



## 4<sup>to</sup> Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica



# ATERRIZAJE AUTOMÁTICO PARA UN VEHÍCULO AÉREO AUTÓNOMO

A. Zumarraga<sup>a</sup>, M. Knoblauch<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Dpto. Aer., Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata - calle 116 e/47 y 48 1900 La Plata, Argentina.  
<http://www.aero.ing.unlp.edu.ar>

**Palabras claves:** aterrizaje automático, flare, control de actitud, trayectoria, VANT

### Resumen

---

Existen diferentes clases de vehículos aéreos no tripulados (VANT), tanto desde el punto de vista de su configuración como de las capacidades funcionales de su sistema de control de vuelo. Más allá de estas cuestiones, el aterrizaje presenta dificultades y desafíos específicos, y se realiza en muchos casos por comando remoto.

Aquí se presenta un desarrollo realizado para automatizar la ejecución de un circuito de aproximación y aterrizaje, incluso bajo condiciones meteorológicas adversas.

Se hace foco sobre el conflicto que se presenta entre las exigencias para lograr un aterrizaje de precisión bajo estas condiciones, con las restricciones que impone la dinámica del proceso, principalmente en relación a la actuación máxima.

Se plantea un esquema en cascada entre un control de trayectoria y un control de actitud para la aproximación, y un sub-sistema específico para ejecutar la maniobra de rotación (flare) en la etapa final del aterrizaje y detención en pista.

Se sintetizan los controladores con técnicas de control lineal utilizando un enfoque SISO (*Single Input- Single Output*) desacoplado para el control de trayectoria y velocidad, y un enfoque multivariable para los controles de actitud longitudinal y latero-direccional, y para control en el plano horizontal y vertical durante el flare.

Se evalúa la robustez del diseño dentro de las condiciones de vuelo en diferentes fases y condiciones del aterrizaje con modelos linealizados; y se evalúa mediante una simulación no lineal el desempeño del sistema bajo condiciones atmosféricas desfavorables.

Mientras que el diseño cumple los objetivos, se analizan algunos aspectos que podrían mejorarse y se plantean algunas líneas de trabajo para lograrlo.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Un avión vuela a velocidad controlada, ya sea por el piloto o por un sistema de control automático. La magnitud de la velocidad se define en función de la fase de vuelo (ascenso, crucero, aproximación, etc.) y la condición meteorológica.

Un vehículo restringido a un desplazamiento a velocidad constante puede ajustar su trayectoria variando la dirección del vector velocidad.

Para un avión, el ángulo  $\gamma$  que forma la dirección de vuelo respecto de la proyección en un plano vertical de la trayectoria de referencia, será la diferencia entre el ángulo de cabeceo de la aeronave respecto de dicha referencia y el ángulo de ataque, el cual es prácticamente constante para vuelo a velocidad constante. Por lo tanto, variando el ángulo de cabeceo se altera el ángulo de la trayectoria en el plano vertical.

Para el control de trayectoria en el plano horizontal debe notarse que el ángulo de rolido permite ajustar la proyección en el plano horizontal de la sustentación, generando así una aceleración lateral que permita cambiar el rumbo  $\psi$ .

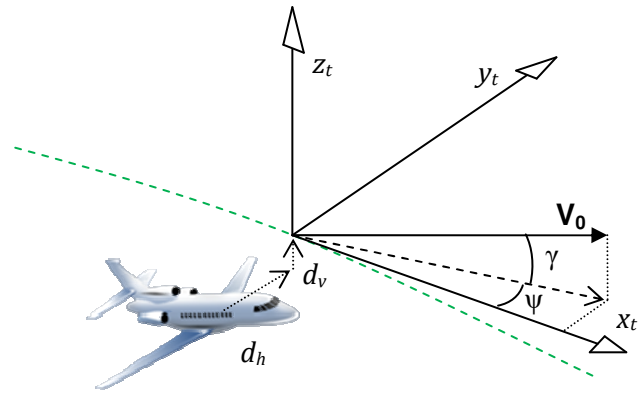


Figura 1: relación entre trayectoria y actitud

De esto resulta claro que es posible controlar la trayectoria ajustando los ángulos de cabeceo y rolido de la aeronave [5, 6, 17], en tanto se mantenga la velocidad constante.

Como consecuencia de esto, para seguimiento de trayectoria en aeronaves normalmente se plantea una arquitectura en cascada [15, 16], en la cual un lazo de control de trayectoria comanda las referencias de cabeceo y rolido de un control de actitud. Este último alcanza su objetivo accionando los servomecanismos que posicionan las superficies de control aerodinámico. La velocidad se mantiene constante mediante un lazo de control independiente que comanda el empuje de los motores (A/T: *auto-throttle*).

Para un control en cascada, si el ancho de banda del lazo interior (actitud) tiene una separación en frecuencia de al menos una década respecto del lazo exterior (trayectoria), ambos lazos pueden sintetizarse de forma independiente; y las cuestiones asociadas a incertidumbre dinámica y perturbaciones en el lazo interior no se propagan al lazo exterior y viceversa. Otra ventaja del control en cascada es la de permitir fijar restricciones en variables internas del lazo exterior; en este caso sobre los ángulos de cabeceo y rolido, para evitar llevar a la aeronave a una actitud anormal bajo errores grandes en el seguimiento de la trayectoria.

Mientras que este planteo es razonable para casi la totalidad de la envolvente de vuelo de un avión en condiciones meteorológicas no muy severas, se plantean algunas dificultades para operar con viento fuerte, y en la fase final del aterrizaje, durante la maniobra de rotación (*flare*) y detención en final que se resuelven con un solo lazo de realimentación.

## 2. CONSIDERACIONES GENERALES

### 2.1. Arquitectura

En general la automatización del aterrizaje se descompone en un conjunto de sub-funciones relativamente independientes [10, 11, 14, 15, 16, 17].

Para el circuito y la aproximación final se consideran tres subsistemas: control de actitud vertical y horizontal, control de trayectoria longitudinal y latero-direccional, y control de velocidad.

Se requieren además funciones separadas para ejecutar la maniobra de flare (separado en control vertical y horizontal) y para control de trayectoria en tierra. A través de un subsistema de asignación de control se vinculan las señales de comando con el lazo de control activo en cada fase del vuelo; y se comandan las señales de configuración (flaps, tren de aterrizaje) y comando en tierra (frenos, rueda de nariz, inversor de empuje).

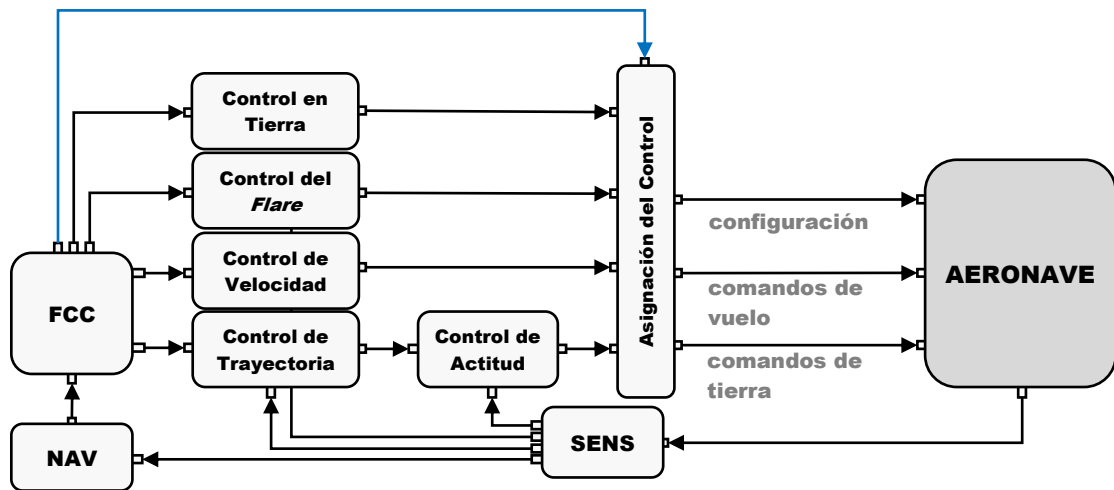


Figura 2: Arquitectura del piloto automático

Estos subsistemas requieren de la implementación de funciones de sensado, navegación y control de vuelo. Esta última función incluye como mínimo el cálculo de los errores de trayectoria, definición de la configuración de la aeronave en cada fase del vuelo y parámetros nominales (velocidad de vuelo, posición de flaps y altura de la rotación) según la condición de viento.

## 2.2. Objetivos y Requerimientos

El primer paso para cualquier trabajo de diseño es el de definir requerimientos, y a partir de estos las especificaciones de diseño para cada subsistema.

Los objetivos son:

1. realizar un circuito de aproximación con seguridad hasta la altura de decisión
2. realizar una maniobra de rotación y contacto con el piso lo suficientemente suave
3. detener la aeronave dentro de los límites de la pista

Esto debe realizarse bajo cualquier condición meteorológica dentro de las capacidades operativas de la aeronave.

Los valores numéricos presentados en este trabajo se obtienen a partir del modelo de un reactor subsónico de configuración convencional, con una carga alar de  $190\text{kg/m}^2$ , masa en el aterrizaje de  $6000\text{Kg}$ , empuje máximo de  $22\text{kN}$ , velocidad de aproximación de  $55\text{m/s}$  ( $198\text{ km/h}$ ) y velocidad de pérdida a nivel del mar de  $42\text{ m/s}$  ( $151\text{ km/h}$ ); lo cual correspondería a un VANT categoría IV o V. Se considerará como condición climática de peor caso una velocidad de viento de  $40\text{knt}$ , con una componente de viento cruzado de  $15\text{knt}$ .

En función del primer objetivo se establecen bandas de error admisible en los planos horizontal y vertical para el seguimiento de trayectoria, y tolerancias en el control de velocidad durante la aproximación final hasta la altura de decisión. Mientras que los márgenes pueden ser amplios en la fase inicial de la aproximación, deben ser más restrictivas hacia el final debido a la proximidad respecto del suelo.

A  $1000\text{m}$  del umbral de la pista la altura de la senda de planeo será del orden de los  $50\text{m}$ . Hasta este punto se establece un error máximo vertical de  $10\text{m}$ . Para el tramo siguiente se establece una banda de error admisible de  $5\text{m}$ . Para esto se considera que la maniobra de rotación comienza no en posición en el eje longitudinal sino al alcanzar una altura predefinida, que estará por debajo de los  $10\text{m}$ . Un error en altura de  $\pm 5\text{m}$  implicaría comenzar la rotación con una diferencia de  $\pm 100\text{m}$  en la posición longitudinal respecto del valor nominal, lo cual no implica un riesgo si la maniobra nominal se calcula para realizar contacto a  $100\text{m}$  del inicio del umbral de pista considerando la menor altura de rotación a utilizar.

La velocidad en el punto de transición entre la fase de aproximación e inicio de la rotación nunca deberá ser menor de la velocidad de pérdida. Para operar con viento intenso, a dicho valor se le agrega un incremento proporcional al nivel de turbulencia, el cual a su vez es proporcional a la intensidad de viento en superficie.

Para el plano horizontal, asumiendo para este caso un ancho de pista de al menos 40m, se consideran aceptables errores de hasta 10m.

Para la maniobra de flare el objetivo es garantizar que la velocidad de contacto no exceda un valor máximo, que para este ejemplo se establece en 1.3 m/s [12]; y se optó por mantener la banda de error de 10m respecto del eje de pista.

Estos requerimientos definen las especificaciones de diseño de los diferentes subsistemas de control. En tanto se consideren maniobras lentas en relación a la velocidad de respuesta del lazo cerrado, estos requerimientos se traducen en capacidades mínimas de rechazo de perturbaciones sobre las variables controladas (los errores de trayectoria), y asegurar errores acotados ante perturbaciones constantes. Para maniobras rápidas, como en el caso del *flare*, el seguimiento de referencias no constantes debe ser considerado.

Como en todo sistema de control, también es necesario considerar las limitaciones de actuación máxima, y asegurar propiedades de robustez para toda la envolvente de vuelo del vehículo.

Se establecen cotas para el ancho de banda de lazo cerrado como parámetro principal en la definición del desempeño de cada subsistema. El ancho de banda debe ser lo suficientemente grande como para lograr un seguimiento de referencias (ancho de banda de lazo cerrado mayor al ancho de banda de las referencias), y un nivel suficiente de rechazo de perturbaciones para cumplir con las tolerancias requeridas; pero al mismo tiempo necesita estar acotado en función de las capacidades de comando (niveles de actuación máxima), contar con cierto nivel de robustez ante incertidumbre dinámica y limitar la sensibilidad de la acción de control a los ruidos de medición (a fin de minimizar el impacto en la vida útil de los actuadores). Este último aspecto no será tratado en el presente trabajo para acotar su extensión.

### 2.3. Modelos Dinámicos

Para evaluar requerimientos y limitaciones, y luego para síntesis de controladores, es necesario definir modelos dinámicos para los diferentes aspectos del problema a resolver. En el análisis del control de actitud y de la sensibilidad a perturbaciones atmosféricas se utilizan modelos linealizados para una condición de vuelo recto. Asumiendo que los primeros modos elásticos de la estructura de la aeronave poseen frecuencias naturales al menos una década mayores a los anchos de banda requeridos para el control de actitud, se considera un modelo de aeronave rígida. También se asume que los actuadores para las superficies de control aerodinámico son lo suficientemente rápidos como para despreciar su dinámica.

En el caso de aeronaves simétricas respecto del plano vertical, las ecuaciones resultantes pueden separarse en un modelo de dinámica longitudinal y otro de dinámica latero-direccional [7, 8, 6, 5]. Como variables de estado se eligen las variaciones de velocidad en el plano vertical  $u$  y  $w$ , junto con la variación del ángulo de cabeceo  $\Delta\theta$  respecto de la condición de vuelo recto  $\theta_0$  y su velocidad  $q$ . El vector de entradas se compone de la variación en la posición del elevador  $\delta_e$  y del empuje  $\delta_\tau$ . El modelo para la dinámica longitudinal es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\Delta\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & 0 & x_\theta \\ z_u & z_w & z_q & z_\theta \\ 0 & m_w & m_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w \\ q \\ \Delta\theta \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} x_e & x_\tau \\ z_e & z_\tau \\ m_e & m_\tau \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_\tau \end{Bmatrix}, \quad \Delta\theta = \theta - \theta_0 \quad (1)$$

Para la dinámica latero-direccional se adoptan como variables de estado la variación del ángulo de deslizamiento  $\beta$  respecto de su valor de equilibrio  $\beta_0$ , las velocidades de rolido  $p$  y guiñada  $r$ , y la variación del ángulo de rolido  $\Delta\phi$ . Las acciones de control son la deflexión de alerones  $\delta_a$  y del timón de dirección  $\delta_r$ :

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\Delta\phi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} y_\beta & y_p & -1 & y_\phi \\ l_\beta & l_p & l_r & 0 \\ n_\beta & n_p & n_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \Delta\phi \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} x_a & x_r \\ z_a & z_r \\ m_a & m_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{Bmatrix}, \quad \Delta\phi = \phi - \phi_0 \quad (2)$$

El deslizamiento en la condición de equilibrio  $\beta_0$  en general será nulo, excepto durante el flare al aterrizar con viento cruzado. De (1) puede obtenerse una función de transferencia entre elevador y cabeceo, que en general resulta de la forma:

$$\frac{\Delta\theta(s)}{\eta(s)} = \frac{k_\theta(s + \omega_1)(s + \omega_3)}{(s^2 + 2\zeta_p\omega_p s + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)} \quad (3)$$

Para poner en evidencia el nivel de incertidumbre dinámica asociado a este problema, se computan estos modelos para las diferentes condiciones de vuelo comprendidas entre la fase de aproximación y la etapa terminal del aterrizaje.

Para este trabajo, los parámetros de los modelos (1) y (2) se obtuvieron a partir de las derivativas aerodinámicas calculadas con el Digital Datcom de la USAF [9] para la aeronave de ejemplo, pero en un caso real también podrían identificarse experimentalmente a partir de ensayos de vuelo utilizando excitaciones pseudo-aleatorias. En todos los casos los modelos se calculan utilizando unidades MKS, mientras que las acciones se normalizan con los valores de actuación máxima.

Con flaps deflectados  $30^\circ$ , para una altura de 100m y con velocidades entre 100 y 50 m/s se observa lo siguiente:

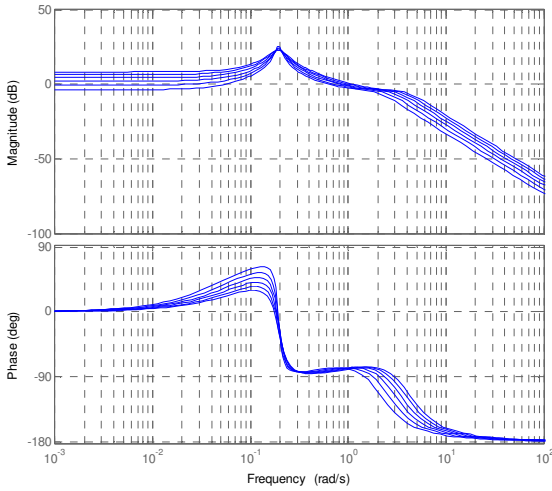


Figura 3: respuesta en frecuencia entre elevador y ángulo de cabeceo

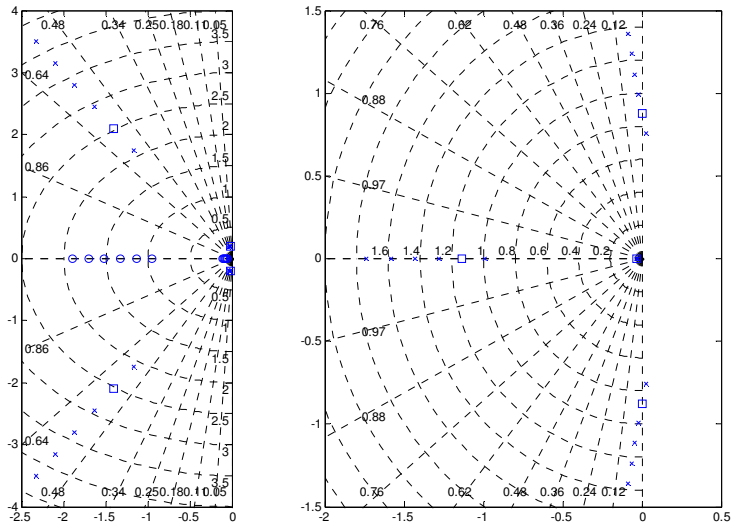


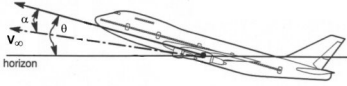
Figura 4: variación en la ubicación de polos y ceros de la dinámica longitudinal (izquierda) y latero-direccional (derecha)

Puede notarse que en la dinámica longitudinal los polos de período corto varían entre  $2s^{-1}$  y  $4.3s^{-1}$ . El ancho de banda entre deflexión de elevador y cabeceo tiene un ancho de banda comprendido entre los  $2s^{-1}$  y los  $4.5s^{-1}$ , que son valores similares a la frecuencia de período corto.

Para la dinámica lateral se observa que los polos correspondientes al rolido holandés poseen una frecuencia del orden de 0.8 a  $1.42s^{-1}$ . Esto será tenido en cuenta a la hora de definir especificaciones de diseño para el control de actitud, no tanto por cuestiones de incertidumbre dinámica sino por limitaciones de actuación máxima.

Para las cuestiones de robustez, el análisis adecuado debería realizarse mediante un modelo de incertidumbre paramétrica, dado que un análisis con incertidumbre global llevaría a diseños muy conservativos; siendo difícil alcanzar los anchos de banda requeridos. Como este trabajo apunta un tratamiento más integral de problema y no a puntualizar en la síntesis de los compensadores, se decide trabajar estas cuestiones tomando en cada caso un modelo más cercano a la condición de vuelo de interés, y se verificando luego los resultados para otras condiciones.

Para el análisis de trayectoria se asume que los lazos de control de trayectoria y actitud tendrán una separación en frecuencia de al menos una década, y que al menos en principio el control de velocidad puede analizarse como un sistema desacoplado de estos. Por lo tanto se consideran modelos puramente cinemáticos [55, 6], que para el plano vertical se reduce a:



$$\dot{z} = V_\infty \sin \theta \approx V_\infty \cdot (\theta_0 + \Delta\theta) \quad \rightarrow \quad Z(s) = \frac{V_\infty}{s} \Delta\theta(s) + \frac{\theta_0}{s} \quad (4)$$

Figura 5: cinemática en el plano vertical

De (4) se deduce que el ángulo de equilibrio  $\theta_0$  equivale a una perturbación de entrada constante, si este no es “trimado” de forma manual.

Para la trayectoria en el plano horizontal el planteo se basa en considerar la relación entre rolido, aceleración centrípeta y rumbo:

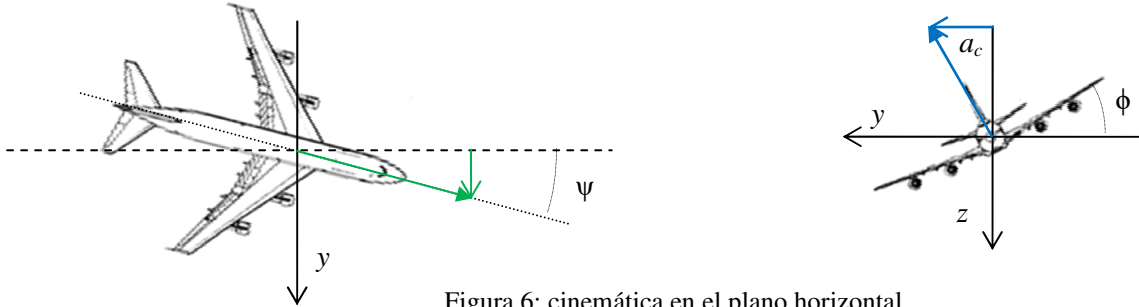


Figura 6: cinemática en el plano horizontal

$$\dot{y} = V_\infty \sin \psi \approx V_\infty \cdot \psi \quad , \quad \dot{\psi}(t) = \frac{v_t}{r} \quad (5)$$

$$a_c = \frac{v_t^2}{r} = \frac{U_0^2}{r} = g \cdot \text{tg } \phi(t) \quad \rightarrow \quad \dot{\psi}(t) = \frac{U_0}{r} = \frac{1}{U_0} \cdot g \cdot \text{tg } \phi(t) \approx \frac{g}{U_0} \cdot \phi(t) \quad (6)$$

$$\dot{y} = V_\infty \cdot \dot{\psi} = g \cdot \phi(t) \quad \rightarrow \quad Y(s) = \frac{g}{s^2} \quad (7)$$

Incluyendo perturbaciones atmosféricas, los modelos de trayectoria son:

$$Z(s) = G(s)\theta(s) + G_u(s)n_x(s) + G_w(s)n_z(s) \quad (8)$$

$$Y(s) = G(s)\phi(s) + G_v(s)n_y(s) \quad (9)$$

En estas expresiones  $n_x$ ,  $n_y$  y  $n_z$  son velocidades de ráfaga. Para evaluar las transferencias  $G_u(s)$  y  $G_w(s)$  se aumenta el modelo de la dinámica longitudinal (1) para incluir variaciones en la posición vertical, pero se lo reduce teniendo en cuenta que la presencia del lazo de control de actitud equivale a  $q = 0, \theta = \theta_r$ :

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{h} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & 0 \\ z_u & z_w & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ h \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_\theta \\ z_u & z_w & z_\theta \\ 0 & 0 & U_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_u \\ n_w \\ \theta_r \end{Bmatrix} \quad (10)$$

De (10) es posible obtener la transferencia entre velocidades de ráfaga y variación en la posición  $z$  en el plano longitudinal  $xz$ .

Para el plano horizontal, asumiendo que el control de actitud mantiene el ángulo de deslizamiento nulo para coordinar los virajes, una componente de velocidad de viento lateral resultará en un cambio de rumbo dado que la aeronave se mantendrá alineada con el viento relativo. Dado que la respuesta del lazo de actitud no será instantánea, esta hipótesis arroja resultados conservativos. La perturbación equivalente en el apartamiento lateral de la trayectoria será la integral de la componente transversal de velocidad de ráfaga:

$$G_v(s) = \frac{1}{s} \quad (11)$$

## 2.4. Modelos de Perturbación

La perturbación atmosférica puede descomponerse en una velocidad media de viento constante (al menos para la escala de tiempos del análisis), y un ruido gaussiano coloreado de media nula, asociado a la turbulencia. Se adoptan como modelos de turbulencia los espectros de Dryden [1, 2]. Para la componente lateral y vertical de turbulencia se tiene:

$$\Phi_w(\Omega) = \frac{\sigma^2 2L (1 + 12L^2 \Omega^2)}{\pi (1 + 4L^2 \Omega^2)^2} \quad (12)$$

En esta ecuación  $\Omega$  es una frecuencia espacial y  $L$  es la escala de la turbulencia. De acuerdo a [1], a menos de 300m de altitud la escala de la turbulencia para la componente vertical es igual a la altura, y para la componente lateral la escala puede determinarse de la siguiente expresión:

$$L_v(h) = \frac{1}{2} \frac{h}{(0.177 + 0.000823 h)^{1.2}} \quad (13)$$

Para la intensidad de la turbulencia se establece una magnitud proporcional al viento de superficie para la componente vertical, y sobre esta una variación en altura para las velocidades en el plano horizontal:

$$\sigma_w = 0.1 W_{20} \quad , \quad \frac{\sigma_{u,v}}{\sigma_w} = \frac{1}{(0.177 + 0.000823 h)^{0.4}} \quad (14)$$

Convirtiendo la frecuencia espacial en frecuencia temporal:

$$\Phi_{v,w}(\omega) = \frac{\sigma^2 2L \left(1 + 12L^2 \left(\frac{\omega}{U_0}\right)^2\right)}{\pi U_0 \left(1 + 4L^2 \left(\frac{\omega}{U_0}\right)^2\right)^2} \quad (15)$$

En el plano vertical la componente media de viento es nula, excepto que consideremos fenómenos localizados tales como *downburst* o corrientes ascendentes generados por grandes nubes convectivas; lo cual debe sumarse a la perturbación asociada al ángulo de trimado.

También pueden incluirse los espectros de velocidad angular por turbulencia, pero esto no tendrá un efecto directo sobre la trayectoria, si se cumple la hipótesis de separación en frecuencias dentro del control en cascada.

Debe recordarse que el área bajo la curva de la función de densidad espectral de potencia es igual a la varianza del error [3] y su raíz cuadrada (valor medio cuadrático o *rms*) permite definir los valores extremos esperables. Con los espectros de turbulencia para  $w_y(s)$  y  $w_z(s)$  podemos obtener los espectros de perturbación equivalentes a la salida para el plano horizontal y vertical [3], y esto permitirá relacionar los espectros de perturbación con las tolerancias para los errores de trayectoria:

$$\Phi_x(\omega) = |G_u(j\omega)|^2 \Phi_u(\omega) \quad , \quad \Phi_y(\omega) = |G_v(j\omega)|^2 \Phi_v(\omega) \quad , \quad \Phi_z(\omega) = |G_w(j\omega)|^2 \Phi_w(\omega) \quad (16)$$

Se concluye que el lazo de control de trayectoria horizontal deberá rechazar perturbaciones equivalentes de salida con distribución espectral  $\Phi_y(\omega)$ , junto con una eventual componente constante de viento cruzado; mientras que el lazo de control de trayectoria vertical deberá rechazar una perturbación a la salida con espectro  $\Phi_x(\omega) + \Phi_z(\omega)$ , y aunque normalmente la componente media de esta perturbación será nula, existirá una perturbación constante asociada al ángulo de trimado  $\theta_0$  para sostener una determinada trayectoria de vuelo.



### 3. DISEÑO DE COMPENSADORES

#### 3.1. Trayectoria

Para rechazar una perturbación de forma exacta en estado estacionario, el controlador debe tener un modelo de la perturbación, que en este caso equivale a incluir acción integral. Para el plano vertical, dado que el modelo para la planta a controlar expresando en (4) tiene un integrador, se puede demostrar [4] que si el controlador incluye un integrador la función de sensibilidad complementaria del lazo cerrado deberá tener en el numerador los últimos dos términos del denominador. Por lo tanto la expresión más simple posible de esta función para un compensador con función de transferencia bi-propia será de la forma:

$$T_z(s) = \frac{2\eta\omega_v s + \omega_v^2}{s^2 + 2\eta\omega_v s + \omega_v^2} \quad (17)$$

Dado que se busca una respuesta bien amortiguada, el parámetro  $\omega_v$  define el ancho de banda de lazo cerrado. Si se adopta un factor de amortiguamiento crítico, es decir  $\eta = 1$ , el ancho de banda resulta ser aproximadamente  $2.5\omega_v$ . La sensibilidad a la perturbación de salida será:

$$S_z(s) = 1 - T_z(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2\omega_v s + \omega_v^2} \quad (18)$$

El espectro del error de trayectoria por efecto de la perturbación equivalente en la salida será [3]:

$$e_z(\omega) = |S_z(j\omega)|^2 \cdot |G_w(s)|^2 \cdot \Phi_v(\omega) \quad (19)$$

Para el plano vertical, el modelo cinemático expresando en (7) incluye un integrador doble. Con argumentos equivalentes a lo antes mencionado se propone por lo tanto la siguiente función de lazo cerrado:

$$T_y(s) = \frac{6\omega_h^2 s^2 + 4\omega_h^3 s + \omega_h^4}{s^4 + 4\omega_h s^3 + 6\omega_h^2 s^2 + 4\omega_h^3 s + \omega_h^4} \quad (20)$$

Para esta función el ancho de banda también resulta ser de forma aproximada  $2.5\omega_h$ . La sensibilidad es:

$$S_z(s) = \frac{s^4 + 4\omega_h s^3}{s^4 + 4\omega_h s^3 + 6\omega_h^2 s^2 + 4\omega_h^3 s + \omega_h^4} \quad (21)$$

Se adopta como criterio de diseño para definir la banda de tolerancia del error una probabilidad de excedencia del 2%, lo que equivale a 3 veces el valor *rms* para un proceso estocástico gaussiano.

Para una altura de 100m, 55 m/s de velocidad de aproximación y velocidades de viento de 20, 30 y 40 knt se tiene la siguiente relación entre los parámetros  $\omega_c$  y los errores de trayectoria:

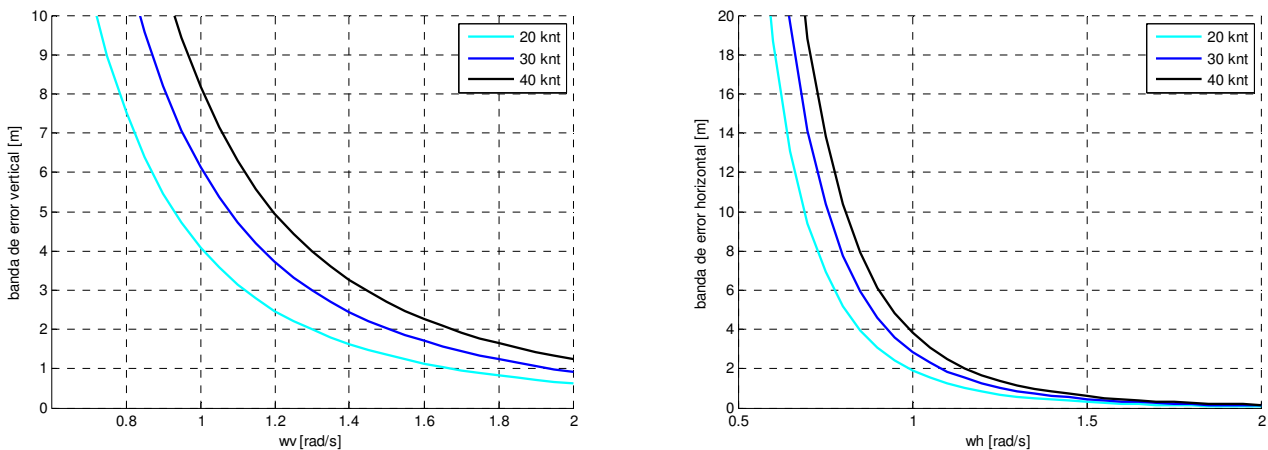


Figura 7: valor medio cuadrático del error de trayectoria en función de los parámetros de diseño para velocidades de viento de 20, 30 y 40 knt



Según estos resultados, para mantenerse dentro de una tolerancia de 5m en el plano vertical con un 98% de probabilidad se requiere un valor del orden de  $1.1s^{-1}$  para  $\omega_v$ ; lo que correspondería a un ancho de banda de  $2.75s^{-1}$ . En el plano horizontal,  $\omega_h$  debería ser del orden de los  $0.75s^{-1}$  para mantener los errores máximos en el orden de los 10m, correspondiéndose a un ancho de banda de  $1.88s^{-1}$ .

Esto implica para el control de actitud longitudinal un ancho de banda del orden de los  $27s^{-1}$ , y para el control latero-direccional un ancho de banda de  $19s^{-1}$ .

A priori, en función de las dinámicas de lazo abierto observadas, esto parece excesivo. Como en todo diseño, el proceso es iterativo, resultando finalmente en una solución de compromiso con  $\omega_v = 1$  y  $\omega_h = 0.3$ . Los controles de trayectoria vertical y horizontal resultantes son:

$$K_v(s) = 0.037 \frac{s + 0.5}{s} \quad , \quad K_h(s) = 0.055 \frac{(s^2 + 0.2s + 0.015)}{s(s + 1.2)} \quad (22)$$

Estos controladores se implementan con realimentación de salida para evitar problemas de *windup* de la integral ante saturación en los ángulos de cabeceo y rolido respectivamente, los cuales se limitan a  $\pm 15^\circ$  y  $\pm 45^\circ$  respectivamente.

### 3.2. Actitud

De lo anterior resulta como meta inicial lograr un ancho de banda de  $27s^{-1}$  para actitud longitudinal, y  $19s^{-1}$  para rolido.

Mientras que el problema de actitud latero-direccional es intrínsecamente multi-variable, el control longitudinal podría enfocarse como un problema SISO. Sin embargo debe tenerse en cuenta que la dinámica longitudinal presenta dos modos sub-amortiguados muy separados en frecuencia, lo cual resulta difícil de resolver sin recurrir a una cancelación; y dado que los polos del modo fugoide son muy poco amortiguados, esto en general no resulta ser una estrategia robusta. Si además se tiene en cuenta que todos los estados están disponibles para la realimentación, el enfoque multi-variable puede ofrecer ventajas.

Se opta por sintetizar reguladores LQR (*Linear Quadratic Regulator*) para ambos lazos de control. Más allá de ser una técnica muy utilizada para resolver esta clase de problemas [11, 14], se realizó esta elección debido a que esta técnica permite lograr un esfuerzo de control bien balanceado y respuestas bien amortiguadas sin demasiada dificultad; lo cual además resulta en buenas propiedades de robustez.

Para actitud longitudinal se utiliza un modelo reducido para velocidad de vuelo constante, usando como estados la variación de ángulo de ataque  $\Delta\alpha$ , la velocidad de cabeceo  $q$  y el error en el ángulo de cabeceo  $e_\theta$ . Obtenemos este modelo eliminando en (1) la primera variable de estado y la segunda entrada; y luego aplicando la siguiente transformación:

$$\begin{Bmatrix} w \\ q \\ e_\theta \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} \Delta\alpha \\ q \\ \theta \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_\theta \quad , \quad T = \begin{bmatrix} U_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{A} = T^{-1}AT \quad , \quad \bar{B} = T^{-1}B \quad , \quad e_\theta = \theta - r_\theta \quad (23)$$

Luego de algunos ajustes, el índice de desempeño queda definido con las siguientes matrices Q y R:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad , \quad R = [0.01] \quad (24)$$

Esto arroja la siguiente matriz de realimentación de estados:

$$K_{lnq} = [1.580 \quad -7.484 \quad -100] \quad (25)$$

Los polos de lazo cerrado son  $\lambda_1 = -1.17$  y  $\lambda_{2,3} = -12.31 \pm j12.44$ , pero puede observarse de los autovectores de la matriz dinámica de lazo cerrado que el modo lento no tiene incidencia en el ángulo de cabeceo, lo cual se corrobora en la simulación.

En la Figura 8 se muestra la respuesta para la condición nominal y dos condiciones no-nominales representativas. Puede observarse que ante 1° de error la acción de control supera el 100%. Esto sugiere que deberían relajarse los requerimientos, pero esta decisión se posterga hasta realizar un análisis más completo.

Para actitud latero-direccional, se utiliza la ecuación (2) reemplazando el ángulo de rolido por su error de seguimiento  $e_\phi$  respecto de su valor referencia:  $e_\phi = \phi - r_\phi$ . Para el regulador LQR se utilizan las siguientes matrices para el índice de desempeño:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.01^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05^{-2} \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Esto arroja la siguiente matriz de realimentación de estados:

$$K_{lat} = \begin{bmatrix} 24.48 & 4.74 & -10.89 & 21.05 \\ -26.02 & -0.30 & 14.54 & -0.75 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Esto resulta en polos en  $\lambda_{1,2} = -2.09 \pm j2.01$  y  $\lambda_{3,4} = -4.02 \pm j4.04$ . De los autovectores se aprecia que los polos lentos están asociados al deslizamiento, mientras que los rápidos se relacionan con el rolido.

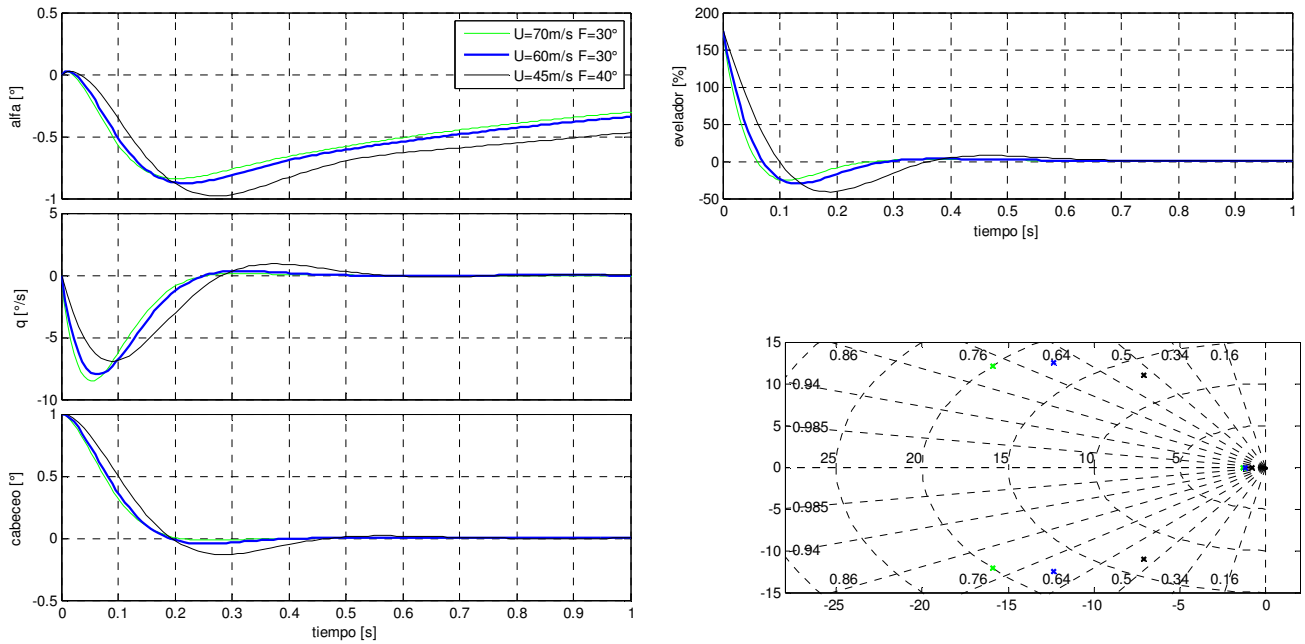


Figura 8: respuesta a lazo cerrado de la actitud longitudinal a una condición inicial de 1° en el error de cabeceo; y ubicación de polos de lazo cerrado. Se muestran resultados con flaps en 30° para altura y velocidad de 500m y 70m/s, 50m y 60m/s (nominal, en negro); y con flaps a 40° para 0m de altura y 45m/s de velocidad

En la Figura 9 se muestra la respuesta para la condición nominal y dos condiciones no-nominales representativas. En este caso el uso de la acción de control puede considerarse razonable.

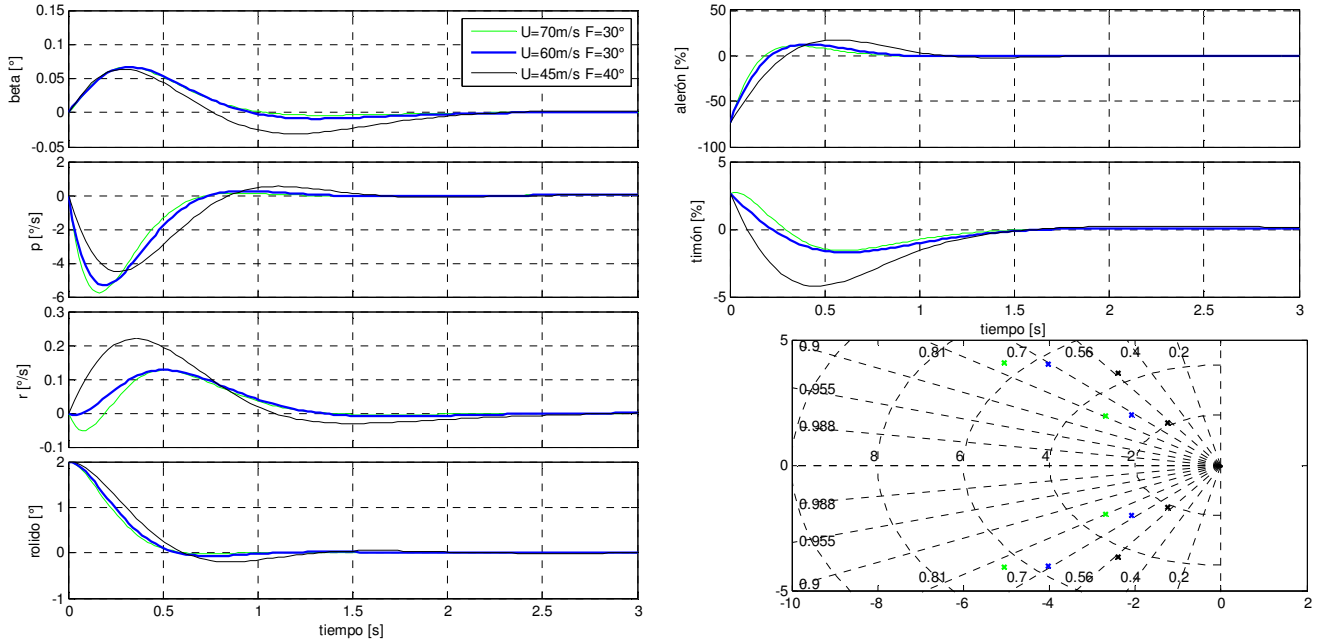


Figura 9: respuesta a lazo cerrado de la actitud latero-direccional a una condición inicial de  $2^\circ$  en el error de rolido; y ubicación de polo de lazo cerrado. Se muestran resultados para tres condiciones: altura 500m, velocidad 70m/s y flaps en  $30^\circ$  (verde), altura 50m, velocidad 60m/s y flaps  $30^\circ$  (nominal, en negro); y 0m de altura, 45m/s de velocidad y flaps a  $40^\circ$  (azul)

### 3.3. Control de velocidad

Se obtiene un modelo para la dinámica de la velocidad de vuelo a partir de la ecuación de estados para la dinámica longitudinal asumiendo actitud constante. Bajo esta condición:

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w \\ z_u & z_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} x_\tau \\ z_\tau \end{bmatrix} \{\tau\} \quad (28)$$

De esto podemos determinar la siguiente función de transferencia:

$$\frac{U(s)}{\tau(s)} = \frac{x_\tau s + z_u z_\tau - z_w x_\tau}{s^2 - (x_u + z_w)s + x_u z_w - z_u x_w} \approx \frac{4.07}{s + 0.0674} \quad (29)$$

Debe contemplarse además la respuesta dinámica del sistema de propulsión, que se ajusta con un modelo de primer orden con constante de tiempo de un segundo. Esto último marca un límite superior para el ancho de banda alcanzable a lazo cerrado. Eligiendo una dinámica críticamente amortiguada con ancho de banda de  $0.5s^{-1}$  para no exigir en exceso al sistema de propulsión, resulta el siguiente controlador:

$$K_u(s) = 0.25 \frac{(s + 1)(s + 0.0674)}{s(s + 2)} \quad (30)$$

En la siguiente figura se muestran las funciones de sensibilidad del lazo de control de velocidad para diferentes condiciones de vuelo, en donde puede apreciarse que la solución es robusta.

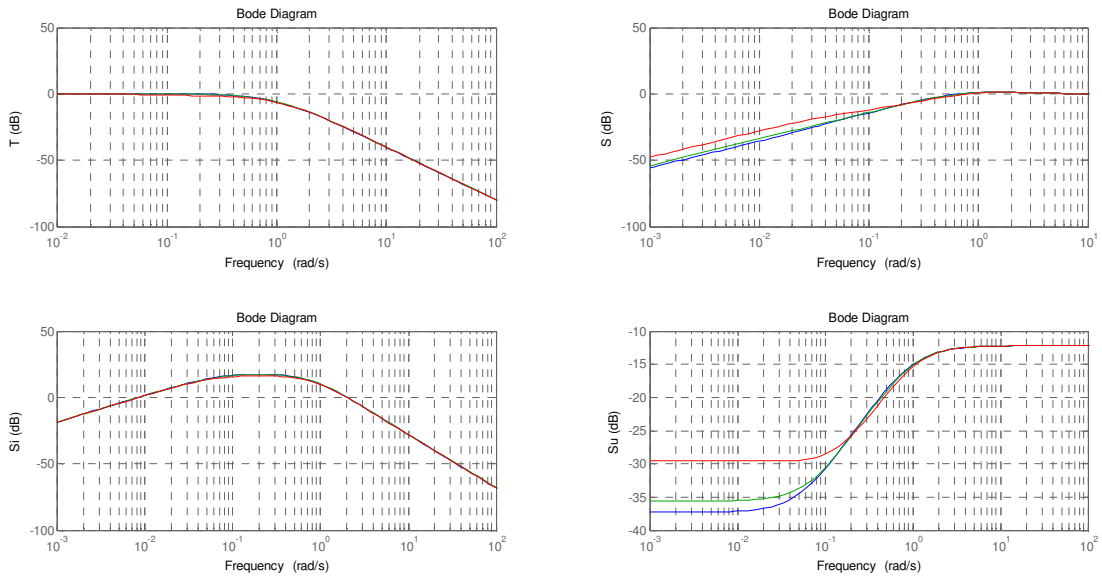


Figura 10: Sensibilidades del lazo de control de velocidad para las diferentes condiciones de vuelo. Se muestran resultados con flaps a 30° para altura y velocidad de 500m y 70m/s (azul), 50m y 60m/s (condición nominal, en verde); y con flaps a 40° para 0m de altura y 45m/s de velocidad (rojo).

### 3.4. Rotación y frenado

Para la maniobra de rotación en la etapa terminal del aterrizaje es común elegir una trayectoria de descenso exponencial [6, 12].

$$\dot{h} = -1/t_f h \quad (31)$$

$$h(t) = h_o(1 - e^{-t/t_f}) \quad (32)$$

El parámetro  $t_f$  define la constante de tiempo, y la maniobra completa tendrá una duración de unas cuatro veces dicho valor para alcanzar una altura del 2% del valor inicial. Para realizar un empalme suave este parámetro debe quedar definido por la velocidad de descenso en el punto inicial, según lo establece la fórmula (31).

Para una velocidad de aproximación de 55 m/s y una pendiente de planeo de 3°, la constante de tiempo para  $h_o = 10m$  será de 4s. Para hacer un buen seguimiento el ancho de banda del control de velocidad de descenso debería ser al menos  $2.5s^{-1}$ .

La velocidad de esta maniobra invalida el esquema de control de trayectoria vertical utilizado para la aproximación. Se elige controlar la velocidad de descenso y no la altura, dado que el objetivo de control implica hacer contacto de forma suave. La referencia  $v_r$  para esta velocidad queda determinada por la ecuación (31). Reducimos el modelo (1) como se hizo para control de actitud longitudinal, pero realizamos un cambio de variables para tomar el error en la velocidad vertical como estado, la cual se asume medible:

$$v_z = \dot{h} \quad e_{v_z} = v_z - v_r = U_o \sin \theta - w \cos \theta - v_r \approx U_o \theta - w - v_r \quad (33)$$

Por lo tanto:

$$\begin{Bmatrix} e_{v_z} \\ q \\ \Delta\theta \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} w \\ q \\ \Delta\theta \end{Bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & U_o \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = T A T^{-1}, \quad \bar{B} = T B \quad (34)$$

Luego aumentamos el estado para incluir acción integral en el lazo:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ e_{v_z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0^{3 \times 1} \\ [1 & 0 & 0] & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x} \\ e_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B} \\ 0 \end{bmatrix} \{\delta_e\} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0^{3 \times 1} \end{bmatrix} \{v_r\} \quad (35)$$

Planteamos LQR con:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad R = [1] \quad (36)$$

La matriz de realimentación de estados es:

$$K_{flr} = [-2.94 \quad -22.01 \quad -10.72 \quad -0.32] \quad (37)$$

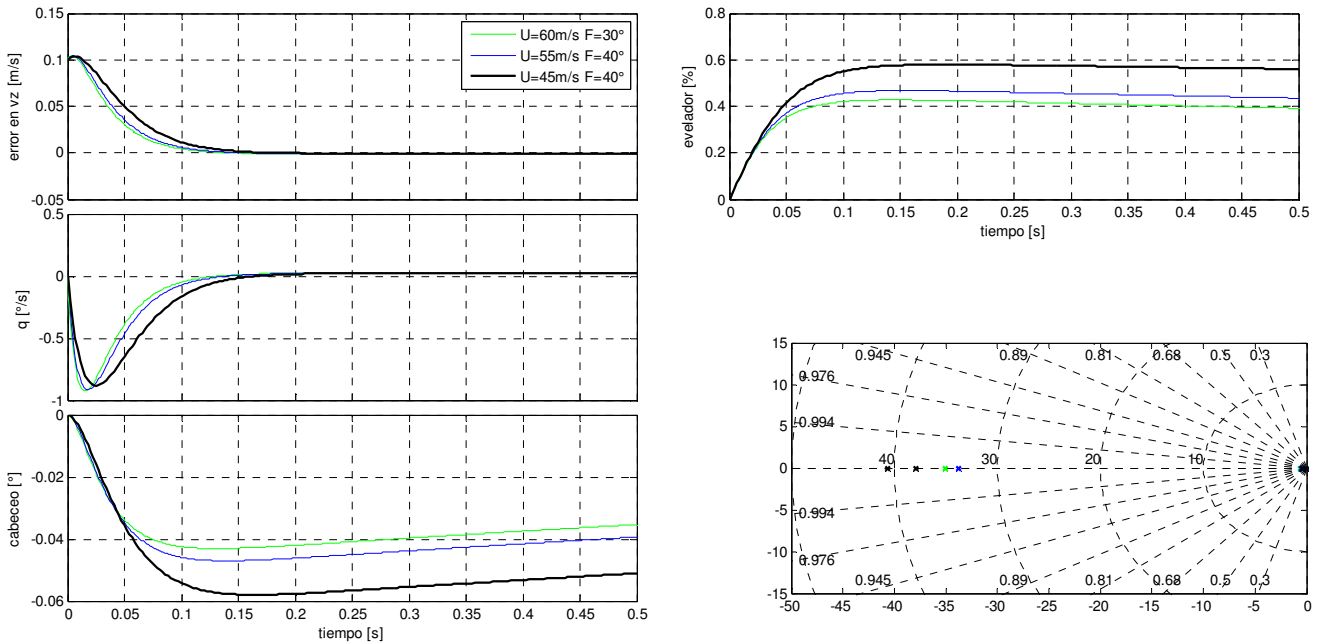


Figura 11: respuesta a lazo cerrado del control vertical para el flare, para velocidades de 45 m/s (nominal, en negro), 55 m/s y 60 m/s

Existe una dificultad aparente al llevar esta realimentación de estados a su implementación. Mientras que en el modelo  $\Delta\theta$  es un apartamiento respecto de valor de equilibrio  $\theta_0$ , en la práctica  $\theta$  es un valor definido a partir de una referencia absoluta (el horizonte) y no tenemos una forma directa de determinar  $\theta_0$ . Sin embargo, esta diferencia queda absorbida en la componente integral de la acción de control, cuando la misma se inicializa al inicio de la maniobra para realizar una transferencia suave entre el control de aproximación y el de rotación.

Para el control latero-direccional se aumenta el modelo utilizado previamente agregando como estado el error de rumbo  $e_\psi = \psi - r_\psi$ :

$$\dot{e}_\psi = \dot{\psi} = \sin \phi \sec \Theta q + \cos \phi \sec \Theta r \approx r \quad (38)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{e}_\psi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0^{4 \times 1} \\ [0 & 0 & 0 & 1] & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x} \\ e_\psi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0^{1 \times 2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{Bmatrix} \quad (39)$$

Nuevamente utilizamos LQR con las siguientes matrices:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 400 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Esto arroja la siguiente matriz de realimentación de estados:

$$K_{roll/yaw} = \begin{bmatrix} -0.74 & 6.06 & -0.45 & 19.94 & -1.57 \\ 1.67 & 0.37 & 14.80 & 1.80 & 19.94 \end{bmatrix} \quad (41)$$

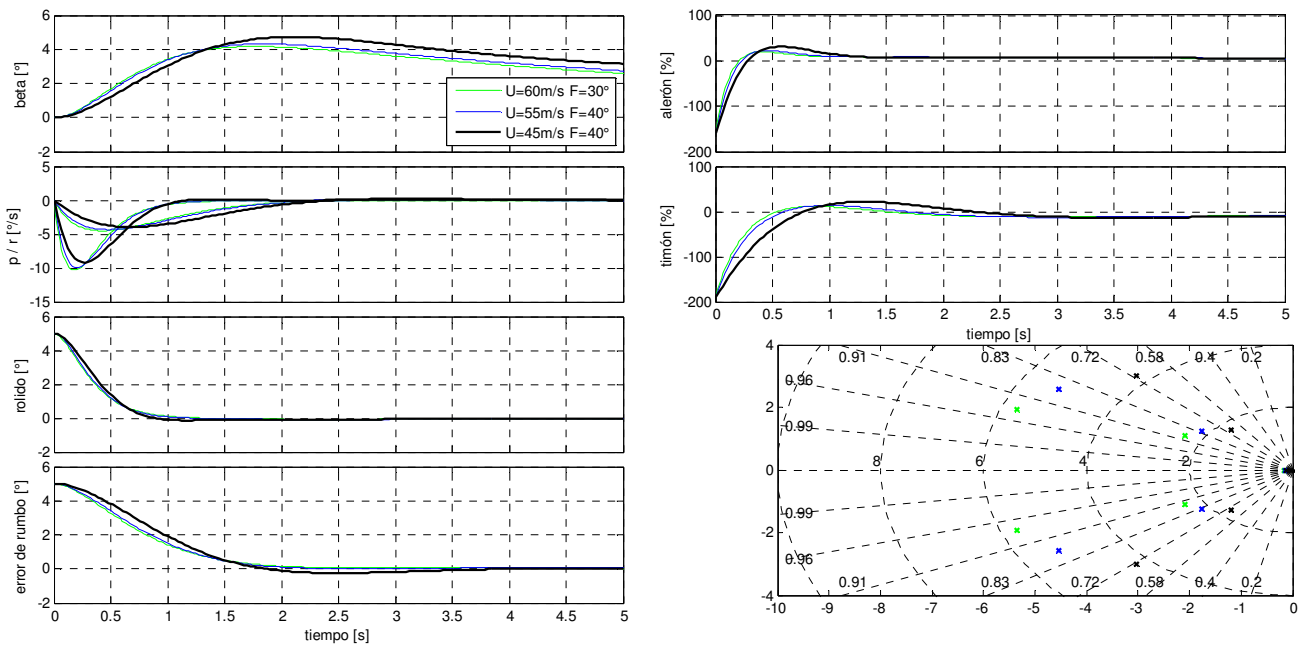


Figura 12: respuesta a lazo cerrado del control horizontal para el flare, para velocidades de 45 m/s (nominal), 55 m/s y 60 m/s

En este caso sería necesario realimentar como primer variable de estado el apartamiento del ángulo de deslizamiento  $\Delta\beta$  respecto de su condición de equilibrio  $\beta_0$ , que será un valor no nulo al aterrizar con viento cruzado. Para este caso se optó por introducir un filtro pasa altos con frecuencia de paso una década menor al ancho de banda de este lazo.

#### 4. SIMULACIÓN Y CONCLUSIONES

Para la simulación se utiliza un modelo numérico no-lineal; utilizando las ecuaciones cardinales de la mecánica para un cuerpo rígido con seis grados de libertad, y como modelo aerodinámico los coeficientes generados con el DATCOM en régimen incompresible para todo el rango de ángulos de ataque. Se consideran variaciones de parámetros atmosféricos con la altura, tanto en lo relativo a densidad, como a intensidad y dirección del viento. Se generan las velocidades de ráfaga utilizando los modelos de Dryden, incluyendo variaciones con la altura en la intensidad y escalas de la turbulencia. Se incluye un modelo elástico simple para las fuerzas producidas por el tren de aterrizaje. Los resultados se visualizan en un simulador de vuelo en tiempo pseudo-real. Por cuestiones de estabilidad numérica se utiliza un esquema de segundo orden con tiempo de integración de 1ms.

En primer término se evaluaron los lazos de control de actitud. Se simularon respuestas a escalones en las referencias correspondientes. Los resultados se observan en la Figura 13. Naturalmente, por la magnitud de los

cambios en las referencias se observa saturación en las acciones de control, pero la velocidad y forma de la respuesta es compatible con lo determinado a partir de los modelos lineales.

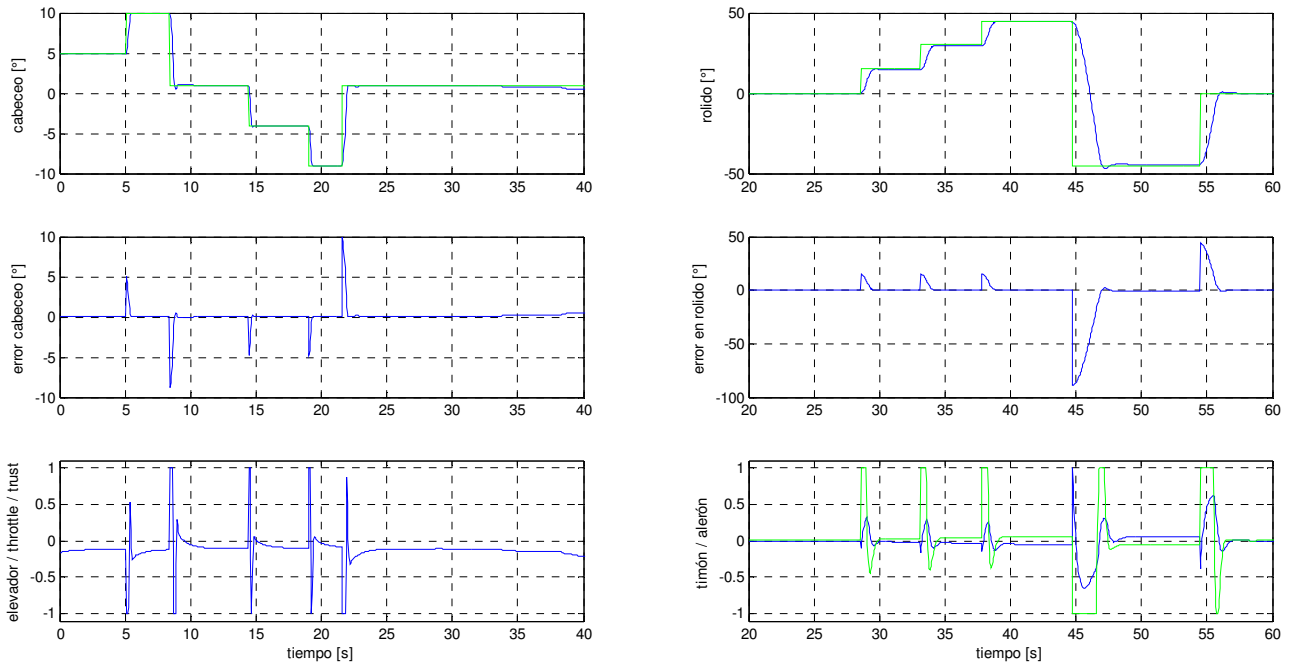


Figura 13: respuesta a lazo cerrado del control de actitud longitudinal (izquierda) y latero-direccional (derecha)

Luego se simuló una trayectoria compuesta por los tramos básico y final del circuito de aterrizaje, en condiciones de calma. Esto permite evaluar el desempeño del sistema libre de perturbaciones (Figura 14). En la Figura 15 se observan los errores de seguimiento de trayectoria. Puede notarse que en las transiciones entre los tramos rectos se producen transitorios, que son naturales dado que el empalme se realiza con arcos de radio constante, lo que exigen un cambio abrupto en la aceleración lateral (y por lo tanto en el rolido). Pero se observa que, aunque los errores son pequeños, la respuesta posee una componente claramente sub-amortiguada no esperada.

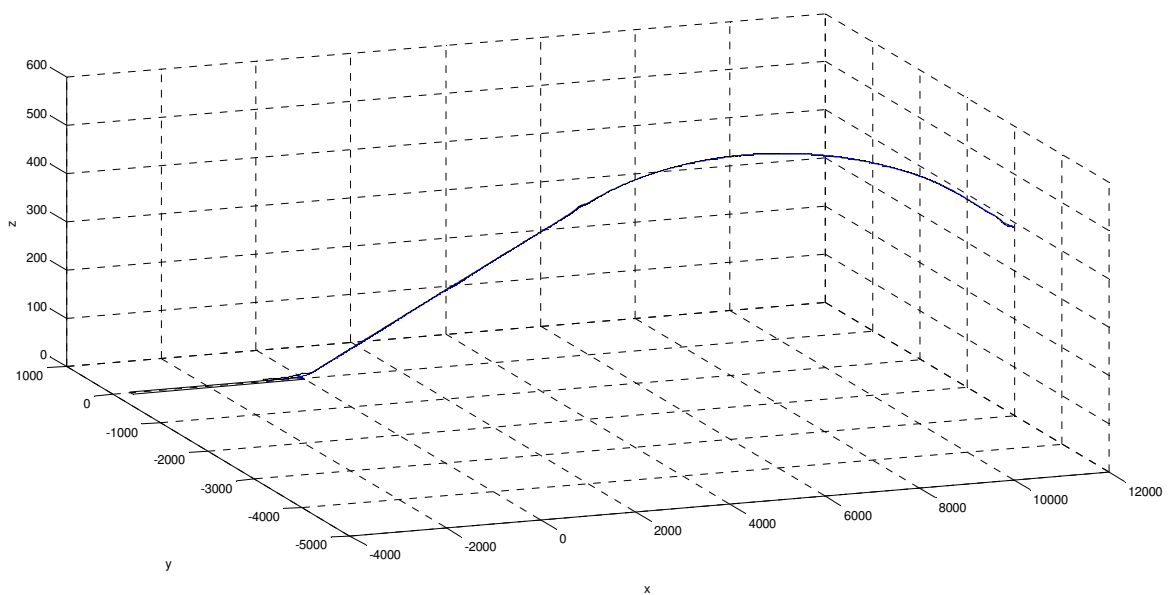


Figura 14: respuesta a lazo cerrado del control horizontal para el flare



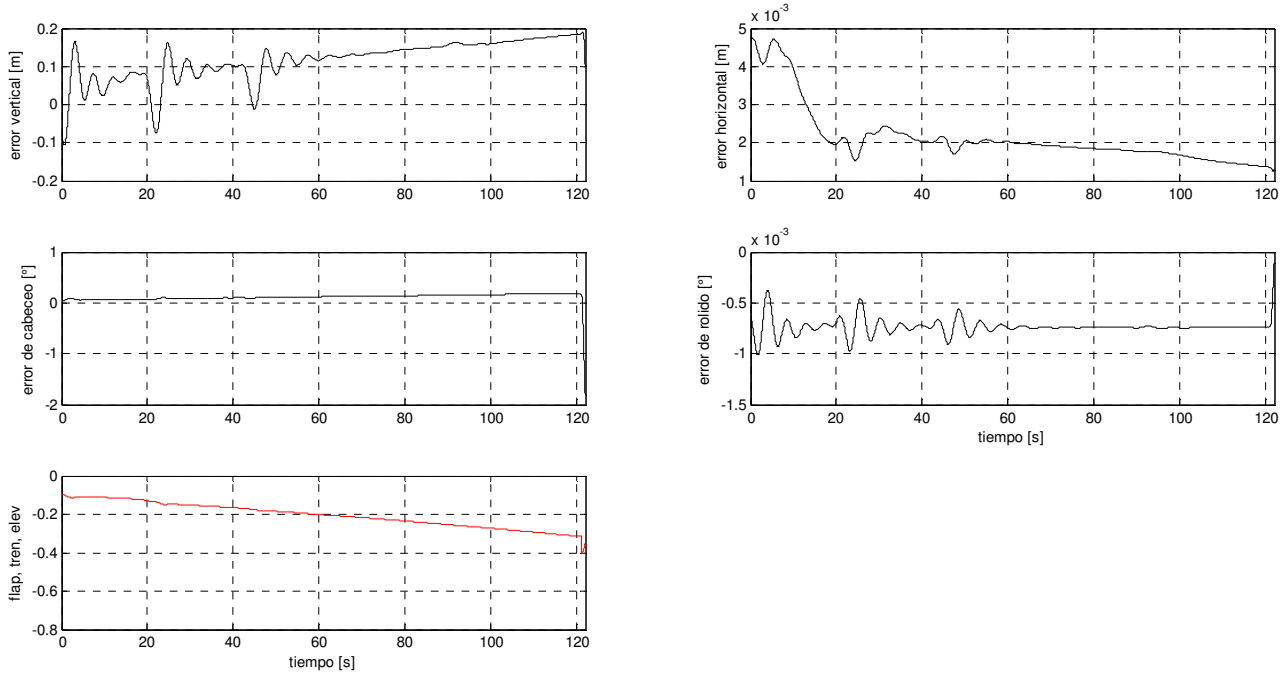


Figura 15: Seguimiento de trayectoria en los tramos básico y final el circuito de aterrizaje

Para identificar el origen del problema, en la Figura 16 se muestran las funciones de sensibilidad para los lazos de control de trayectoria y velocidad. Puede observarse que el lazo de velocidad no es lo suficientemente rápido respecto del de trayectoria; y por lo tanto existirá un acoplamiento sobre trayectoria vertical.

Dado que no resulta factible aumentar el ancho de banda del lazo de velocidad por limitaciones del sistema de propulsión, y no es deseable disminuir mucho más el ancho de banda del lazo de trayectoria para mantener las cotas de error, se decide por el momento tolerar este problema.

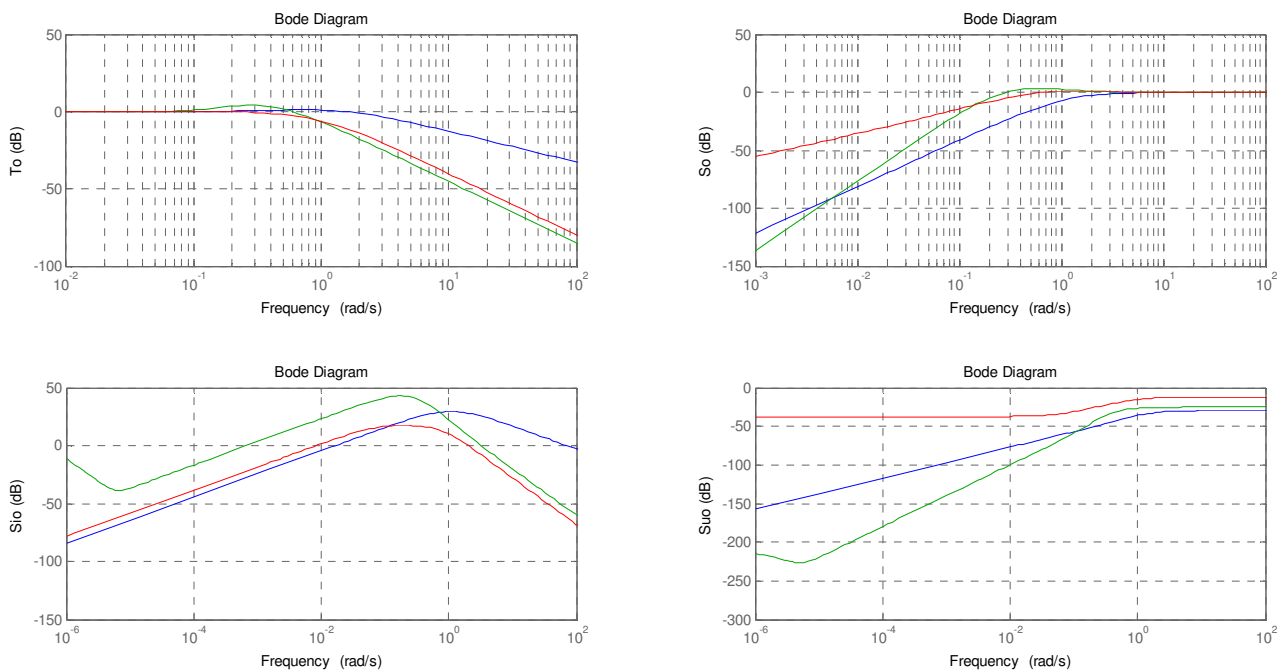


Figura 16: Comparación de las sensibilidades nominales para los lazo de control de trayectoria vertical (azul), horizontal (verde) y velocidad (rojo)

Para evaluar el desempeño ante perturbaciones de viento recurrimos a un esquema tipo Monte Carlo [10]. En las Figura 17 y Figura 18 se observan los datos de 30 simulaciones correspondientes al seguimiento de trayectorias en el tramo final del aterrizaje para intensidades de viento en superficie (6m) de 20 knt y 35 knt. Esto se corresponde con los niveles 6 y 8 en la escala de Beaufort (“brisa fresca” y “temporal”). En todos los casos se observa que los errores se mantienen dentro de las tolerancias fijadas en los objetivos, sin exceder los niveles de actuación máxima, excepto de forma ocasional al iniciar la rotación.

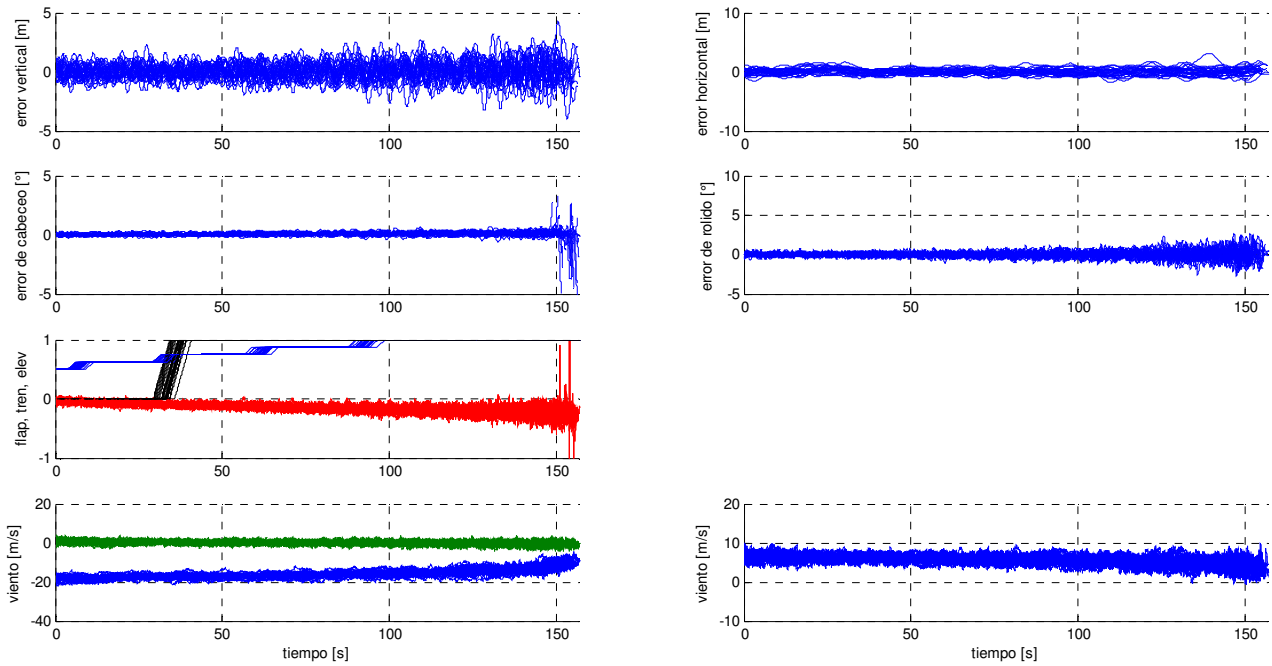


Figura 17: Seguimiento de trayectoria en el tramo final el circuito de aterrizaje para una velocidad de viento de 20 knt

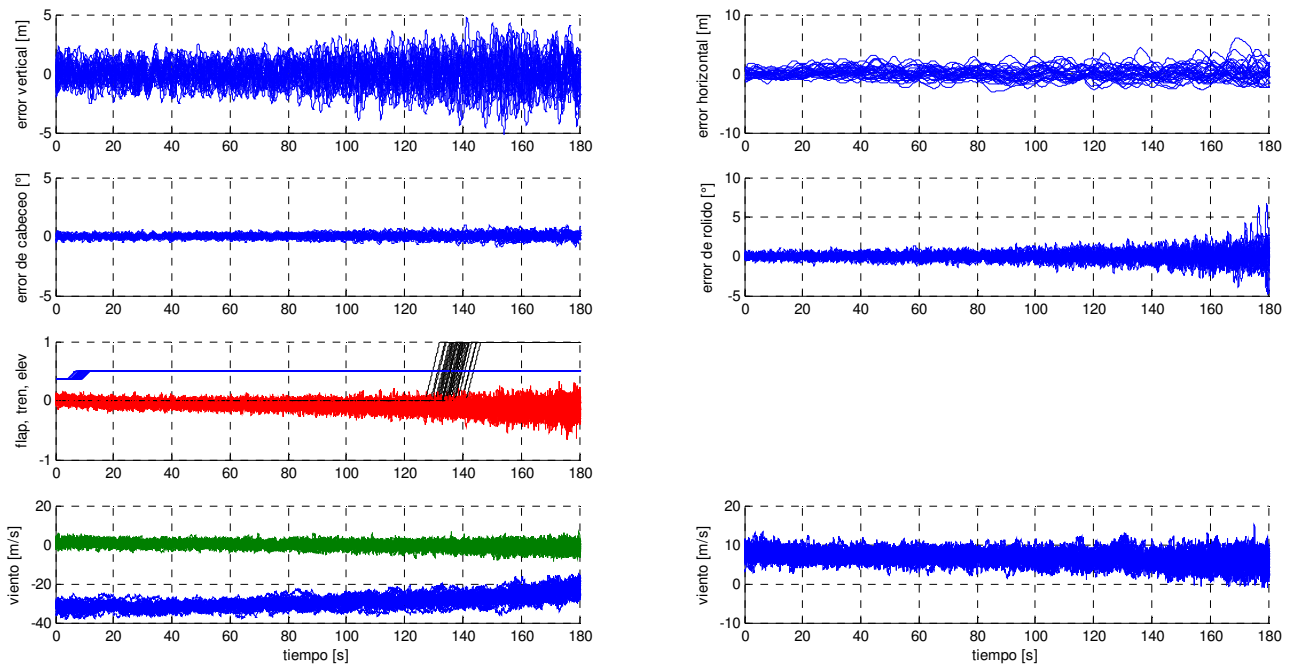


Figura 18: Seguimiento de trayectoria en el tramo final el circuito de aterrizaje para una velocidad de viento de 35 knt

En la Figura 19 se muestran los resultados para la maniobra de flare con intensidad de viento de 20knt, mientras que los datos de la Figura 20 corresponden a 35knt.

Debe aclararse que para el aterrizaje con viento fuerte se restringe la deflexión de flap ( $20^\circ$  para 35knt), se incrementa la velocidad para la maniobra de flare, y se introduce un offset sobre la altura para el cálculo de la referencia de velocidad de descenso superior a la utilizada en condiciones de calma.

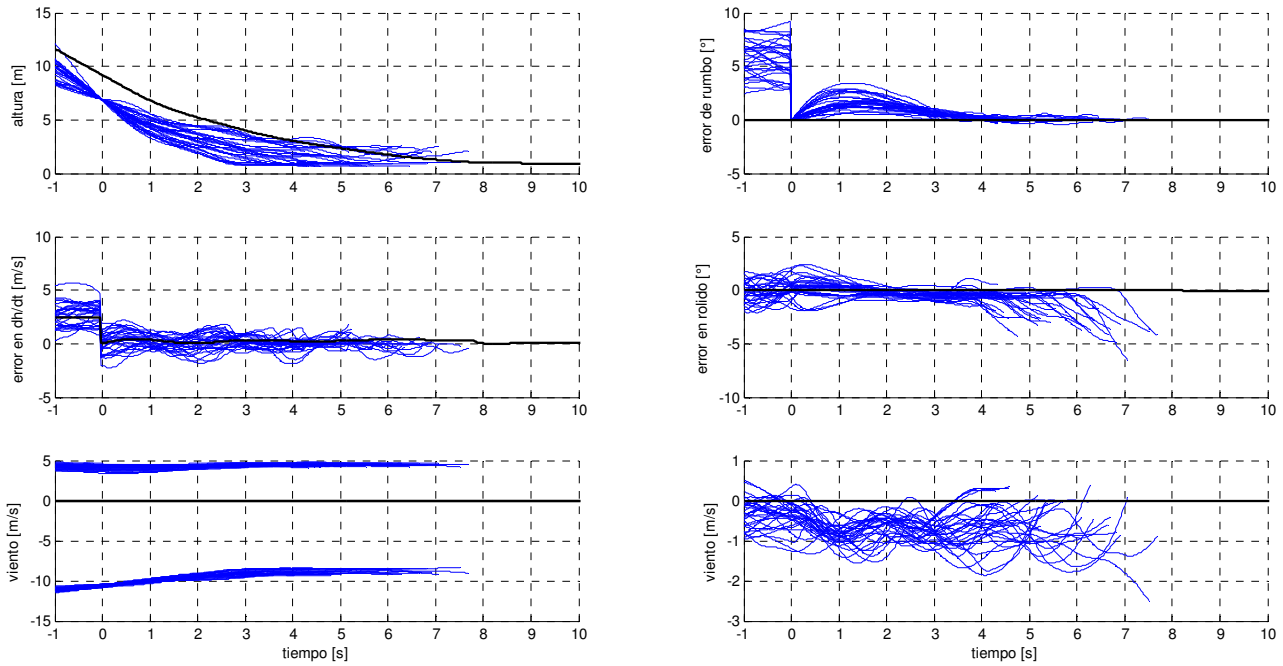


Figura 19: Simulaciones de la maniobra de flare sin viento (línea gruesa), y con intensidad de viento de 20 knt

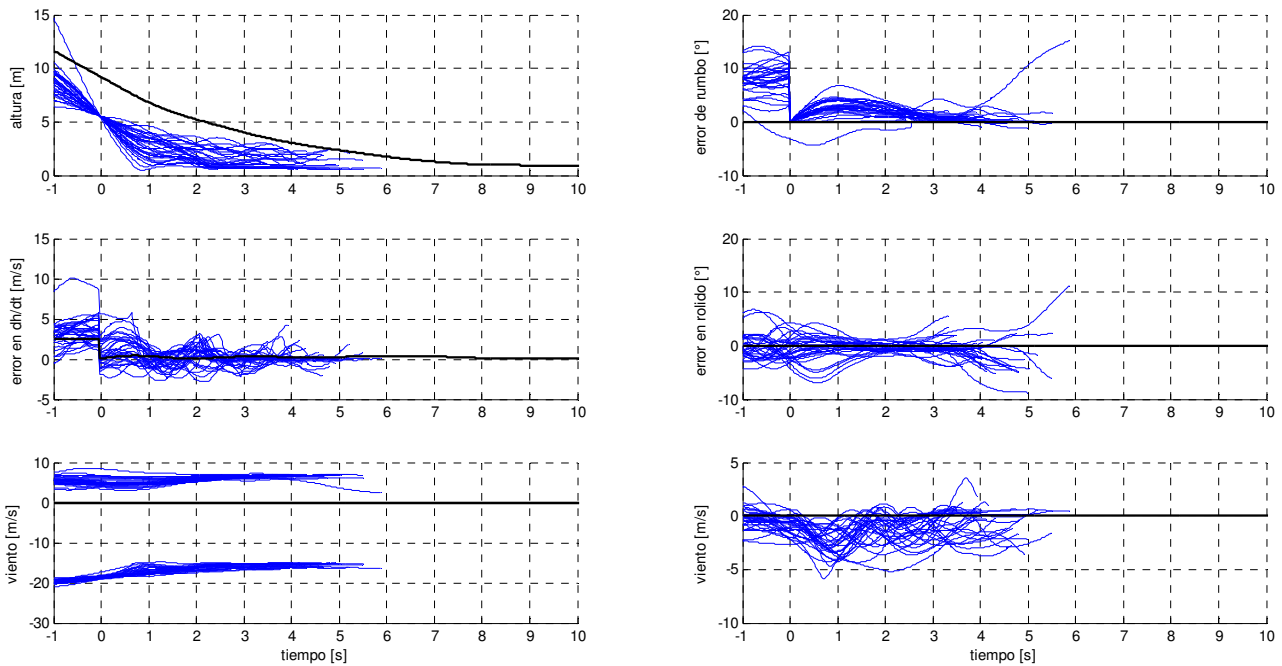


Figura 20: Simulaciones de la maniobra de flare sin viento (línea gruesa), y con intensidad de viento de 35 knt

Los resultados obtenidos demuestran que el esquema es robusto, lográndose un buen rechazo de perturbaciones atmosféricas; pero la exigencia en ancho de banda del control de trayectoria produce un acoplamiento entre control de velocidad y error de trayectoria vertical que debería ser mitigado; posiblemente mediante un enfoque multi-variable para resolver trayectoria vertical y velocidad en un solo lazo. Resta además trabajar sobre la optimización en la elección de los parámetros nominales para la ejecución del flare (altura inicial, velocidad de aproximación, posición de flap y offset de altura).

En el caso del flare resultaría recomendable incluir lazos de pre-alimentación [14] para mejorar la precisión en el seguimiento de la velocidad de descenso.

Debería además incluirse un esquema para restringir el ángulo de ataque, a fin de prevenir una entrada en pérdida bajo condiciones de viento fuerte. En principio esto se podría atacar reestructurando el lazo de control vertical en un esquema en cascada (sin separación dinámica), o utilizando una técnica de estructura variable.

Resta además evaluar las sensibilidades a errores y ruidos de medición tanto sobre las variables controladas como sobre las acciones de control.

Aunque la técnica LQR es popular para este tipo de aplicaciones [11, 14] y ha resultado adecuada para este trabajo, existen otras opciones disponibles para las leyes de control de los diferentes sub-sistemas que podrían ofrecer algunas ventajas; tales como control por inversión dinámica [13], control  $H_\infty$  [16], MRAC (*Model Reference Adaptive Control*), MPC (*Model Predictive Control*) y control por modos deslizantes entre otras.

## REFERENCIAS

- [1] MIL-F-8785C - *Flying Qualities of Piloted Airplanes*, 1980.
- [2] MIL-HDBK-1797 - *Flying Qualities of Piloted Aircraft*, 1997.
- [3] Federic M. Hoblit, *Gust Loads on Aircraft: Concepts and Applications*: AIAA Inc., 1988.
- [4] G.C. Goodwin, S.F. Graebe y M.E. Salgado, *Control System Design*: Prentice Hall 2000.
- [5] Robert C. Nelson. *Flight Stability and Automatic Control*: McGraw-Hill 1989. ISBN 0-07-046218-6
- [6] Donald Mc Lean. *Automatic Flight Control Systems*: Prentice-Hall 1990. ISBN 0-13-054008-0
- [7] M.V. Cook. *Flight Dynamics Principles*: Elviesier, 2007
- [8] Robert F. Stengel. *Flight Dynamics*: Princeton University Press 2004
- [9] *The USAF Stability and Control Digital DATCOM* (AFFDL-TR-79-3032)
- [10] G.Looye, H.Joosy, “*Design of Autoland Controller Functions with Multi-Objective Optimization*“, 2002. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*.
- [11] G.Balas, “*Flight Control Law Design: An Industry Perspective*“, 2003. *European Journal of Control*.
- [12] L. Le Ngoc, C. Borst, M. Mulder, M. M. van Paassen, “*The Effect of Synthetic Vision Enhancements on Landing Flare Performance, 2010. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*“.
- [13] C.J. Miller, “*Nonlinear Dynamic Inversion Baseline Control Law: Architecture and Performance Predictions*“, 2011. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*.
- [14] N. Halyo, “*A Combined Stochastic Feedforward and Feedback Control Design Methodology With Application to Autoland Design*”, 1987. *NASA Langley Research Center*

- [15] A. de Bruin, T. Jones, “*Accurate Autonomous Landing of a Fixed-Wing Unmanned Aircraft under Crosswind Conditions*”, 2016. *International Federation of Automatic Control (IFAC)*.
- [16] R.J.Niewoehner, I.I. Kaminer, “*Design of an Autoland Controller for a Carrier-based F-14 Aircraft using  $H_\infty$  Output-Feedback Synthesis*”, 1994. *American Control Conference*.
- [17] Q.Zhu, Y.Yu, Z.Zhang ,W.Zhang, Z.Wen , “*Design of Approach Power Compensation System for Carrier-Based Aircraft Using Conditional Integral Sliding Surface*” 2012. *IEEE International Conference on Information and Automation*.