

# MODELO DE BORDE VORTICOSO Y SU APLICACIÓN AL ANÁLISIS DE ALAS DELTA MEDIANTE RED DE VÓRTICES

César A. Vecchio Toloy

*Escuela de Ingeniería Mecánica Aeronáutica, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sarsfield  
1611, 5016 Córdoba, Argentina, cesar\_vecchio@gmx.com,  
<http://www.efn.unc.edu.ar/escuelas/aeronautica/index.html>*

**Palabras Clave:** VLM, Alas Delta.

**Resumen.** El presente trabajo propone un método que permite estimar satisfactoriamente las características longitudinales de alas delta con perfiles de borde filoso, tanto coeficientes globales como distribución de cargas, con errores menores al 10 % respecto de ensayos subsónicos, mostrándose consistente hasta ángulos de ataque superiores a los 20°.

El método consta de dos partes que pueden ser de aplicación independiente entre sí. En la primer parte se propone el Modelo de Borde Vorticoso (MBV), como una simplificación de la Teoría de Analogía de la Succión (TAS) del borde de ataque. Mientras ésta discrimina la sustentación producida por un ala de borde filoso entre una componente potencial y otra vorticosa, en el MBV se asume que toda la sustentación es de índole vorticosa, reduciéndose la superficie alar a una única línea vorticosa sobre el borde de ataque. Aplicando una teoría de línea sustentadora no planar, se halla una expresión para  $C_L$  dependiente sólo de la flecha y resoluble en forma directa a través de una única fórmula. La misma es extensible a otras plantas alares derivadas de la forma delta básica.

La segunda parte consiste en un algoritmo que corrige los resultados para alas delta obtenidos por la aplicación de programas de método de red de vórtices (VLM) convencionales, que subestiman considerablemente la sustentación generada y muestran una distribución de carga errónea. La corrección propuesta logra representar los picos de presión debidos a los vórtices desprendidos desde el borde de ataque, y su ensanchamiento aguas abajo. El método parte de las hipótesis de la TAS, flujo cónico y asumiendo modelos semiempíricos de distribución de presiones. Se toman como valores objetivo de  $C_L$  los hallados según el MBV o la TAS, y luego mediante el método de Newton-Raphson se puede determinar con menos de tres iteraciones un coeficiente global que, asociado a una ley de variación bidimensional general de tipo sigmoide, modifica los saltos de presión. Posteriormente se estima el momento de cabeceo, los diagramas de corte y de momento flector y torsor. Esta rutina se aplica en el postproceso de resultados, por lo que no requiere modificar los solvers. Su rapidez y economía computacional la hacen apta para códigos de diseño y optimización.

## 1. INTRODUCCIÓN

El uso de perfiles delgados con bordes de ataque filosos impide que los métodos de cálculo comunes, basados en flujo potencial, puedan ser usados, dado que el comportamiento del aire difiere notablemente respecto de los perfiles de bordes suaves y redondeados. El uso de perfiles agudos y filosos en alas delta ha sido objeto de investigación en las últimas décadas, pues dicha combinación presenta ventajas aerodinámicas y constructivas en vuelo supersónico. Sin embargo, es en los estados de vuelo subsónicos, y muy en especial a grandes ángulos de ataque, donde se presentan las incertidumbres, en vista de que dichas situaciones limitan las características de despegue, aterrizaje y maniobrabilidad (en el caso de aviones de combate).

Existen antecedentes de soluciones numéricas que permiten resolver satisfactoriamente los coeficientes aerodinámicos convencionales y algunas hasta la distribución de cargas. Entre aquellas se destaca la Teoría de Analogía de la Succión del Borde de Ataque (TAS) o teoría de Polhamus, luego extendida por Lamar, que sigue siendo el punto de comparación de otros métodos por su exactitud y sencillez. Las soluciones mediante flujo potencial se valen principalmente del Método de Red de Vórtices (VLM) modificado, ya sea implementando en el solver la TAS o simulando mediante líneas vorticosas libres el desprendimiento de flujo desde el borde de ataque. También, los métodos de CFD han logrado una representación más exquisita del fenómeno sin necesidad de preestablecer la forma del flujo en sí, pero a costa de tiempos y capacidades computacionales importantes.

En este trabajo se describe el desarrollo de un modelo simplificado que estima la sustentación y resistencia inducida de alas delta con borde de ataque filoso y plantas alares similares, sin necesidad de calcular previamente el caso equivalente para bordes suaves, que se denominará Modelo de Borde Vorticoso (MBV). Se presenta también su uso como punto de partida para corregir la distribución de cargas hallada con software VLM convencional y estimar otros parámetros como el momento de cabeceo y diagramas de esfuerzo. La corrección se hace a través de un factor de variación bidimensional.

## 2. FENÓMENO FÍSICO

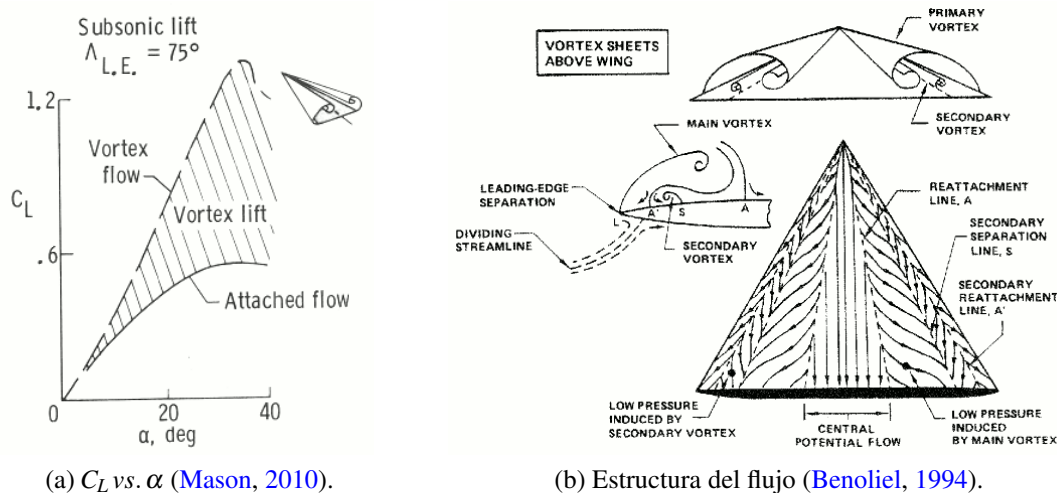
Para mayor claridad del texto se adoptarán las siguientes definiciones cuando se trate de alas o perfiles:

**Suave** Cuando el borde de ataque no presenta aristas. La función matemática que representa a la forma del borde de ataque es suave (son continuas tanto la función como su derivada primera). La generalidad de los perfiles subsónicos y transónicos corresponden a esta categoría.

**Agudo** Si el borde de ataque es suave y además el radio de nariz es pequeño. En general los perfiles subsónicos delgados son agudos.

**Filoso** Cuando el borde de ataque sí presenta una arista. La función matemática que representa el borde de ataque no es suave (la función es continua pero la derivada primera es discontinua). Los perfiles supersónicos son característicos de este tipo.

**Vórtice** Puede referirse a una vorticidad concentrada como modelo matemático. Puede referirse también a un arrollamiento o remolino del flujo, que según el modelo físico-matemático empleado puede representarse por una, varias vorticidades concentradas o algún otro método. La segunda acepción será de mayor uso a lo largo del texto, y se aclarará cuando se haga referencia a la primera definición.



(a)  $C_L$  vs.  $\alpha$  (Mason, 2010).

(b) Estructura del flujo (Benoliel, 1994).

Figura 1: Flujo sobre alas delta filosas

Las alas delta filosas y con secciones de poco espesor relativo deben gran parte de su sustentación a lo que se acuñó como *sustentación vorticosa* (vortex lift) en contraposición, pero a la vez complemento, de la *sustentación por flujo adherido o potencial* (este último nombre es discutible, pero podría aproximarse como la sustentación susceptible de ser estimada por la teoría de flujo potencial exclusivamente) como se observa en la Figura 1a (Polhamus, 1966; Hoerner y Borst, 1985; Mason, 2010). En este tipo de configuraciones el flujo carece de la suficiente energía para contornear efectivamente el borde de ataque provocando su desprendimiento y arrollamiento. Es este desprendimiento también lo que dificulta el modelado del fenómeno con teoría de flujo potencial, al deberse a causas viscosas y no haber tangencia del flujo sobre el borde de ataque.

En las alas delta filosas de gran flecha, las secciones aguas abajo de la superficie logran capturar la estela arrollada que se va desprendiendo desde el ápice del ala. Al quedar ubicados sobre la planta alar, estos arremolinamientos pueden readherirse, aumentando la sustentación por la baja presión que originan sobre el extradós (Hoerner y Borst, 1985). Actualmente se acepta que la morfología del flujo arrollado está compuesta por un par de remolinos principales que envuelve otro secundario, repartidos sobre cada semiala según se ilustra en la Figura 1b. Si bien a igualdad de ángulo de ataque y geometría la sustentación total termina siendo mayor que en alas suaves, la resistencia inducida es considerablemente mayor y en combinación se tiene una relativamente escasa pendiente de planeo (Polhamus, 1968).

Si se asimila la distribución de cargas con la distribución del coeficiente de presión  $\Delta C_p$  podrá verse que, considerando franjas paralelas a la envergadura, en alas suaves la forma de la distribución es semejante a una  $U$ . En cambio, las alas filosas presentan una distribución casi constante al centro, seguida de un pico de presión amesetado, coincidente con la zona donde el arrollamiento alcanza su mayor intensidad (Wentz y McMahon, 1966; Allan et al., 2003), para luego caer sobre el extremo de la envergadura local (ver Figura 2).

La otra gran diferencia entre alas filosas y suaves es la entrada en pérdida. Mientras que las alas suaves entran en pérdida al desprenderse el flujo, las alas filosas siempre trabajan con el flujo desprendido, y su mecanismo de pérdida estará regido entonces por la estabilidad de los arrollamientos. Se dice que el vórtice revienta o colapsa cuando el ensanchamiento del núcleo aguas abajo se da abruptamente con pérdida notable de su intensidad, reducción de la

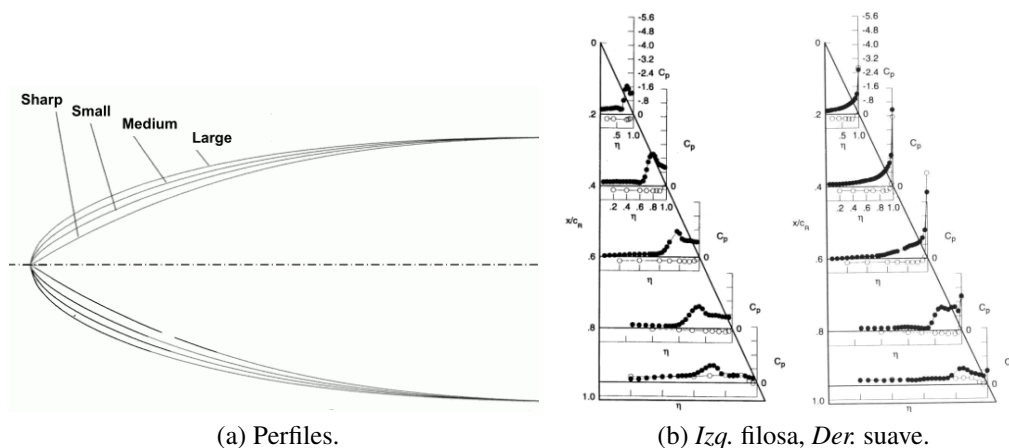


Figura 2: Diferencias entre deltas filosas y suaves (Luckring, 2004).

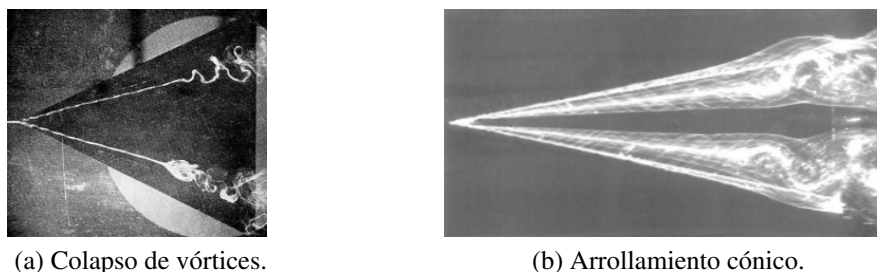


Figura 3: Visualizaciones de flujo (Greenwell, 2003; Houghton y Carpenter, 2003).

sustentación y aumento de la resistencia (Hoerner y Borst, 1985), situación traducible como pérdida (ver Figura 3a).

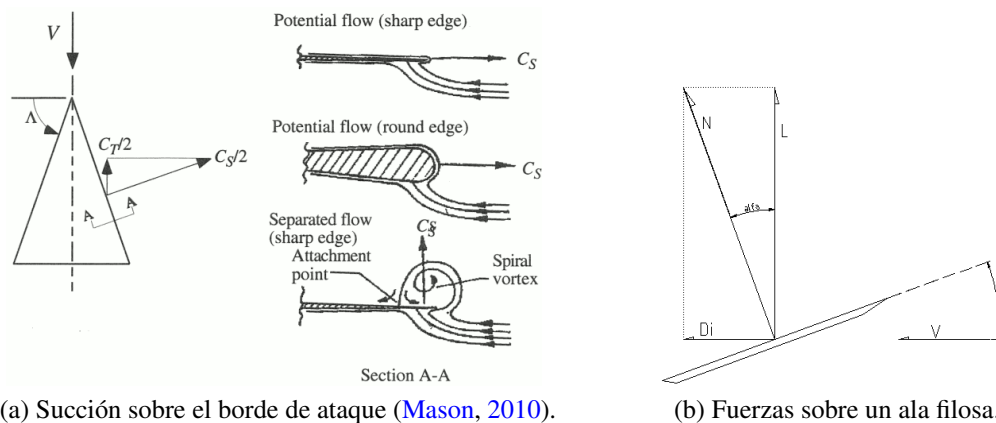
### 3. SOLUCIONES EXISTENTES

#### 3.1. Teorías de ala esbelta

En este tipo de teorías se trabaja bajo las hipótesis de flujo potencial cónico y bajos alargamientos. Las variantes que modelan el desprendimiento de vórtices son las de Brown-Michaels, Legendre y Mangler-Smith entre otros (Mehrotra y Lan, 1978). La principal modificación que proponen es representar los arrollamientos principales con dos líneas de vórtices concentradas, agregándoles o no láminas vorticosas que las unen al borde de ataque. La condición de Kutta es impuesta tanto en el borde de fuga como en el de ataque. Estas teorías ya están en desuso pues ninguna estima con suficiente exactitud los coeficientes aerodinámicos para un rango práctico de configuraciones ni ángulos de ataque.

#### 3.2. Teoría de Analogía de la Succión del Borde de Ataque o de Polhamus (TAS)

Esta teoría por su sencillez, correcta fundamentación y exactitud es hasta hoy el modelo a seguir de la mayoría de los métodos de cálculo de alas delta filosas y similares. Fue formulada por Polhamus (1966) y luego extendida por Lamar (1975) para tener en cuenta plantas alares de ahusamientos  $\lambda \rightarrow 1$ . De acuerdo con Polhamus la sustentación puede clasificarse en sustentación potencial y vorticiosa, siendo la primera la susceptible de ser calculada por métodos basados en flujo potencial (en sus investigaciones usó métodos de superficie sustentadora de



(a) Succión sobre el borde de ataque (Mason, 2010).

(b) Fuerzas sobre un ala filosa.

Figura 4: Analogía de la succión.

Multhopp), y la vorticiosa es la originada por la readhesión de los vórtices que se desprenden del borde de ataque. Las deltas suaves no presentan sustentación vorticiosa apreciable, y las filosas una combinación de las dos (Lan, 1985).

En un ala suave, al circular el flujo alrededor del borde de ataque se produce una depresión, y como resultado una fuerza favorable al avance o *empuje del borde de ataque* (esta fuerza es la razón para que en las teorías de ala esbelta la resistencia inducida tenga la mitad del valor puramente debido a los vórtices de puntera). Esta teoría asume que en alas filosas, al desprenderse el flujo, esta succión rota  $90^\circ$  y termine contribuyendo a la sustentación y no a contrarrestar la resistencia, según se aprecia en la Figura 4a. En la literatura se prefiere utilizar el término *succión* sólo cuando haya tangencia del flujo alrededor del borde de ataque, por eso la teoría usa la palabra *analogía* y se menciona que las alas filosas tienen succión nula (Mehrotra y Lan, 1978). Por esta razón, para el caso longitudinal, puede establecerse en un sistema de ejes cuerpo y despreciando la viscosidad que la única fuerza presente es la fuerza normal  $N$  (Figura 4b).

La TAS sólo permite estimar sustentación y resistencia inducida, pero no la distribución de cargas ni por lo tanto momentos aerodinámicos.

### 3.3. Métodos de Red de Vórtices (VLM)

Los VLM son casos particulares de los métodos de superficie sustentadora, que se basan en representar a la planta alar como un arreglo de herraduras vorticosas. Los códigos que hicieron Lan y Lamar principalmente (QVLM® y VLMpc®) calculan la succión y, mediante la TAS, la sustentación vorticiosa en los paneles adyacentes a los bordes de ataque y laterales, con lo cual pueden estimar momentos.

Los modelos más avanzados representan en forma explícita la estela que se desprende y enrolla desde el borde de ataque y laterales mediante filamentos vorticosos. No soportan diferencias de presiones y por lo tanto se deben acomodar mediante métodos iterativos. No utilizan la TAS por estar el flujo explícitamente representado, haciéndolos capaces de estimar con exactitud la distribución de cargas para casos simétricos, asimétricos, estáticos y dinámicos, pero a costa de un mayor consumo computacional, pues se agregan elementos (filamentos vorticosos) y requiere de varias iteraciones para converger; aún así siguen siendo un muy buen compromiso entre tiempo, costo y resultados obtenidos. Los códigos de Mook, Kandil, Lan y Brune se encuentran entre los precursores de esta modalidad de cálculo (Kandil et al., 1977; Mehrotra y Lan, 1978).

### 3.4. Mecánica de Fluidos Computacional (CFD) avanzada

Las últimas investigaciones numéricas se han llevado a cabo utilizando códigos más sofisticados de CFD con dos objetivos, el de lograr mayor exactitud en los resultados de las predicciones, especialmente de reventón de vórtices, y mejorar los modelos existentes. Los programas actuales de VLM no son capaces de predecir aún el colapso de los vórtices a menos que se incluyan correcciones empíricas (Levinski, 2001; Lan, 1985).

En los esquemas que se siguen actualmente, en general se comienza con solvers basados en las ecuaciones de Euler para generar un campo de partida y luego incorporar la viscosidad, usualmente con métodos RANS o DES. Los resultados han sido buenos sólo con mallas muy finas, lo que los hace métodos caros en su implementación (Mitchell, 2003; Allan et al., 2003; Görtz, 2003; Luckring y Hummel, 2008).

### 3.5. Modelos empíricos

La serie DATCOM (Finck, 1982) ofrece varios métodos empíricos y semiempíricos para determinar características varias de las alas delta. Hoerner y Borst (1985) utiliza como base del cálculo la TAS a la cual luego agrega factores de corrección para tener en cuenta variaciones tales como otras plantas o superficies de control. Uno de los modelos empíricos más completos es el de Pashilkar (2001), el cual permite la estimación de coeficientes globales, distribución de cargas, y colapso de vórtices para alas delta convencionales. Sin embargo, tiene la desventaja de necesitar contar con información experimental que incluya datos de tomas de presión sobre la superficie.

En estos métodos el usuario está muy acotado a las condiciones de empleo de cada método, no puede garantizar con seguridad la exactitud ni precisión, y mucho menos usarlos más allá de estimaciones preliminares en casos de baja complejidad.

## 4. MODELO DE BORDE VORTICOSO (MBV) PARA ALAS DELTA FILOSAS

El MBV demuestra que es posible hacer estimaciones de sustentación y resistencia inducida sin necesidad de hacer dos cálculos o iteraciones, representando al ala delta mediante una única línea vorticiosa y resolviendo para flujo potencial con el método de línea sustentadora no planar de DeYoung (1977).

### 4.1. Hipótesis

La planta alar en estudio será un ala delta triangular convencional filosa, por lo que la succión será nula. No posee combadura longitudinal, diedros o alabeos en ningún punto (placa plana). Se asume que el flujo es potencial, y que el estado de vuelo es estático y simétrico. Como gran parte de la sustentación se debe a la separación y arrollamiento de flujo que se da desde el borde de ataque filoso, se impone en primera aproximación que la totalidad de la fuerza sustentadora se debe exclusivamente al desprendimiento de los vórtices.

En general el ángulo de flecha de los núcleos vorticosos desprendidos es mayor que el del borde de ataque, pero como aún así la diferencia es pequeña, se simplificará a un único par de arrollamientos sobre el mismo. De esta manera se puede concentrar la separación y arrollamiento del flujo sobre el borde de ataque con una única línea vorticiosa, y por ende toda la sustentación del ala. La Figura 5 ilustra lo explicado.

Dado que es el borde de ataque quien genera toda la sustentación y como no se analiza el flujo local, puede suponerse que se tiene un ala de alargamiento infinito, es decir el borde de ataque representado por la línea vorticiosa, cuya influencia se da sobre la superficie real del ala

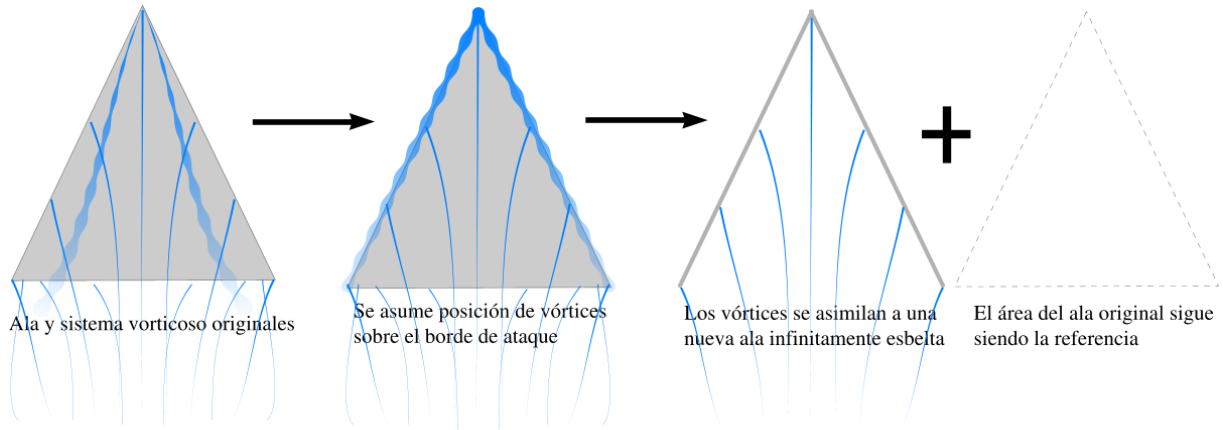


Figura 5: Transformación de la delta original según MBV.

original en estudio, tomándosela como referencia al adimensionar.

## 4.2. Desarrollo

En la hipótesis se estableció que la planta alar se redujo a una única línea, que puede considerarse como un ala de alargamiento  $\Delta = \infty$ . Las alas de gran alargamiento pueden ser calculadas con teorías de línea sustentadora como la de Prandtl siempre que no haya flecha considerable, no pudiéndose usar esta teoría para el caso presente (Houghton y Carpenter, 2003; Katz y Plotkin, 1991). La línea sustentadora no planar de DeYoung (1977) sí permite su cálculo mediante una corrección final, incluso teniendo varios quiebres en el ángulo de flecha y en el diedro, razón por la cual se utilizará dicho método. Tiene la ventaja además de determinar la distribución de sustentación por una serie de Fourier, con lo cual la solución es continua sobre la envergadura, a diferencia de las discretizaciones de líneas sustentadoras más usuales.

Como el ala carece de diedro, la expresión de  $C_L$  sin corrección por flecha se reduce a un solo término según el método empleado, tal como se ve en (1):

$$C_L^* = \frac{\pi}{2} \Delta \cdot a_1 \quad (1)$$

El factor  $a_1$  depende del ángulo de ataque  $\alpha$ ,  $\Delta$  y  $\lambda$ . Al no tener alabeo y ser una línea ( $\Delta \rightarrow \infty$  y  $\lambda \rightarrow 1$ ) su expresión se simplifica considerablemente:

$$a_1 = \frac{4\alpha}{\Delta} \quad (2)$$

$$C_L^* = 2\pi\alpha \quad (3)$$

La expresión (3) es igual a la teoría bidimensional de perfiles delgados como consecuencia de suponerse  $\Delta = \infty$ , pero debe recordarse que se está desarrollando para un caso tridimensional. El efecto debido a la flecha se incorpora mediante un factor que relaciona el largo real de la línea media del ala con la envergadura total considerada. Como se resuelve para un ahusamiento unitario la línea media coincide en forma y dimensión con el borde de ataque, que por otra parte es igual por definición al borde de ataque del ala delta. Al no haber quiebres en la forma, este factor corrector es igual al coseno de la flecha del borde de ataque, tal como se indica en (4):

$$C_L = 2\pi\alpha \cdot \cos(\Lambda_0) \quad (4)$$

Esta expresión da buenos resultados para  $\Delta > 1,8$ ; para alargamientos menores la no linealidad respecto de  $\alpha$  es considerable (Figura 11). Para tenerla en cuenta se toma la ecuación de sustentación de Polhamus (1966) mostrada en (5).

$$C_L = K_p \sin(\alpha) \cos^2(\alpha) + K_v \sin^2(\alpha) \cos(\alpha) \quad (5)$$

$K_p$  y  $K_v$  son constantes propias de las componentes potencial y vorticosa de la sustentación respectivamente, y que para pequeños ángulos pueden llegar a tomarse como pendientes de sustentación lineales. Como se ha calculado  $C_L$  sin diferenciar entre sustentación vorticosa y potencial a la manera de Polhamus, pero sí sabiendo que ambas están incluidas, puede suponerse que sus constantes son iguales a la pendiente de sustentación en (4).

$$C_L = 2\pi \cos(\Lambda_0) \cdot (\sin(\alpha) \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) \cos(\alpha)) \quad (6)$$

Tanto la fórmula (4) como la (6) son válidas, dependiendo el uso de una u otra del alargamiento.

Como la succión es nula, al igual que en la TAS, la única fuerza que experimenta el ala es la normal, siendo la sustentación y la resistencia inducida la descomposición en ejes viento de ella, por lo tanto:

$$C_{Di} = C_L \tan(\alpha) \quad (7)$$

La expresión (7) es válida para cualquier alargamiento.

### 4.3. Generalización a otras plantas alares filosas

Como se puede observar en cualquiera de las expresiones de  $C_L$ , el único parámetro que distingue a un ala delta de otra es el ángulo de flecha, por lo que será la forma de representar ese factor lo que permita extender el método a otras plantas alares, siempre que sean filosas. En otras palabras, hay que hallar para cada ala con más de tres lados y/o lados curvos su ala delta equivalente.

La mejor manera de hallar un ala delta equivalente es hallando un ángulo de flecha  $\Lambda_f$  ficticio. Partiendo de un ala delta real, su alargamiento se calcula según (8)

$$\Delta_{Delta} = \frac{4}{\tan(\Lambda_0)} \quad (8)$$

Si ahora se impone que la delta equivalente tiene el mismo alargamiento que el ala real en estudio, entonces:

$$\Lambda_f = \arctan\left(\frac{4}{\Delta}\right) \quad (9)$$

$$C_L \begin{cases} 2\pi \cos(\Lambda_f) \cdot (\sin(\alpha) \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) \cos(\alpha)) & \Delta > 1,8 \\ 2\pi \cos(\Lambda_f) \cdot \cos(\alpha) & \Delta \leq 1,8 \end{cases} \quad (10)$$

El valor de 1,8 es en este caso sólo una guía, ya que no se puede descartar que según la planta alar tratada las no linealidades se hagan sentir para valores mayores o menores. (10) es válida para plantas alares convexas, es decir aquellas plantas alares en las que el largo total del ala es igual a la cuerda de raíz, o de otra manera, la flecha del borde de fuga es nula o negativa (ver Figura 6). En contraposición, las alas cóncavas son aquellas donde el largo total del ala es



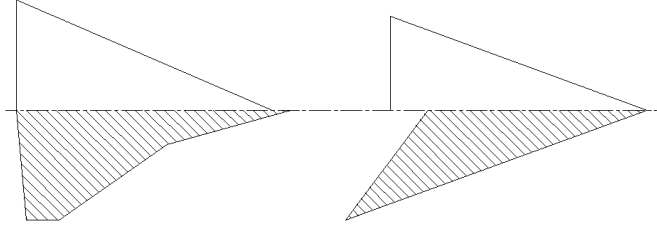


Figura 6: Deltas equivalentes para un ala convexa (izq.) y cóncava (der.).

mayor a la cuerda raíz, o de otra manera, la flecha del borde de fuga es positiva. Para estos casos siempre que  $\lambda \rightarrow 0$  la sustentación viene dada por (11).

$$C_L \begin{cases} 2\pi \cos(\Lambda_0) \cdot (\sin(\alpha) \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) \cos(\alpha)) & \Lambda_0 < 65^\circ \\ 2\pi \cos(\Lambda_0) \cdot \cos(\alpha) & \Lambda_0 \geq 65^\circ \end{cases} \quad (11)$$

Los resultados se han obtenido por investigación numérica. Nótese que se vuelve a usar la flecha del borde de ataque real, e indica que la delta ficticia tiene un alargamiento menor que el ala real. Puede concluirse que un ala delta triangular es, dada la misma área y ángulo de ataque, más efectiva en cuanto a sustentación generada que plantas similares con menor flecha pero menor alargamiento, o de igual alargamiento pero mayor flecha. Así mismo, para cualquier fórmula que se utilice, se cumple que la delta ficticia de una delta triangular coincide con la delta real. Idénticas conclusiones se pueden extraer del análisis según la TAS, que también admite el concepto de flecha ficticia.

#### 4.4. Limitaciones del MBV

Las combaduras, alabeos y deflexión de superficies introducen un  $C_{L(\alpha=0)} \neq 0$  que debe ser definido expresa y previamente al cálculo por MBV, pues el método no lo calcula. Los diedros cuando son inferiores a  $5^\circ$  no han influido en los resultados numéricos presentados, pero no se descarta que para diedros mayores deba reformularse el tratamiento de datos como la envergadura o el ángulo de flecha.

En los estados de vuelo asimétricos, la topología del flujo no admite las simplificaciones hechas en la hipótesis, impidiendo el uso del MBV para resolver tales casos.

El método de DeYoung admite la resolución de superficies múltiples si se considera el teorema de Munk (1922), pero no es una representación adecuada del sistema de estelas, las cuales interactúan notablemente como en el caso de los canards acoplados en aviones de combate. En los casos que el MBV no sea válido, se podrá utilizar la TAS; un método probado en todas estas circunstancias (Lamar y Gloss, 1975; Gloss, 1974; Lan, 1985), siempre que no haya separación lateral como ocurre en alas filosas de poco ahusamiento, añadiendo aún más sustentación que la debida exclusivamente al borde de ataque.

En general el MBV se ha mostrado efectivo para alargamientos de 1,25 hasta 4 y probablemente más (ver Figura 11), pero el rango de uso en la práctica de este tipo de alas se encuentra entre esos valores.

## 5. CORRECCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE CARGA PARA VLM CONVENCIONAL

El MBV predice sustentación y resistencia, pero al no tenerse detalles del flujo local el cálculo de distribución de cargas y momentos no es posible. Los métodos convencionales de VLM no son efectivos en la determinación del flujo local al suponerlo totalmente adherido a la superficie.

A continuación se desarrollará una función que corrige en la etapa de postproceso los resultados obtenidos por solvers de VLM convencionales, como *Tornado*® de Melin (2000) y *AVL*® de Drela y Youngren (2006). En este trabajo se han hecho los cálculos con *Tornado*, pero el método es aplicable a prácticamente cualquier código VLM que asuma flujo adherido. El solver en ningún momento es modificado y a efectos del objetivo propuesto se lo considera una caja negra.

## 5.1. Hipótesis

La distribución del salto de presiones adimensional  $\Delta C_P$  es el parámetro que mejor representa la distribución de cargas, ya que de su integración sobre la superficie pueden obtenerse todas las componentes de fuerza, momento, diagramas de esfuerzo, etc.. Es además uno de los resultados inmediatos que se obtienen del solver de la mayoría de los códigos de VLM (en el caso de *Tornado* se obtiene primero la fuerza absoluta por panel y luego en el postproceso el salto de presión).

Su corrección puede encararse o bien mediante procesos iterativos de cálculo, o multiplicando al resultado obtenido por un factor a determinar. La primera opción requiere de por sí corridas sucesivas del solver, mientras que en el segundo caso, si bien se debe adoptar un criterio que puede restringir la flexibilidad del método, es mucho más económico en cuanto a tiempo y esfuerzo de cálculo, y será la opción a usar.

El ala y flujo sobre los que se trabajarán poseen idénticas características a las descritas en las hipótesis del MBV más la hipótesis de flujo cónico, lo que permite el desacople de las formulaciones aplicadas en el plano perpendicular a la línea central y a lo largo de ésta. Se presume que los vórtices no colapsan en ningún punto ni momento.

## 5.2. Desarrollo

En casos como los del software *Tornado*, el solver arroja como resultado las componentes de fuerza por panel en ejes cuerpo (los saltos de presión se calculan durante el postproceso). En dicho sistema de ejes, debido a la hipótesis, las únicas fuerzas presentes deben ser las normales al plano alar, por lo cual las componentes de fuerza contenidas en dicho plano se deben igualar a cero y luego calcular (12).

$$\Delta C_{P_i} = \frac{N_i}{qA_i} \quad (12)$$

El subíndice  $i$  hace referencia a cada panel numerado consecutivamente, siendo  $N$  la fuerza normal sobre cada panel (se corresponde a la componente en el eje perpendicular al plano del ala),  $q$  la presión dinámica y  $A$  es el área individual de cada panel. Otros solvers, como *AVL*, directamente arrojan  $\Delta C_P$ , haciendo innecesario su cálculo por fuera del solver.

Como se indicó antes, tanto el MBV como la TAS son métodos muy rápidos y eficaces para determinar  $C_L$  y  $C_{Di}$ . Los valores que con alguno de esos métodos se calculen se impondrán como objetivos a los cuales las integraciones de las presiones corregidas deben llegar. Será suficiente que el objetivo se dé para  $C_N$  (ver (13)) ya que, teniendo este valor y el ángulo de ataque, los otros dos coeficientes surgen automáticamente por descomposición de la resultante en ejes viento.

$$C_{Nobj} = \frac{C_{Lobj}}{\cos(\alpha)} = -\frac{1}{S} \sum_{i=1}^n A_i \Delta C_{P_{ci}} \quad (13)$$

El subíndice  $obj$  indica que es el valor objetivo (calculado según MBV o TAS), el subíndice  $c$  indica que es el valor corregido y  $S$  es el área de referencia del ala tratada. El momento

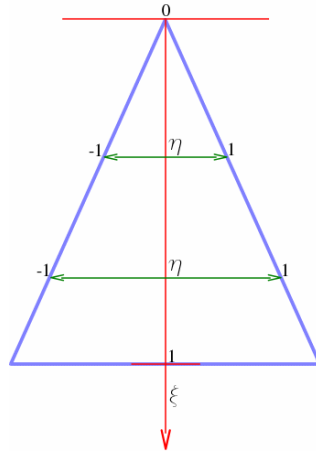


Figura 7: Definición de  $\xi$  y  $\eta$ .

de cabeceo surgirá de la suma de los momentos de las fuerzas por panel tomados respecto del punto de referencia que el usuario especifique. Un proceso similar se usará para los diagramas de esfuerzo. Muchas de estas fórmulas ya son parte de los códigos de postproceso de cada software.

La forma en que el factor de corrección se implementará debe incorporar una cierta variación según las coordenadas sobre el ala, de lo contrario si fuese una constante lo único que ocurriría es un cambio de escala, y por más que se obtenga un valor correcto de  $C_L$  y  $C_{Di}$  la distribución de cargas estará muy lejos de la realidad física, que se evidenciará por ejemplo en un erróneo valor de  $C_m$ . Se propone (14) para la implementación del factor corrector  $FC$ :

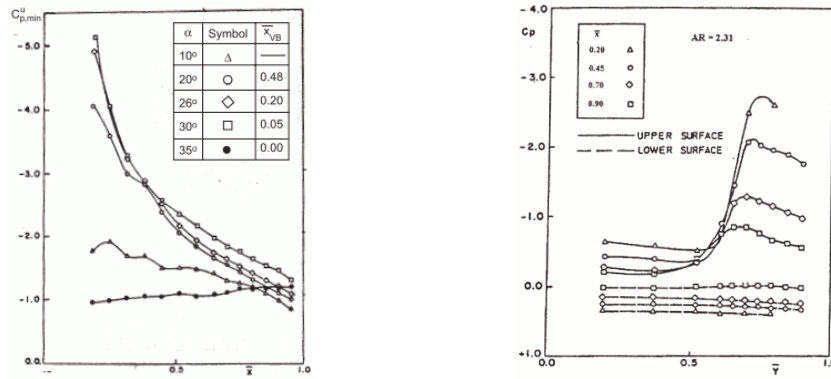
$$\Delta C_{Pci} = FC_{(\xi_i, \eta_i)} \cdot \Delta C_{Pi} \quad (14)$$

$\xi$  es la coordenada longitudinal adimensionalizada respecto de la cuerda de raíz, valiendo 0 en el ápice y 1 en el extremo posterior de la cuerda raíz.  $\eta$  es la coordenada perpendicular a la línea central contenida en el plano del ala y adimensionalizada respecto de la envergadura local, valiendo 0 en el centro y 1 ó (-1) en el extremo de la envergadura local, según se esté sobre una u otra semiala (ver Figura 7).

Resta definir la forma en que  $FC$  variará. En este sentido el modelo empírico de Pashilkar (2001) provee un buen punto de comienzo. En dicho modelo se trabaja por separado sobre el extradós y el intradós. Los valores extremos de  $C_P$  sobre el extradós son hallados mediante una curva de ajuste a través de los diferentes ángulos de ataque, por lo que la evidencia experimental para el ala en estudio es indispensable.

En el modelo corrector que se propone no se puede depender de datos experimentales puesto que el objetivo es predecir. Como cualquier VLM sólo puede calcular el salto de presión a través de la superficie, no se puede discriminar entre extradós e intradós. **Tampoco se modelan presiones, se modela el factor que las corrige.** Al igual que en la presente hipótesis, Pashilkar asume flujo cónico, lo que le permite desacoplar las características de la distribución sobre cada eje, simplificando en gran manera el análisis. De esta manera ya se pueden ir enumerando las características que debe cumplir  $FC_{(\xi, \eta)}$ :

- Como hay un solo valor de referencia ( $C_{Nobj}$ ) sólo debe haber una única variable a modificar para lograr el valor objetivo. El sistema de ecuaciones debe ser completamente determinado.



(a) En función de  $\xi$  y  $\alpha$  (extraídos sólo).

(b) En función de  $\xi$  y  $\eta$ .

Figura 8: Distribuciones típicas de presión sobre alas delta (Pashilkar, 2001).

- Eliminar las ramas ascendentes de  $\Delta C_P(|\eta| \rightarrow 1)$ . Si bien en la evidencia experimental y varios análisis de CFD la presión no parece anularse sobre el borde de ataque, considerando su caída abrupta, resultados de VLM avanzados y el modelo de Pashilkar, se admite suponer que de anularse el error es despreciable, por lo que  $FC_{(\xi, |\eta|=1)} = 0$ .
- La posición del núcleo del vórtice debe darse entre el 60 % y el 75 % de la envergadura local, es decir  $|\eta|_{\Delta C_{Pmax}} \approx 0,6 - 0,75$ .
- Con  $\xi = cte$ . la curva de  $\Delta C_P$  debe presentar amesetamientos en la parte central y en el pico, junto con aumentos y decrecimientos veloces alrededor del mismo.
- $\Delta C_{Pmax}$  debe darse para  $\xi = 0$  y  $\Delta C_{Pmin}$  en  $\xi = 1$
- Una comparación entre la distribución calculada con VLM sin corregir y datos experimentales muestra que, con excepción de  $|\eta| \rightarrow 1$ , para el resto  $FC \geq 1$ .

Estas observaciones y el resto del desarrollo se comprenderán mejor analizando a las Figuras 2 y 8. Al imponerse la condición de flujo cónico, se estudiará en primer lugar el caso para  $\xi = cte$  y luego para  $\eta = cte$ . En el modelo de Pashilkar la distribución a lo largo de la envergadura local está dada por una función polinómica. Los polinomios no ofrecen un buen nivel de flexibilidad, y a menos que sean de grado elevado difícilmente representan la forma buscada de la curva, además de que el significado físico de los coeficientes no es intuitivo. Se propone en cambio el uso de la función sigmoide (15).

$$y = \frac{x^n}{1 + x^n} \quad (15)$$

El exponente  $n$  es un número natural par. Con un valor relativamente alto de  $n$  se logra el objetivo de amesetamiento y aumento rápido del resultado, pero se anula en el origen y no en los extremos. Para subsanar dicho inconveniente se puede multiplicar esta función por otra que sí se anule en los extremos y sumarle un término positivo en el origen que decrezca hasta anularse también. La fórmula que se sugiere en base a una generalización de la sigmoide y evaluaciones numéricas se muestra en (16).

$$FC_{(\xi=cte., \eta)} = P(1 - \eta^4) + K \sin^A(\pi |\eta|) \cdot \frac{b\eta^c}{1 + b\eta^c} \quad (16)$$

Se advierte que hay un término con la variable  $P$ , que es el factor por el cual se multiplica  $\Delta C_{P(\eta=0)}$ , es decir sobre la línea central. La razón de multiplicarlo por un polinomio de cuarto grado es simplemente porque dicha función logra un valor aproximadamente constante para buena parte de la envergadura local y cae a cero en el borde de ataque; de esa forma se está seguro que  $FC \geq 1$  salvo para el borde de ataque. El exponente de  $\eta$  podría ser mayor si se desea, pero con un valor igual a 4 se logra un desempeño satisfactorio. La función seno en el segundo término tiene por objeto limitar el amesetamiento de la sigmoide cuando  $|\eta| \rightarrow 1$  pero sin afectar en exceso la forma general de la función en el resto del dominio.  $K$  tiene la finalidad de escalar la función; de él dependerá principalmente el valor máximo de FC. Los coeficientes  $A$ ,  $b$  y  $c$  permiten un ajuste fino de la curva de la siguiente manera:

- A** Su valor puede oscilar en el rango  $(0;1]$ . Regula el amesetamiento del pico, siendo más agudo cuanto más cerca de 1 se esté, y amesetado si se está próximo a 0.
- b** Es un valor mucho mayor a la unidad. Regula la posición del pico y hasta cierto punto su altura, haciendo que el pico se acerque al centro cuando  $b$  aumenta.
- c** Debe ser un número natural par para lograr una sigmoide simétrica. Regula la posición del pico, el crecimiento de la función hacia él, el área bajo la curva y en menor medida la altura del pico. A menor valor, el pico se mueve hacia el centro, el crecimiento es más lento, el área bajo la curva mayor y la altura decrece ligeramente.

Para representar la variación longitudinal de las presiones, se debe establecer la forma en que los factores dependen de  $\xi$ . Persiste un problema debido a las condiciones que se impusieron para la función, en particular el hecho de que sólo un factor puede ser determinado por el valor objetivo, por lo que habría que explicitar las funciones de todas las variables respecto de  $\xi$  y además fijar sus parámetros.

En general se observa en la evidencia experimental (Görtz, 2003; Wentz y McMahon, 1966; Luckring, 2004; Lawford y Beauchamp, 1963; Mehrotra y Lan, 1978; Pashilkar, 2001) que la forma de las curvas de  $\Delta C_P$  vs.  $\eta$  es considerablemente uniforme en cuanto a velocidad de crecimiento y posición del pico. Estas variables están controladas por los números  $b$  y  $c$ , los cuales además presentan relativas grandes alteraciones en el resultado para cambios pequeños. Es conveniente establecer valores constantes en todo el dominio bidimensional.  $P$  controla el valor final de  $\Delta C_{P_{max}}$  en cada sección. El VLM sin modificar subestima los valores reales sobre la línea central, pero también tienen el mismo comportamiento decreciente aguas abajo; la parte central además no contribuye decisivamente a la sustentación total (en situaciones prácticas es común que sea inexistente y se la reemplace por un fuselaje). Su modelado no aportará significativamente al resultado final, por lo tanto para simplificar el modelo es conveniente asumir que  $P$  es unitario en todo el dominio, aceptándose como correctos los valores sobre la línea central y adyacencias estimados por el VLM sin modificar.

Entre  $K$  y  $A$  la variación del primero tiene más peso, pues es el factor de escala final y se lo asimila directamente con la intensidad del vórtice. Se asume a esta variable como la dependiente de  $C_{Nobj}$ . Si se compara  $\Delta C_{P(\xi, \eta=cte)}$  entre un ala delta filosa y una suave se observará que, siempre que no haya colapso de vórtices u otros enrarecimientos del flujo, la variación desde el ápice puede ser descripta con una recta o quizás una parábola de poca curvatura, que en las inmediaciones del borde de fuga disminuye a cero con rapidez (Allan et al., 2003; Rullan, 2008), existiendo una diferencia en las escalas y pendientes, mas no en el comportamiento general. Además, como en el borde de fuga se impone la condición de Kutta sea una delta filosa

o no, no habrá diferencia entre los valores de uno y otro caso; entonces, salvo en las punteras, se establece  $FC_{(\xi=1)} = 1$ , en un caso similar al de  $P$ . Así, se propone una recta descendente (17) como función  $K$  para no alterar la forma de la distribución de presiones de manera sensible, pero sí a los valores estimados. En esta nueva fórmula se nota que el factor de escala queda dado por la nueva variable  $k$ .

$$K = \xi + k(1 - \xi) \quad (17)$$

La variable  $A$ , en función del modo en que controla la forma de la curva, representa el ensanchamiento de los arrollamientos. Los resultados experimentales muestran que en cercanías del ápice hay arrollamientos de diámetros reducidos y alta intensidad, al no haber perdido tanta energía por fenómenos viscosos, y picos de presión definidos. Al acercarse al borde de fuga los diámetros aumentan, la energía es menor y los picos correspondientes son más amesetados. Como se supuso que no hay colapso de los vórtices la morfología de los arrollamientos es más bien cónica, o sea que el diámetro del vórtice aumenta linealmente con  $\xi$  (ver figura 3b). Se propone entonces una variación lineal decreciente de  $A$  (18), con valor inicial unitario.

$$A = 1 - a\xi \quad (18)$$

La expresión final (19) de  $FC$  se muestra a continuación con valores recomendados de  $a$ ,  $b$  y  $c$ :

$$FC_{(\xi,\eta)} = 1 - \eta^4 + [\xi + k(1 - \xi)] \cdot \sin^{1-a\xi}(\pi|\eta|) \cdot \frac{b\eta^c}{1 + b\eta^c}$$

$$a = 0,75$$

$$b = 1000$$

$$c = 10 \quad (19)$$

### 5.3. Generalización a otras plantas alares y múltiples superficies

La única diferencia para un ala filosa que no sea la delta triangular es la forma en que se define  $\xi$ . Los parámetros  $K$  y  $A$  dependen de la ley de variación de envergadura más que de la posición sobre la cuerda. Para comprender esto mejor, figúrese un ala delta a la que se le agregan strakes. Los strakes son extensiones del borde de ataque, de alargamiento menor que el ala principal, y si bien en términos absolutos no generarán tanta sustentación como la planta principal, los vórtices que se desprenden de los strakes son bastante intensos (Figura 9a). De la misma manera, un ala delta trunca ( $\lambda > 0$ ) evidencia que el desprendimiento de vórtices disminuye y evolucionan de una manera diferente sobre la parte final de envergadura local constante. Esto último, en cierta manera, también es un corolario de las conclusiones de Lamar (1975) sobre la insuficiencia de los vórtices del borde de ataque para generar la sustentación medida en configuraciones con  $\lambda > 0$ .

Como  $\xi$  y la envergadura local están relacionados por una función, se propone la expresión (20) para  $\xi_b$  que será usada en (19) como reemplazo de  $\xi$ :

$$\xi_b \begin{cases} \frac{b_l(\xi)}{B} & \frac{db_l}{d\xi} > 0 \\ 1 & \frac{db_l}{d\xi} \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

$B$  es la envergadura total del ala y  $b_l$  la local. Esta ecuación se ha formulado para alas filosas convexas y deltas, razón por la cual se pone la derivada de la variación de envergadura local

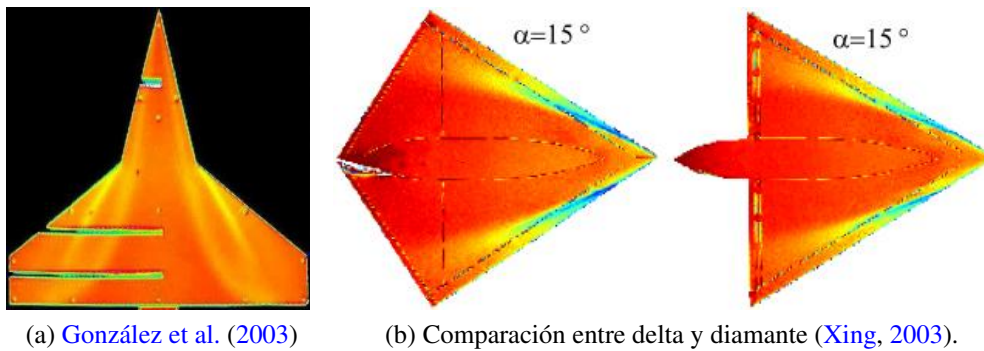


Figura 9: Nótese que luego del borde de ataque los vórtices no se ven alterados.

como factor que discrimina entre uno y otro valor de  $\xi_b$ . El factor 1 indica que si la flecha local es igual o mayor a  $90^\circ$  no hay desprendimiento adicional de vórtices, por lo cual los arrollamientos continuarán su recorrido sobre estas zonas sin cambios en sus parámetros ( $k$  y  $a$  son constantes) tal como se ve en la Figura 9. El uso de (20) con alas cóncavas no está probado.

En el caso de superficies múltiples no hace falta hacer ningún cambio. La única precaución que se debe tomar es que la fórmula debe aplicarse superficie por superficie, tomando el recaudo de referenciar todas las variables a las características del plano que se evalúa en el momento (mover el origen al ápice del plano en estudio, adimensionalizar respecto de su geometría propia, etc.). Una vez que se corrigen todos los valores de todas las superficies, se vuelve a referenciar respecto de la superficie principal.

#### 5.4. Panelización

Dependiendo de la geometría, los resultados pueden ser más o menos sensibles al panelizado. En la literatura es común que se sugiera reducir la envergadura del modelo en un 25 % del ancho del panel, suponiendo que la distribución de los paneles sea uniforme. Eso tiene la ventaja de incrementar la exactitud del resultado, pero puede lograrse el mismo resultado empleando una distribución cosenoidal de los paneles (Moran, 2003). La mayoría de los programas disponibles son capaces de este mallado sin inconvenientes, y se recomienda su adopción puesto que no introduce deformaciones en la geometría en estudio. En los ejemplos que se presentan en este trabajo se observa en general que el panelizado es relativamente denso para lo habitual en un estudio con VLM, pero no es necesario tal refinamiento. La única razón por la cual se malló así fue para evidenciar la diferencia entre los casos corregidos y sin corregir. En principio no debería haber problemas con mallas gruesas, pero dado que el método es sensible a la variación de parámetros sobre la envergadura, se recomienda un número mayor a 10 paneles a lo largo de la envergadura para asegurar buenos resultados en los coeficientes globales. El estudio del flujo local requerirá de un panelizado más denso para capturar correctamente la posición e intensidad de los vórtices.

Durante las evaluaciones numéricas se ha observado que para  $\lambda \rightarrow 0$  y  $\alpha > 15^\circ$  las ramas ascendentes determinadas por el VLM sin corregir no siempre son bien disminuidas por  $FC$ . Se soluciona agregando una pequeña superficie extra a lo largo del borde de ataque, pero no como parte del ala original sino como otra ala, haciendo que coincidan el borde de ataque del ala en estudio con el borde de fuga de la nueva ala auxiliar. Esta nueva ala no tendrá ahusamiento, tendrá la misma envergadura y flecha que el borde de ataque de la superficie original y su cuerda determinada por (21). En la Figura 10 puede apreciarse un ejemplo para una configuración

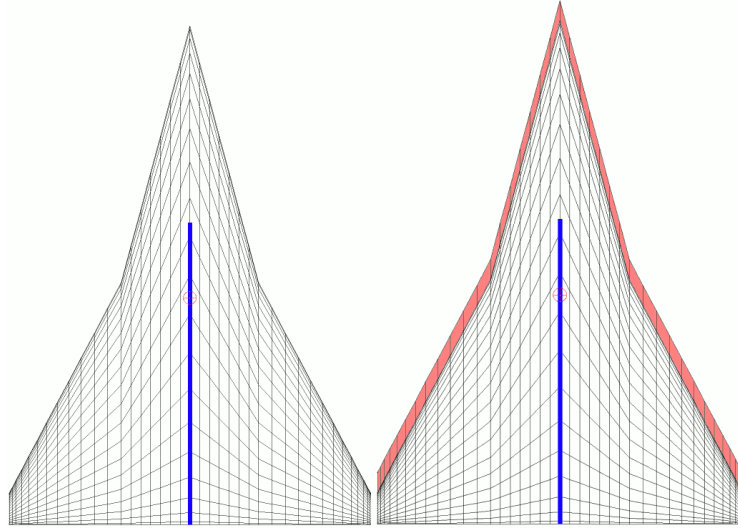


Figura 10: *Izq.* Mallado cosenoidal común; *Der.* Mallado cosenoidal con ala auxiliar (en rojo).

general.

$$c_{aux} = 0,05 \cdot \text{mín} (b_q \tan \Lambda_q) \quad (21)$$

$b_q$  es la estación de cada quiebre del ala sobre la envergadura, incluyendo punteras (en la mayoría de los programas se corresponde con la coordenada Y) y  $\Lambda_q$  es la flecha local del borde de ataque hasta el quiebre, siempre contando desde la línea central. Su mallado debe tener un único panel a lo largo de la cuerda, y una distribución y cantidad de paneles sobre la envergadura idéntica a la del ala original. De esta manera se reducen algo las ramas por suma algebraica de vorticidades sobre el borde de ataque, pero sin modificar apreciablemente el cálculo original. Durante la corrección con  $FC$  y postproceso se ignora al ala auxiliar.

### 5.5. Algoritmo de cálculo

Se planteará un algoritmo general de cálculo en lugar de hacerlo para un lenguaje de programación específico, ya que la diversidad de códigos VLM y la forma final de implementación dependen del criterio del usuario. Sí se recomienda el uso del método de Newton-Raphson para hallar el valor de  $k$  por ser un método iterativo muy veloz, eficiente y sencillo de llevar a cabo al tenerse una función con derivada analítica calculable. En general la convergencia está asegurada para bastante menos del 1% de error respecto del objetivo con tres iteraciones, incluyendo el cálculo de partida. La función iteradora para  $k$  a partir de  $FC$  es:

$$k^{(j+1)} = k^{(j)} - \frac{C_N^{(j)} - C_{Nobj}}{-\frac{1}{S} \sum_{i=1}^n A_i \left( \frac{\partial FC}{\partial k} \right)_i \Delta C_{Pi}} \quad (22)$$

$$\left( \frac{\partial FC}{\partial k} \right)_i = (1 - \xi_{bi}) \cdot \sin^{1-a_{\xi bi}} (\pi |\eta_i|) \cdot \frac{b \eta_i^c}{1 + b \eta_i^c}$$

$$e^{(j)} = \left| \frac{C_N^{(j)} - C_{Nobj}}{C_{Nobj}} \right| \quad (23)$$

Se recomienda  $k^{(0)} = 1$ . Para variantes del VLM como Tornado, el algoritmo recomendado sería:



1. Calcular con el solver original el caso simétrico de la configuración en estudio (agregando un ala auxiliar por superficie si es necesario).
2. Igualar a cero las componentes longitudinales de fuerza en ejes cuerpo de cada panel.
3. Calcular los saltos de presión según (12).
4. Determinar los valores de referencia de la superficie a corregir.
5. Calcular  $C_{Nobj}$  con (10), (11) ó (5) (aplicar (9) si corresponde) dependiendo del caso, y el segundo término de (13).
6. Calcular  $C_N^{(j)}$  según el tercer término de (13). Calcular (22) y (23).
7. Repetir [6] hasta que (23) sea igual o menor a un valor elegido por el usuario.
8. Repetir [4; 5; 6; 7] para las demás superficies de la configuración.
9. Finalizar el postproceso usando  $\Delta C_{Pc}$  y adimensionalizando respecto de los parámetros del ala principal (coeficientes, gráficos, etc.).

Si el solver ya tiene como salida  $\Delta C_P$ , los pasos [1; 2; 3] se omiten.

## 5.6. Comentarios sobre el método

Esta corrección, a diferencia del MBV, es menos restrictiva en cuanto a la variedad de casos en los que se puede aplicar, además de ser bastante más veloz y directo que las rutinas de [Kandil et al. \(1977\)](#) y similares. Aún resta validarlo para varios casos, pero es probable que si la TAS es aplicable, también lo sea este modelo. Ya ha sido aplicado a casos donde la carga sobre el ala es asimétrica y a pesar de que  $FC$  es simétrico, por ser un factor corrector que multiplica pero no reemplaza al cálculo original, únicamente cambia la magnitud pero no el comportamiento del fenómeno.

Al igual que con el MBV y la TAS, la estimación de la distribución de presiones en un ala sujeta a grandes desprendimientos laterales (como las aletas de algunos misiles) será errónea, ya que en estos casos también hay readhesión de los vórtices laterales sobre la superficie, y el presente modelo corrector no los tiene en cuenta.

Al igual que otros métodos,  $FC$  puede usarse en configuraciones de alas filosas y suaves a la vez. Es muy posible que con leves modificaciones el método logre calcular las características de alas que combinen en una misma superficie bordes de ataque suaves y filosos, como es el caso de algunas extensiones de punteras que se valen del desprendimiento de vórtices para reducir la resistencia inducida ([Mann y Elsholz, 2005](#); [Hoerner y Borst, 1985](#)).

## 6. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN

En esta sección se ejemplificarán las capacidades del MBV y  $FC$  al usarlos en la corrección de resultados obtenidos con el software Tornado. Cuando se mencione alguna configuración en especial, por cuestiones de espacio se omitirá su detalle, pero se dejará indicado la fuente para poder proceder a su consulta. En la Figura 17 se observan las tres primeras geometrías ensayadas y calculadas.

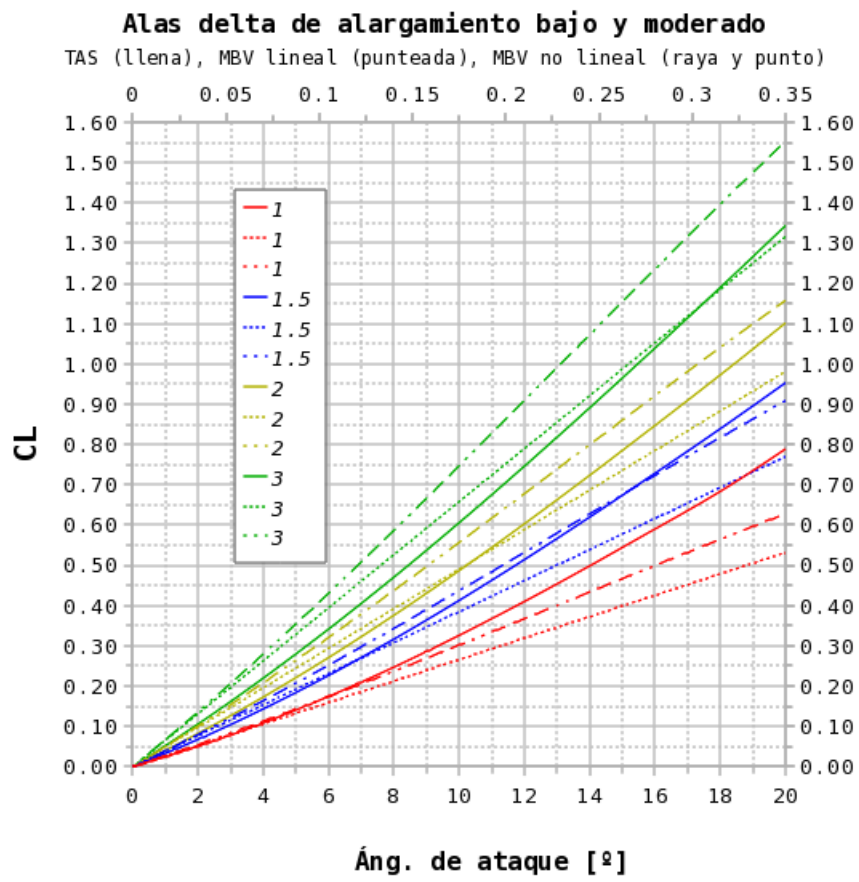


Figura 11: MBV vs. TAS según alargamiento del ala.

## 6.1. Superficies aisladas

Al estar aisladas las superficies es posible usar el MBV para establecer la sustentación a generar dado  $\alpha$  y corregir los resultados del VLM convencional mediante el producto por  $FC$ . Los casos más sencillos corresponden a alas delta; en este caso se comparará al método con los datos experimentales dados para alas delta de  $70^\circ$  de flecha incluyendo resultados previos con un código VLM de filamentos vorticosos libres.

La curva  $C_L$  vs.  $\alpha$  puede ser estimada por completo con el MBV, siempre que no colapsen vórtices. De esta manera se halló la curva en la Figura 12a que ajusta con exactitud los datos experimentales. Para hallar el momento de cabeceo es necesario, tomando como objetivo los  $C_L$  del MBV, aplicar  $FC$ . El resultado nuevamente es satisfactorio, tal como se evidencia en la figura 12b. Al examinar el flujo local a través de la distribución de  $\Delta C_p$ , se nota que si bien la sucesión de hipótesis hechas para  $FC$  en pos de simplificar el análisis le quitan exactitud, los picos y valles se distinguen, y en general la corrección por  $FC$  se compara satisfactoriamente contra el método más avanzado de Mehrotra y Lan (1978) como se ve en la Figura 13. En la primer ala de la Figura 17 se observa a la delta evidenciando a la izquierda la semiala con presiones corregidas ( $\alpha = 27^\circ$ ) y a la derecha sin corregir. Se puede distinguir el camino del vórtice dado por el pico de presión a lo largo de la superficie.

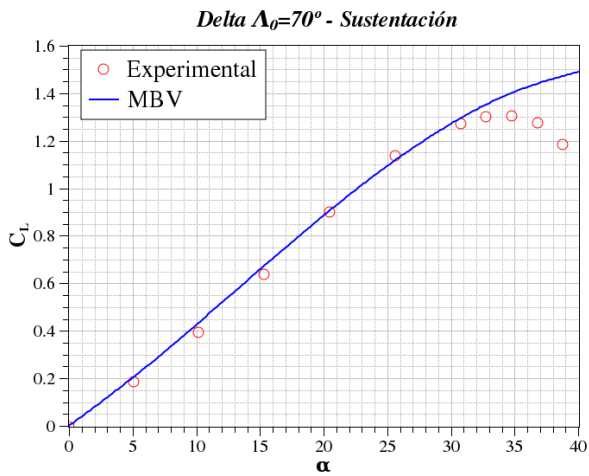
La combinación de MBV+ $FC$  permite también el análisis de plantas más complejas como alas delta truncas con strakes, o dobles delta. En las Figuras 14 y 15 se muestran los resultados para una configuración con borde de ataque que varía de  $80^\circ$  a  $62^\circ$  de flecha, tomada de Wentz y McMahon (1967). El ala al centro de la Figura 17 es la configuración en estudio para  $\alpha = 20^\circ$  contrastando el VLM convencional con los valores corregidos.

## 6.2. Superficies múltiples

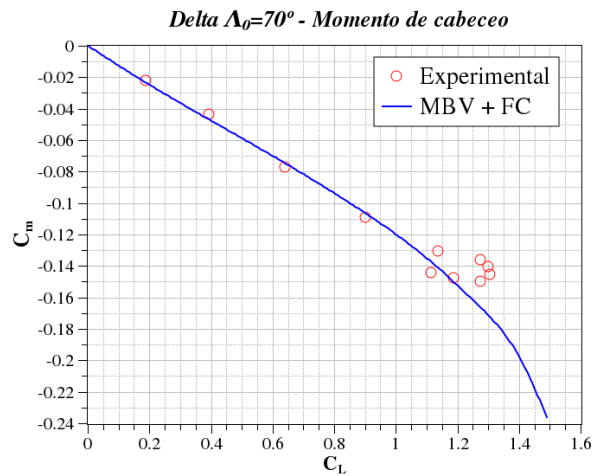
En el caso de superficies múltiples el MBV no es aplicable aún por no tener en cuenta un modelo de estela que permita inferir la interacción entre varias superficies. A cambio de ello se trabaja con la TAS, que como parte de resultados obtenidos con VLM sí tiene en cuenta las interacciones. Cabe aclarar que mientras Lamar y Gloss (1975) estiman la sustentación vorticiosa calculando efectivamente la succión y luego rotándola, en los resultados de este trabajo se optó por aplicar superficie por superficie el procedimiento que Polhamus (1966) describe partiendo de la resistencia inducida con flujo adherido.

Se presenta primero el caso de una configuración canard similar a las que actualmente se observan en varios aviones de combate, teniendo ambas superficies una planta convexa con  $44^\circ$  de flecha en el borde de ataque; específicamente se trata de la configuración 78114 de Gloss (1974) (separación vertical entre planos del 18,5 % de la CAM). En la Figura 16 tanto para el método de este trabajo como para el programa de Lamar, la sustentación es sobreestimada, al igual que el momento de cabeceo. Al discriminar entre los aportes de cada superficie, se ve que es el plano canard el que tiene una carga calculada sensiblemente mayor a la medida. La razón puede deberse a que el modelo de túnel de viento tiene un fuselaje que deja un área expuesta al canard un 34 % menor a la que usualmente se tomaría de referencia, en base a que una variación de magnitud semejante se da en la sustentación y el momento. También se observa que el algoritmo del presente trabajo estima ligeramente mejor la sustentación total y de las partes por separado comparado con el de Lamar (no hay datos para comparar  $C_m$  entre ambos métodos). En el ala de la izquierda de la Figura 17 se ve la configuración canard y cómo ese plano presenta vórtices más intensos.

La otra configuración de superficies múltiples estudiada es la de tres deltas de  $60^\circ$  de flecha



(a)



(b) Fulcro al 50% de la cuerda de raíz.

Figura 12: Datos experimentales tomados de [Lawford y Beauchamp \(1963\)](#).

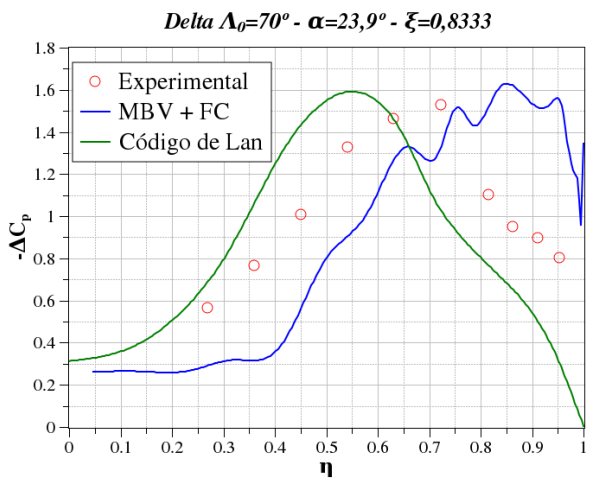
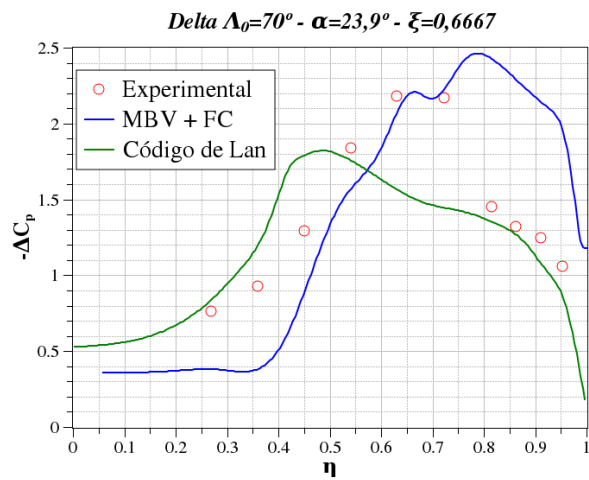
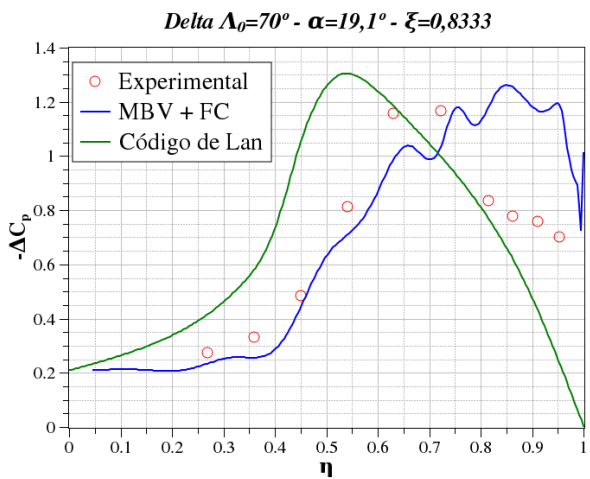
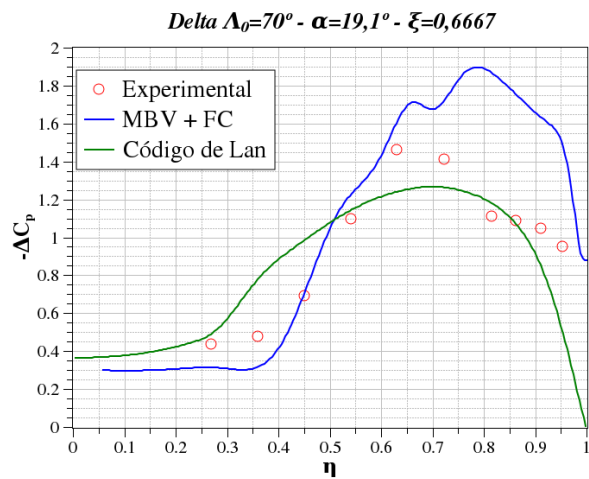


Figura 13: Distribución de  $\Delta C_p$  corregida y comparada con datos de [Mehrotra y Lan \(1978\)](#).

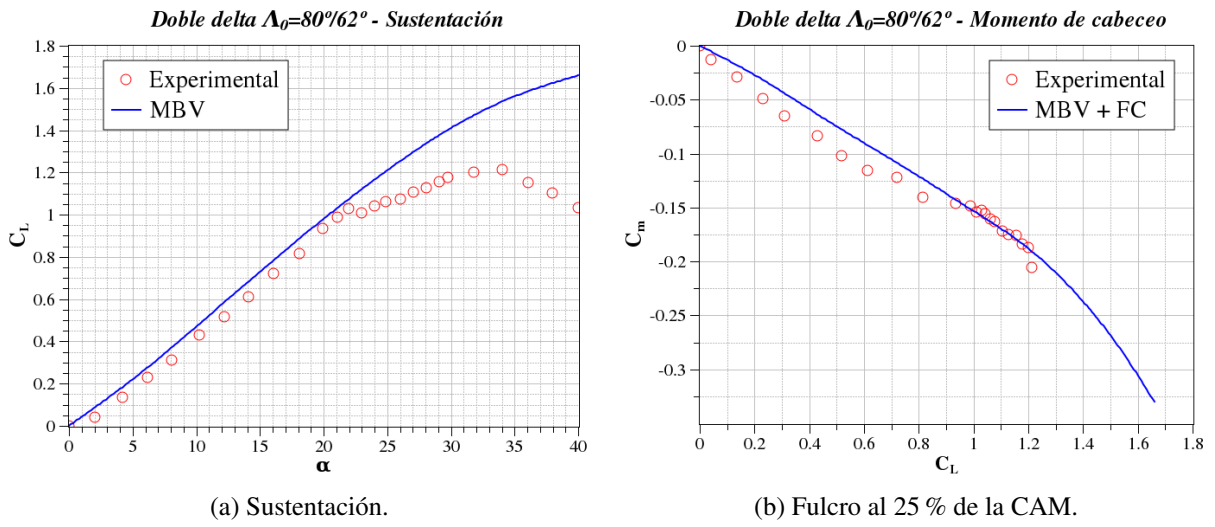


Figura 14: Datos experimentales obtenidos de [Wentz y McMahon \(1967\)](#).

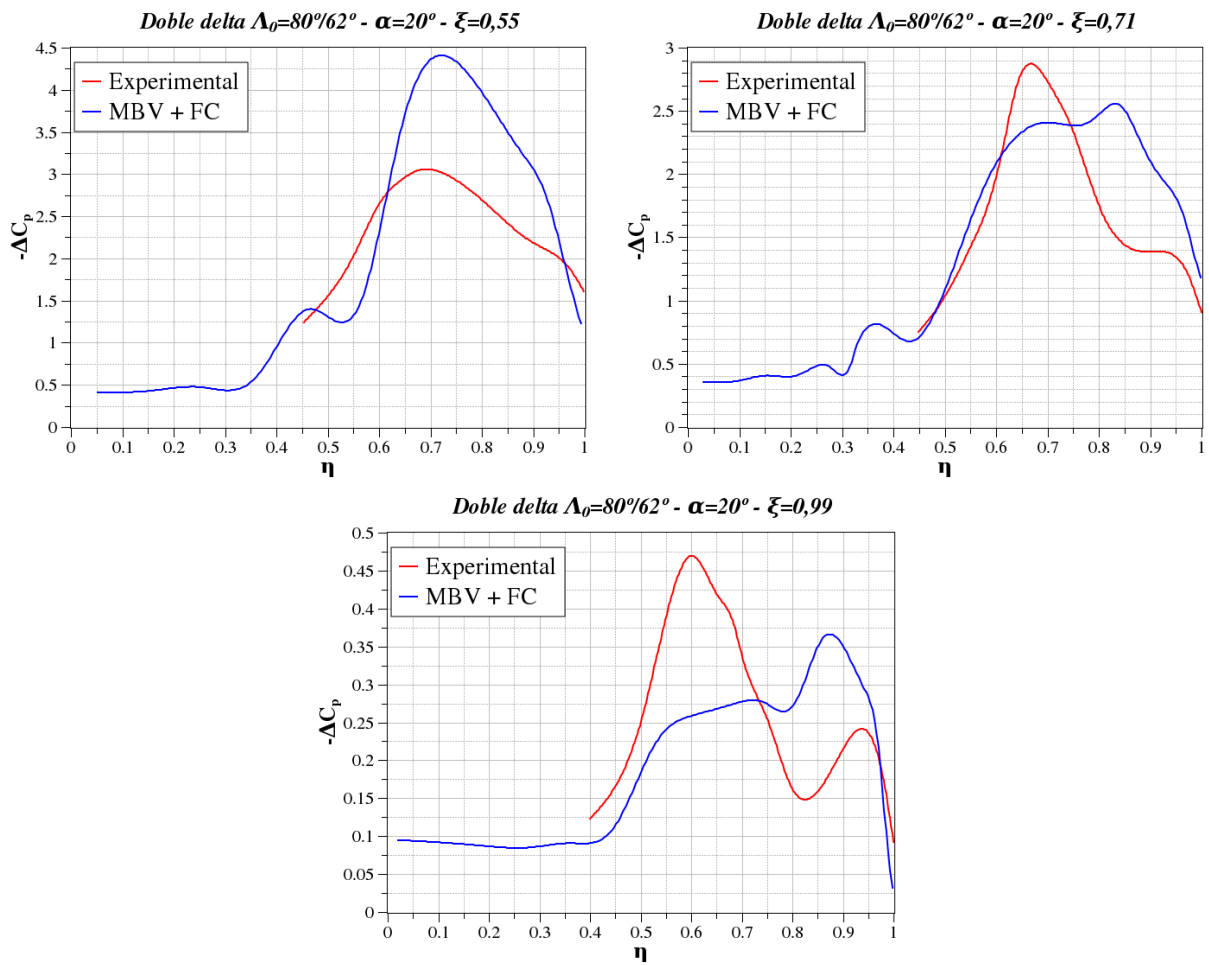
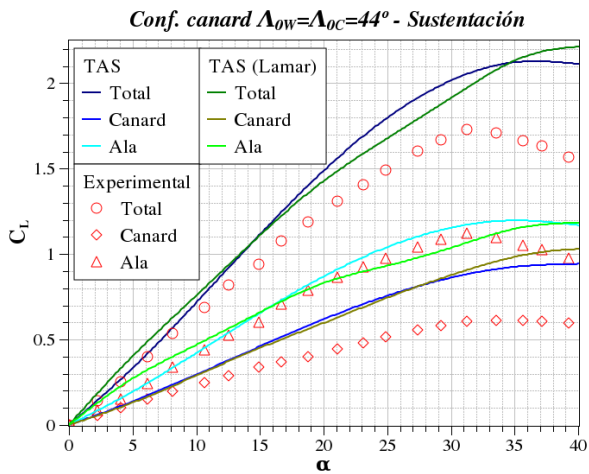
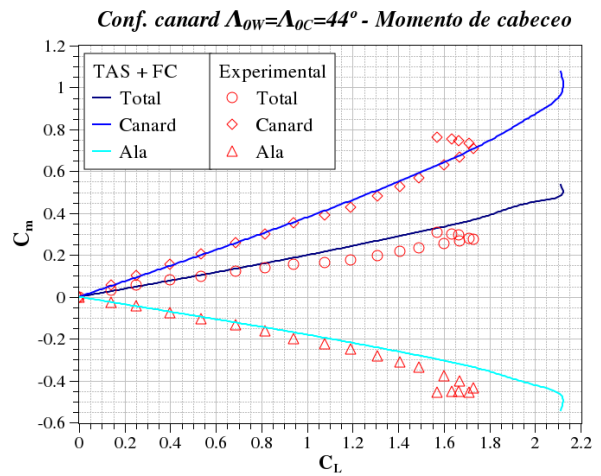


Figura 15: Distribución de carga comparada.



(a) Sustentación.



(b) Fulcro a 59,14 cm de la nariz del fuselaje.

Figura 16: Datos experimentales y numéricos previos de Gloss (1974).

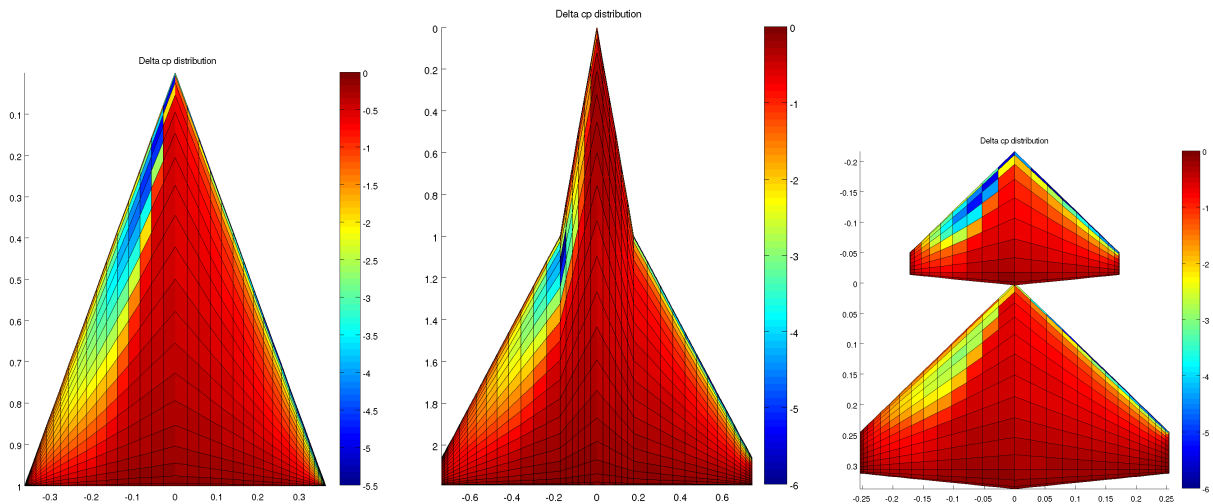


Figura 17: Semialas izq.  $\Delta C_P$  corregido; Semialas der.  $\Delta C_P$  sin corregir.

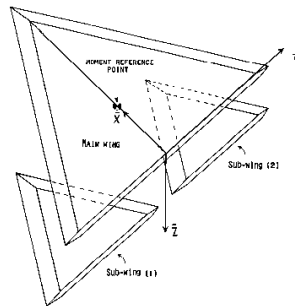


Figura 18: Configuración de tres alas delta con  $\Lambda_0 = 60^\circ$  (Faery et al., 1981).

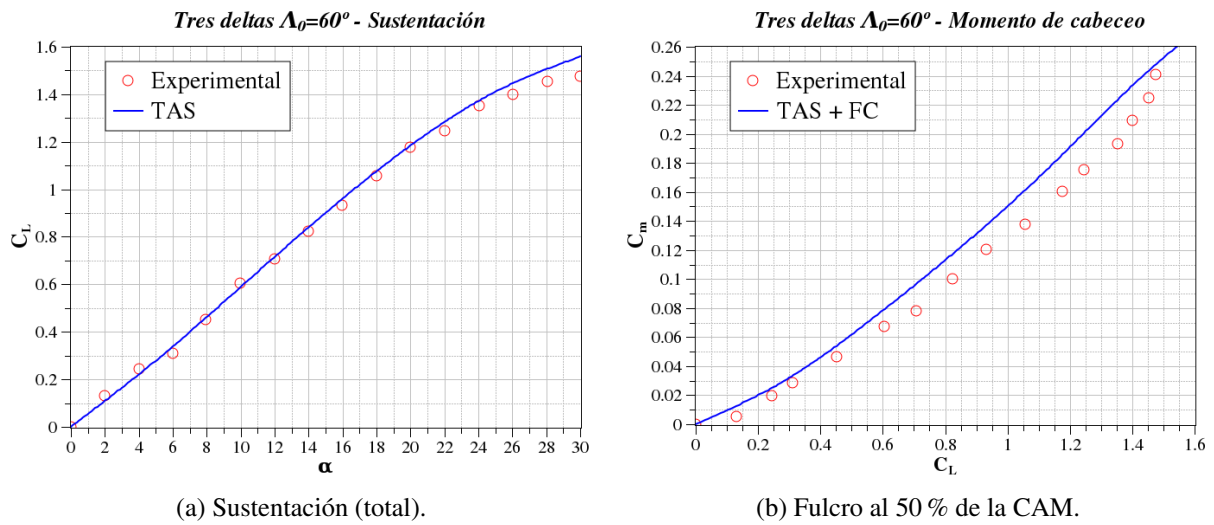


Figura 19: Datos experimentales obtenidos de [Faery et al. \(1981\)](#).

(Figura 18) ensayada por [Faery et al. \(1981\)](#) con separación vertical del 20 % de la semienvengadura y bordes de fuga a la misma altura. La disposición de las dos alas pequeñas hace que el flujo sobre cada una sea asimétrico, aunque en conjunto sea simétrico, y con interferencia aerodinámica manifiesta. La aplicación de la TAS y posteriormente de *FC* arrojaron resultados de buena exactitud (ver Figura 19), lo que indicaría que *FC* puede ser aplicado a estados asimétricos de carga.

## 7. CONCLUSIONES E INVESTIGACIONES FUTURAS

El MBV demuestra ser una alternativa viable frente a métodos más elaborados cuando se estudia un ala filosa aislada. Demuestra que la sustentación y resistencia inducida son influenciadas principalmente por la esbeltez del ala y no tanto por la forma de la planta. Se demuestra también que la delta triangular es el ala más eficiente en cuanto a sustentación generada por unidad de área dentro de los tipos de gran flecha y bajo alargamiento.

La fórmula hallada para su aplicación es muy sencilla y económica en términos computacionales incluso frente a métodos también simples como la TAS, siempre que se evalúe el mismo caso. Estas características la hacen ideal para estudios preliminares y como herramienta de diseño de configuraciones donde el plano principal tenga poca o ninguna influencia de otras superficies. Sin embargo, sus limitaciones presentes impiden extender su uso a fases más avanzadas del diseño donde se deban determinar y dimensionar características como superficies de control o estados de vuelo asimétricos, en cuyo caso es preferible utilizar la TAS.

La corrección de distribución de cargas para VLM presentada aquí demuestra ser una técnica versátil, robusta, sencilla, veloz y de fácil implementación. Logra con menos recursos tiempos de ejecución iguales o menores que algoritmos más complejos sin perder por ello exactitud ni precisión en los resultados. A pesar de tener una formulación simple inicialmente para ser usada en deltas convencionales, la validez del método se extiende a configuraciones más complejas. Su uso conjunto con el MBV es suficiente para estudiar y diseñar plantas alares con geometrías que abarcan perfectamente el espectro en uso o proyecto hoy en día, tanto en el campo civil como militar. El uso de la TAS en general cubre las situaciones para las cuales el MBV no es aplicable.

Las investigaciones que el autor prosigue en este momento en la Universidad Nacional de Córdoba están destinadas a extender tanto al MBV como a FC a situaciones de vuelo asimétricas y plantas alares no contenidas en el plano. El estudio continuaría con la extensión del MBV a múltiples superficies, validación de casos de deflexión de controles e inclusión de un modelo de colapso de vórtices. Finalmente, se intentará la implementación efectiva de MBV/TAS + FC en códigos de optimización de diseño para demostrar su potencial frente a técnicas actuales basadas en CFD avanzados.

## REFERENCIAS

- Allan M.R., Badcock K.J., Baracos G.N., y Richards B.E. Steady RANS simulations of a 70° delta wing with tunnel effects. *RTO-TR-AVT-080*, 1:17.1–17.6, 2003.
- Benoiel A. *Aerodynamic Pitch-up of Cranked Arrow Wings: Estimation, Trim, and Configuration Design*. Tesis de Maestría, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1994.
- DeYoung J. Nonplanar wing load-line and slender wing theory. Informe Técnico, Vought Corporation Hampton Technical Center, 1977.
- Drela M. y Youngren H. *AVL 3.26 User Primer*, 2006.
- Faery H.F., Strozier J.K., y Ham J.A. Experimental and theoretical study of three interacting, closely-spaced, sharp-edged 60° delta wings at low speeds. Informe Técnico, NASA Langley Research Center, United States Military Academy, 1981.
- Finck R.D. USAF stability and control DATCOM. 1982.
- Gloss B.B. The effect of canard leading-edge sweep and dihedral angle on the longitudinal and lateral aerodynamic characteristics of a close-coupled canard-wing configuration. Informe Técnico, NASA Langley Research Center, 1974.
- González H.A., McLahan B.G., Erickson G.E., y Bell J.H. Effects of various fillet shapes on a 76°/40° double delta wing from Mach 0.18 to 0.7. *NATO RTO-MP-069*, I:(SYA)48.1–(SYA)48.40, 2003.
- Görtz S. Unsteady Euler and Detached-Eddy Simulations of full-span Onera 70° delta wing. *NATO RTO-TR-AVT-080*, 1:13.1–13.36, 2003.
- Greenwell D.I. Engineering models of delta wing vortex breakdown and its effect on aerodynamic characteristics. *RTO-TR-AVT-080*, 1:21.1–21.42, 2003.
- Hoerner S.F. y Borst H.V. *Fluid-Dynamic Lift*. Hoerner, L. A., 1985.
- Houghton E.L. y Carpenter P.W. *Aerodynamics for Engineering Students*. Butterworth-Heinemann, 2003.
- Kandil O.A., Atta E.H., y Nayfeh A.H. Three dimensional steady and unsteady asymmetric flow past wings of arbitrary planforms. Informe Técnico, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1977.
- Katz J. y Plotkin A. *Low-Speed Aerodynamics*. McGraw-Hill Inc., 1991.
- Lamar J.E. Some recent applications of the Suction Analogy to vortex lift estimates. Informe Técnico, NASA Langley Research Center, 1975.
- Lamar J.E. y Gloss B.B. Subsonic aerodynamic characteristics of interacting lifting surfaces with separated flow around sharp edges predicted by a Vortex-Lattice Method. Informe Técnico, Langley Research Center, 1975.
- Lan C.E. VorStab - A computer program for calculating lateral-directional stability derivatives with vortex flow effect. Informe Técnico, The University of Kansas Center for Research, 1985.
- Lawford J.A. y Beauchamp A.R. Low-speed wind-tunnel measurements on a thin sharp-edged delta wing with 70° leading-edge sweep, with particular reference to the position of leading-



- edge-vortex breakdown. Informe Técnico, Aeronautical Research Council, 1963.
- Levinski O. Review of vortex methods for simulation of vortex breakdown. Informe Técnico, Defence Science and Technology Organization, 2001.
- Luckring J.M. Reynolds number, compressibility, and leading-edge bluntness effects on delta-wing aerodynamics. Informe Técnico, NASA Langley Research Center, 2004.
- Luckring J.M. y Hummel D. What was learned from the new Vfe-2 experiments. *RTO-TR-AVT-113*, 1:24.1–24.28, 2008.
- Mann A. y Elsholz E. The M-DAW project investigations in novel wing tip device design. Informe Técnico, AIAA, 2005.
- Mason W.H. Subsonic wings - An introduction. In *Configuration Aerodynamics Class*. 2010.
- Mehrotra S.C. y Lan C.E. A theoretical investigation of the aerodynamics of low-aspect-ratio wings with partial leading- edge separation. Informe Técnico, The University of Kansas Center for Research, 1978.
- Melin T. *A Vortex Lattice MATLAB Implementation for Linear Aerodynamic Wing Applications*. Tesis de Maestría, Kungliga Tekniska Högskolan, 2000.
- Mitchell A.M. Experimental data base selected for numerical and analytical validation and verification: Onera 70-deg delta wing. *RTO-TR-AVT-080*, 1:3.1–3.20, 2003.
- Moran J. *An introduction to theoretical and computational aerodynamics*. Dover Pubns, 2003.
- Munk M.M. General biplane theory. Informe Técnico, NACA, 1922.
- Pashilkar A.A. Surface pressure model for simple delta wings at high angles of attack. *Sadhana*, 26:495–515, 2001.
- Polhamus E.C. A concept of the vortex lift of sharp-edge delta wings based on a Leading-Edge-Suction Analogy. Informe Técnico, NASA Langley Research Center, 1966.
- Polhamus E.C. Application of the Leading-Edge-Suction Analogy to the of vortex lift to the drag due to lift of sharp-edged delta wings. Informe Técnico, NASA Langley Research Center, 1968.
- Rullan J.M. *The Aerodynamics of Low Sweep Delta Wings*. Tesis de Doctorado, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2008.
- Wentz W.H. y McMahan M.C. An experimental investigation of flow fields about delta and double-delta wings at low speeds. Informe Técnico, Wichita State University, 1966.
- Wentz W.H. y McMahan M.C. Further experimental investigations of delta and double-delta wing flow fields at low speeds. Informe Técnico, Wichita State University, 1967.
- Xing H. Comprehensive experimental studies on vortex dynamics over military wing configurations in IAR. *RTO-TR-AVT-080*, 1:5.1–5.44, 2003.