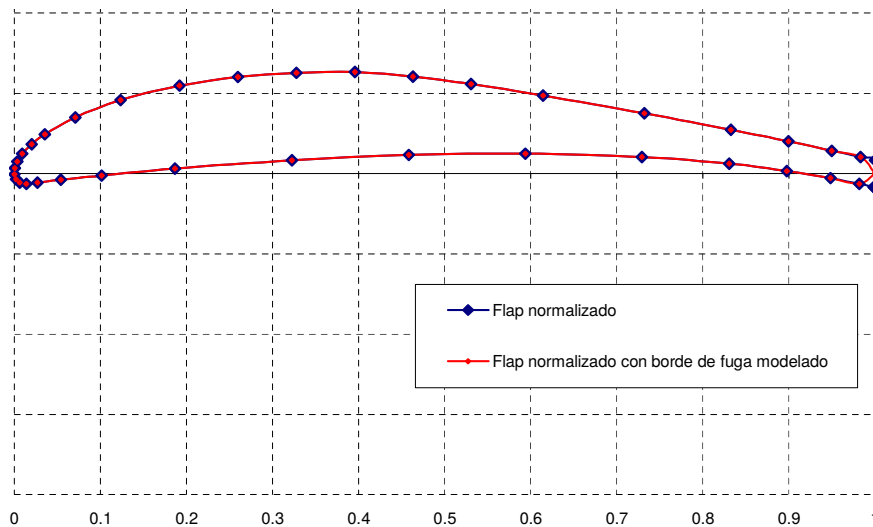


Figura 20: Modelado del borde de fuga del perfil normalizado del flap.

El borde de fuga del flap tiene espesor, es decir que no termina en un punto; para especificar la condición de Kutta, y que se pueda aplicar el método de paneles, se lo modela como se muestra en la figura 20, modificándose el borde de fuga del perfil del flap normalizado.

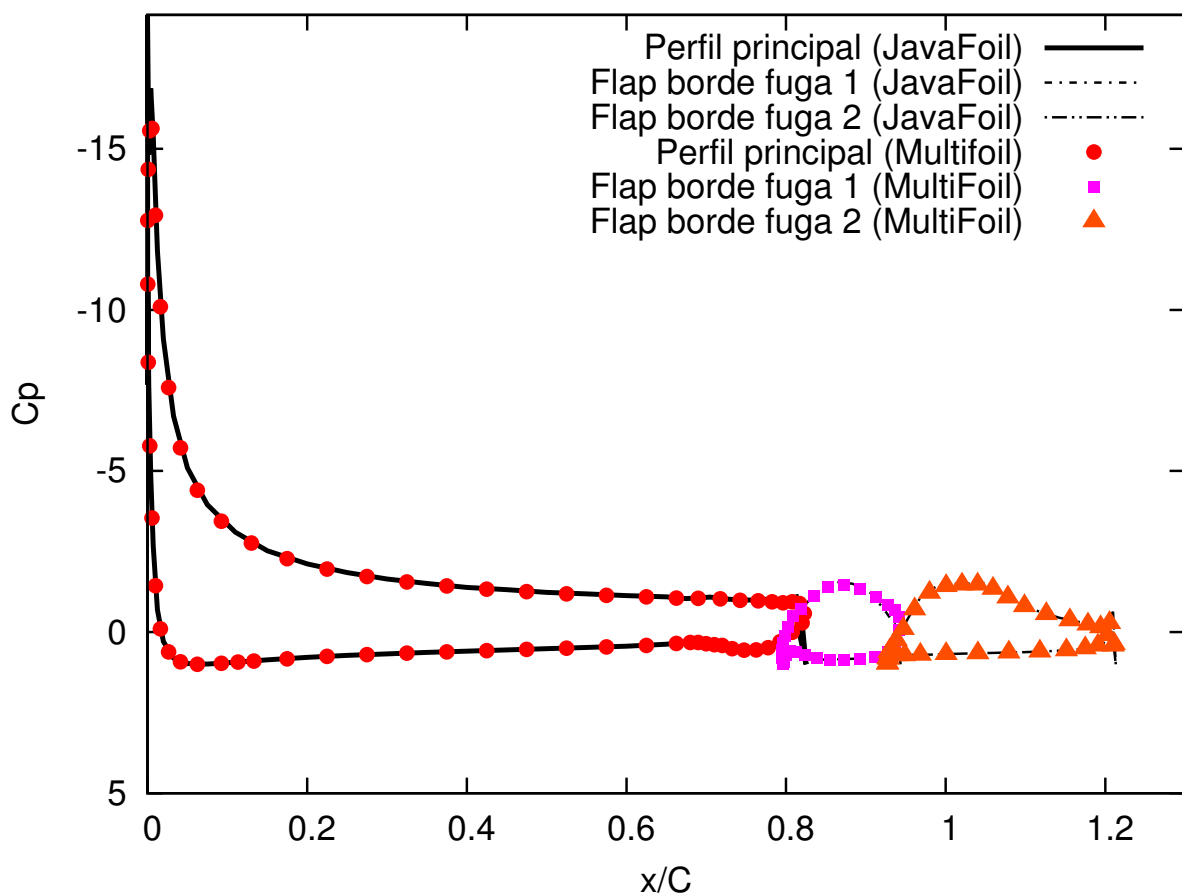


Figura 21: Comparación de la distribución de C_p dada por MultiFoil y por JavaFoil para ángulo de ataque $\alpha = 8.58^\circ$, para la configuración con modelado del borde de fuga del perfil principal

En la figura 21 se comparan las distribuciones de C_p dadas por MultiFoil y por JavaFoil para ángulo de ataque $\alpha = 8.58^\circ$, observándose resultados similares, aunque en ciertas partes la distribución dada por JavaFoil es algo irregular.

En la figura 22 se puede ver que las curvas de C_l dadas por MultiFoil para la configuración con modelado del borde de fuga del principal, y sin modelado, son prácticamente iguales; mientras que en la figura 23, también son prácticamente coincidentes las respectivas curvas de C_m , por lo que se muestra que el modelado (fairing) que se observa en la figura 19 es correcto. Por último, observamos en la misma figura, que las curvas de C_l y de C_m dadas por las soluciones potenciales de MultiFoil y JavaFoil son, a los fines prácticos, iguales.

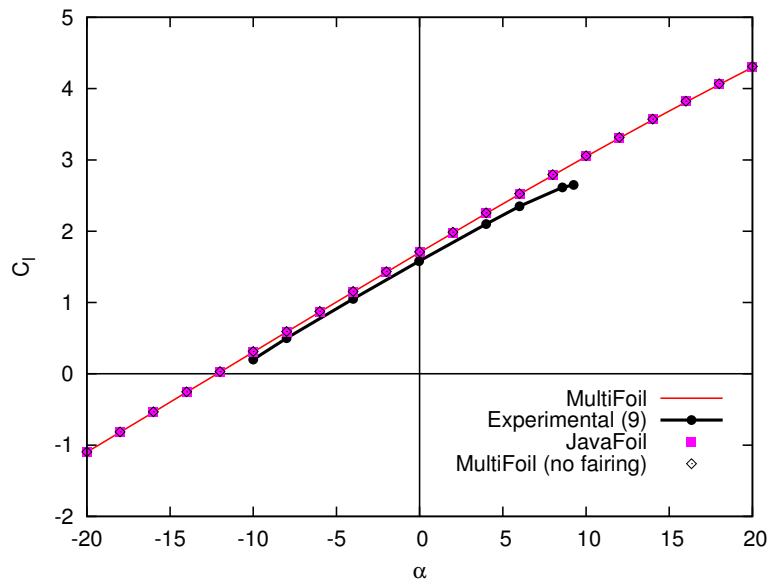


Figura 22: Comparación de las curvas de C_l obtenidas por MultiFoil con las producidas por JavaFoil, y con resultados experimentales [9]. Los casos de MultiFoil se realizaron con y sin fuselado (no fairing) en zona del borde de fuga del perfil principal.

Los valores de C_l y de C_m de la solución potencial obtenida por MultiFoil se pueden considerar aceptables para ángulos de ataque de entre -8° y 8° (zona aproximadamente lineal de las curvas experimentales en las figuras 22 y 23), dentro de las limitaciones de la teoría potencial.

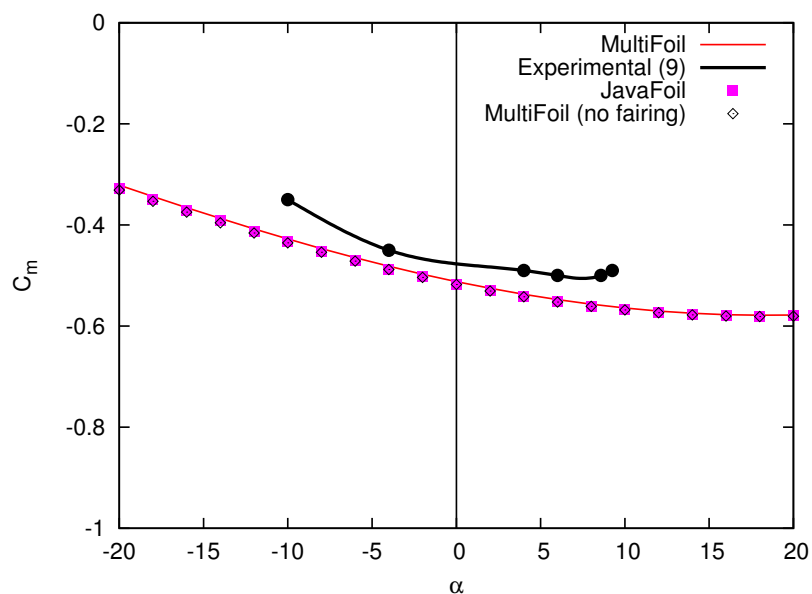


Figura 23: Curvas de C_m conseguidas con MultiFoil, comparadas con experimentos [9] y con JavaFoil.

6.4. Validación del centro de presiones X_{cp} para perfiles multi-elemento

Para determinar el X_{cp} de la distribución exacta de C_p de Figura 13 y de Figura 17 [8] se utiliza el software LibreCad, obteniendo el centroide del área correspondiente. La coordenada x del centroide es el centro de presiones X_{cp} para el ángulo de ataque dado.

En la tablas 3 y 4 se comparan los resultados del X_{cp} dados por Multifoil con los obtenidos a partir de las soluciones exactas en [8].

Programa/Fuente	C_l	X_{cp}
ARC RM-3717 [8]	3,7386	0,5745
MultiFoil	3,7254	0,5865

Tabla 3: Comparación en la predicción del X_{cp} para el perfil de Karman-Trefftz con ángulo de ataque de 0° y flap de borde de fuga deflectado 30° (correspondiente a la figura 13).

En base a los valores del X_{cp} mostrados en la tabla 3, el error relativo cometido por el programa en su determinación es $\epsilon_t = 2,09\%$.

Programa/Fuente	C_l	X_{cp}
ARC RM-3717 [8]	2,0290	0,5588
MultiFoil	2,0237	0,5538

Tabla 4: Comparación en la predicción del X_{cp} para el perfil de Karman-Trefftz con ángulo de ataque de 0° , con flap de borde de fuga deflectado 10° (correspondiente a la figura 17).

Para el caso que se presenta en la tabla 4, el error relativo que el código comete en el cálculo del X_{cp} es $\epsilon_t = -0,9\%$.

Se puede ver en las tablas anteriores, que la predicción potencial del X_{cp} , dada por MultiFoil, cuando la configuración tiene un flap de borde de fuga, es muy buena al compararla con el valor obtenido por la solución exacta.

7. CONCLUSIONES

Se desarrolló una herramienta computacional denominada MultiFoil, que cuenta con una interfaz gráfica para la construcción de perfiles multi-elemento y el cálculo de sus coeficientes aerodinámicos utilizando el modelo de flujo potencial incompresible e implementando el método de los paneles bidimensionales con una distribución lineal de vórtices.

A través de la comparación con soluciones exactas y predicciones potenciales, se ha verificado que MultiFoil estima de gran manera la distribución de presiones, curvas de sustentación y de momento, y centro de presiones para perfiles multi-elemento bajo flujo potencial. También se comprobó que el código construye configuraciones de varios elementos con muy buena exactitud.

Se ha podido confirmar que la teoría potencial es aceptable para un perfil con un flap de borde de fuga en flujo viscoso, cuando los ángulos de ataque y de deflexión son moderados; mientras que la solución potencial se aleja considerablemente cuando se agregan otras superficies hipersustentadoras.

El programa realizado, con fines didácticos, es versátil, simple de usar y multiplataforma. El mismo constituye la base para un posterior desarrollo de solución no viscosa acoplada con capa límite, ya que se cuenta con una confiable aproximación potencial.

REFERENCIAS

- [1] J. Bertin and M. Smith, *Aerodynamics for Engineers, 2nd edition*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1988.
- [2] F. White, *Mecánica de los Fluidos, 5ta edición*. Madrid, España: McGraw Hill Interamericana de España, 2004.

- [3] J. Katz and A. Plotkin, *Low-Speed Aerodynamics, 2nd edition*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2001.
- [4] A. García Severini, “Análisis de Flujo Potencial en Perfiles Bidimensionales con Efecto Viscoso,” Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Trabajo Final de Grado, 2004.
- [5] W. Devenport and B. Vadapalli, “An educational Java Applet for those studying airfoil flows,” <http://www.engapplets.vt.edu/fluids/vpm/>, Department of Aerospace and Ocean Engineering, VirginiaTech.
- [6] C. A. Fernández, “Desarrollo de un Programa Computacional Interactivo para el Análisis de Perfiles Multi-elemento en Flujo Potencial Incompresible,” Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Trabajo Final de Grado, 2007.
- [7] M. Hepperle, “Sitio web del applet Javafoil,” http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/jf_applet.htm, 2006.
- [8] B. R. Williams, “An Exact Test Case for the Plane Potencial Flow About Two Adjacent Lifting Aerofoils,” Aeronautical Research Council (A.R.C.), Reports and Memoranda (R. M.) N° 3717, Tech. Rep., 1971.
- [9] E. Omar and T. Zierten, “Two-Dimensional Wind-Tunnel Tests of a Nasa Supercritical Airfoil with Various High-Lift Systems,” NASA CR-2215, Tech. Rep., 1973.
- [10] T. Cebeci, E. Besnard, and H. Chen, “Calculation of Multielement Airfoil Flows, Including Flap Wells,” vol. AIAA 96-0056, 1996.