

---

INSTITUTO UNIVERSITARIO AERONAUTICO

FACULTAD DE INGENIERIA

Av. Fuerza Aérea 6500 - X5010JMX - Ciudad de Córdoba

Córdoba - Argentina



Trabajo Final de Grado

# Diseño y Dimensionamiento de una Bancada Motor

20 de mayo de 2015, Córdoba, Argentina

Autor: Alejandro Mario Pergolini

Director: Ing. Andrés Horacio Liberatto



# Agradecimientos

A mi familia, los cuales cumplieron un papel primordial para que pueda avanzar en mis estudios desde niño. El apoyo que esta institución me otorgó durante todos los años pasados; logró que hoy me encuentre en esta instancia de mi formación profesional. Ciertamente es una ayuda que nunca he de olvidar y que seguramente en el futuro continuará existiendo.

A mis amigos con quienes a lo largo de estos años pasamos juntos grandes momentos, revitalizando mis ganas de progresar en los estudios. Por esto debo agradecer a mis compañeros de salón del Instituto Universitario Aeronáutico, a mis eternos compañeros del colegio secundario, a mis pares de escalada, de tango y muchos más, con quienes compartimos en muchas oportunidades risas, gustos y excelentes momentos.

A mi pareja, Florencia, quién tuvo un papel importante aún desde antes de iniciar este trabajo final de grado, gracias a la cual he logrado mantenerme motivado durante el arduo pero inolvidable proceso de realizar este trabajo.

Agradezco enormemente la oportunidad de realizar este trabajo final de grado y la gran ayuda que me brindó durante el mismo a mi director; Andrés, al cuál debo gran respeto por ser una excelente e íntegra persona y un destacado profesional.

Finalmente al Instituto Universitario Aeronáutico, por haber sido una excelente institución formadora; y a todo el personal que allí se desempeña día a día con la mejor disposición, para que nosotros los alumnos, nos sintamos cómodos y podamos finalizar nuestros ansiados estudios.



# Resumen

En el presente trabajo final de grado se diseñó una bancada de motor para una aeronave y se dimensionó la misma de acuerdo al estándar regulatorio adoptado. Un código de análisis estructural fue desarrollado para llevar a cabo este proceso. Mediante el uso de éste, se definieron las secciones de los elementos estructurales de la bancada motor. La durabilidad de la estructura fue considerada en el dimensionamiento para un perfil de misión definido. Las uniones soldadas fueron verificadas mediante métodos de análisis de relativa simplicidad y haciendo uso de la mecánica de fractura lineal elástica se validó el anterior en una determinada región. Por último, empleando el método de los elementos finitos, utilizando el software ANSYS 15.0, se verificaron los resultados obtenidos con el código desarrollado y se realizó un estudio preliminar del comportamiento dinámico de la estructura mediante un análisis modal.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>15</b>
<b>2. Requerimientos</b>	<b>17</b>
2.1. Listado de requerimientos de diseño de la bancada. . . . .	17
<b>3. Regulaciones</b>	<b>19</b>
3.1. Las normas en la industria aeronáutica . . . . .	19
3.2. Aplicación de la normativa . . . . .	20
<b>4. Diseño conceptual de la bancada</b>	<b>23</b>
4.1. Bancadas para motores aeronáuticos . . . . .	23
4.2. Bancadas para motores alternativos . . . . .	23
4.2.1. Configuraciones de bancadas tubulares . . . . .	24
4.3. Grupo moto-propulsor . . . . .	25
4.3.1. Ubicación de los puntos de apoyo del motor . . . . .	26
4.3.2. Sujeciones del motor . . . . .	27
4.4. Sistemas de ejes de referencia . . . . .	27
4.5. La cuaderna parallamas . . . . .	28
4.6. Materiales y tecnologías constructivas . . . . .	29
4.6.1. Aluminios aleados . . . . .	29
4.6.2. Aceros . . . . .	29
4.6.2.1. Aceros de baja aleación . . . . .	29
4.7. La bancada . . . . .	30
4.7.1. Ubicación de las sujeciones del motor en la aeronave . . . . .	30
4.7.2. Propuesta de diseño . . . . .	30
4.7.3. Propuesta para las uniones . . . . .	31
<b>5. Cálculo de las hipótesis de cargas</b>	<b>33</b>
5.1. Casos de carga normados . . . . .	33
5.1.1. <i>FAR 23 - Subpart C - Structure</i> . . . . .	33
5.1.2. <i>FAR 23 - Subpart D - Design and construction</i> . . . . .	36
5.2. Interpretación y evaluación de la normativa . . . . .	37
5.2.1. Casos de carga totales listados . . . . .	37
5.2.2. Evaluación de las hipótesis de cargas . . . . .	38
5.2.2.1. Cargas debidas a la envolvente de vuelo y a la envolvente de ráfaga . . . . .	38
5.2.2.2. Cargas debidas al torque motor . . . . .	39
5.2.2.3. Carga lateral en la bancada motor . . . . .	40
5.2.2.4. Cargas giroscópicas y aerodinámicas . . . . .	40
5.3. Resumen de cargas a evaluar . . . . .	41
<b>6. Dimensionamiento</b>	<b>43</b>
6.1. Principios básicos de resistencia de materiales . . . . .	43
6.2. Tipos de falla a considerar . . . . .	46
6.2.1. Fallas del material . . . . .	46
6.2.2. Fallas por inestabilidad . . . . .	47
6.3. El método de los desplazamientos . . . . .	47
6.3.1. Teoría y formulación básica . . . . .	48



6.3.2.	Vector de desplazamientos y vector de fuerzas . . . . .	49
6.3.3.	Matriz de rigidez local . . . . .	50
6.3.4.	Obtención de la matriz de transformación de coordenadas . . . . .	50
6.4.	Implementación del código de análisis estructural . . . . .	52
6.4.1.	Condiciones de contorno nodales . . . . .	53
6.4.2.	Obtención de esfuerzos actuantes . . . . .	53
6.4.2.1.	Esfuerzo de corte . . . . .	54
6.4.2.2.	Esfuerzos normales . . . . .	55
6.4.2.3.	Estado tensional . . . . .	56
6.4.2.4.	Esfuerzo principal máximo . . . . .	57
6.4.2.5.	Esfuerzo de corte máximo . . . . .	57
6.4.2.6.	Tensión equivalente de von Mises máxima . . . . .	57
6.4.3.	Obtención de márgenes de seguridad . . . . .	58
6.4.3.1.	Elementos sometidos a tracción . . . . .	58
6.4.3.2.	Elementos sometidos a compresión . . . . .	58
6.4.3.3.	Índice de falla para tubos sometidos a compresión: . . . . .	61
6.5.	Material para los tubos de la bancada motor . . . . .	61
6.5.1.	Propiedades físicas y mecánicas . . . . .	62
6.5.2.	Diámetros y espesores comerciales de tubos . . . . .	62
6.6.	Dimensionamiento de la bancada motor . . . . .	63
6.6.1.	Metodología del análisis estructural . . . . .	63
6.6.2.	Geometría del modelo estructural . . . . .	63
6.6.3.	Resultados obtenidos . . . . .	65
6.7.	Dimensionamiento de los elementos de unión . . . . .	65
6.7.1.	Bulonería aeronáutica . . . . .	65
6.7.1.1.	Tuercas de uso aeronáutico . . . . .	66
6.7.2.	Buenas prácticas de diseño para uniones abulonadas . . . . .	66
6.7.3.	Análisis de las uniones abulonadas . . . . .	67
6.7.4.	Resultados obtenidos . . . . .	68
<b>7.</b>	<b>Verificación de las uniones</b> . . . . .	<b>69</b>
7.1.	Uniones soldadas . . . . .	69
7.1.1.	Reglas y consideraciones de diseño para uniones soldadas . . . . .	69
7.2.	Cargas admisibles en los cordones de soldadura entre tubos . . . . .	70
7.2.1.	Costuras entre elementos tubulares . . . . .	70
7.2.1.1.	Longitud efectiva del cordón de soldadura . . . . .	70
7.2.1.2.	Evaluación de las cargas admisibles . . . . .	71
7.2.2.	Soldadura en las tomas de sujeción con el parallamas . . . . .	72
7.2.3.	Resultados obtenidos . . . . .	75
7.2.3.1.	Márgenes de seguridad a rotura en los cordones de soldadura entre tubos . . . . .	75
7.2.3.2.	Márgenes de seguridad a rotura en los cordones de soldadura en las tomas de sujeción con el parallamas . . . . .	75
7.3.	Tensiones admisibles en la zona afectada térmicamente . . . . .	76
7.3.1.	Efectos de la soldadura en el metal base . . . . .	76
7.3.2.	Evaluación de las tensiones admisibles . . . . .	77
7.3.3.	Resultados obtenidos . . . . .	77
<b>8.</b>	<b>Verificación por el método de los elementos finitos</b> . . . . .	<b>79</b>
8.1.	Materiales . . . . .	79
8.1.1.	Acero de baja aleación AISI 4340 . . . . .	79
8.1.2.	Aluminio aleado AISI 2024 T3 . . . . .	79
8.1.3.	Acero de baja aleación AISI 4130 . . . . .	80
8.2.	Geometría . . . . .	80
8.3.	Modelo a carga estática . . . . .	80
8.3.1.	Resultados obtenidos a carga última . . . . .	81
8.3.2.	Resultados obtenidos a carga límite . . . . .	83
8.3.3.	Resultados obtenidos a inestabilidad geométrica . . . . .	84
8.4.	Sub-modelado . . . . .	85



8.4.1.	Geometría y modelo . . . . .	86
8.4.2.	Pre-carga en el elemento de unión . . . . .	87
8.4.3.	Verificación del cordón de soldadura mediante la mecánica de fractura lineal elástica (MFLE) . . . . .	87
8.4.3.1.	Criterio de falla . . . . .	88
8.4.4.	Resultados obtenidos . . . . .	89
8.4.4.1.	En la toma bancada-parallamas a rotura . . . . .	89
8.4.4.2.	En la toma bancada-parallamas a fluencia . . . . .	90
8.4.4.3.	En la unión soldada . . . . .	91
<b>9.</b>	<b>Estudios complementarios</b>	<b>93</b>
9.1.	Estudio dinámico preliminar . . . . .	93
9.1.1.	Teoría del análisis modal . . . . .	93
9.1.2.	Listado de las posibles excitaciones . . . . .	94
9.1.3.	Modos y frecuencias encontradas en la estructura . . . . .	94
9.1.4.	Modos y frecuencias para la nueva configuración . . . . .	95
9.2.	Estudio de durabilidad . . . . .	98
9.2.1.	Métodos de estimación de vida a fatiga . . . . .	98
9.2.1.1.	El método de tensión-vida $\sigma - N$ . . . . .	99
9.2.2.	Consideraciones a tener en cargas fluctuantes . . . . .	99
9.2.2.1.	Cargas de amplitud constante y no constante . . . . .	99
9.2.2.2.	Cargas proporcionales y no proporcionales . . . . .	100
9.2.2.3.	Biaxialidad del estado tensional . . . . .	101
9.2.3.	Caracterización de las tensiones variables alternadas de amplitud constante . . . . .	102
9.2.4.	Criterio de Goodman . . . . .	103
9.2.5.	Tensión límite de fatiga del acero AISI 4130N . . . . .	104
9.2.5.1.	Factores que modifican la tensión límite de fatiga . . . . .	104
9.2.6.	Cargas fluctuantes analizadas . . . . .	106
9.2.6.1.	Interpretación del perfil de misión . . . . .	107
9.2.6.2.	Listado de cargas para evaluar la durabilidad . . . . .	108
9.2.7.	Resultados obtenidos . . . . .	109
<b>10.</b>	<b>Configuración final de la bancada motor</b>	<b>111</b>
<b>11.</b>	<b>Conclusión</b>	<b>113</b>
<b>12.</b>	<b>Referencias</b>	<b>115</b>



# Índice de figuras

3.1. Envolverte de vuelo típica . . . . .	21
4.1. Configuración y detalle de la bancada tipo cónica . . . . .	24
4.2. Bancada tipo cónica del Piper pa-22 . . . . .	24
4.3. Configuración y detalle de la bancada dinafocal . . . . .	25
4.4. Motor Avco Lycoming O-320A . . . . .	26
4.5. Hélice Sensenich 74DM6 . . . . .	26
4.6. Ubicación de las tomas del motor Lycoming O-320A . . . . .	27
4.7. Sujeciones y aisladores mecánicos entre el motor y la bancada . . . . .	27
4.8. Sistema de ejes coordenados en la aeronave . . . . .	28
4.9. Cuaderna parallamas de la aeronave . . . . .	28
4.10. Esquema general de la estructura tubular propuesta . . . . .	31
4.11. Detalle de la toma-sujeción de la bancada con el motor propuesta . . . . .	31
4.12. Detalle de toma de unión entre la bancada y el parallamas propuesta . . . . .	32
4.13. Bancada motor interactuando con la cuaderna parallamas . . . . .	32
5.1. <i>Flight envelope Sec. 23.333</i> . . . . .	34
5.2. Diagrama V-n obtenido de la aeronave . . . . .	39
6.1. Parámetros a dimensionar en una sección tubular . . . . .	43
6.2. Curvas típicas de tensión-deformación . . . . .	44
6.3. Curva S-N típica . . . . .	46
6.4. Nodos y sistema de ejes local del elemento . . . . .	51
6.5. Diagrama de flujo del código utilizado para el método de los desplazamientos . . . . .	52
6.6. Sección tubular y la coordenada $\theta$ . . . . .	54
6.7. Circulo de tensiones de Mohr . . . . .	57
6.8. Representación gráfica de la teoría de von Mises . . . . .	58
6.9. Curvas de interacción para tubos redondos sometidos a compresión, flexión, corte puro y torsión . . . . .	59
6.10. Tensiones de diseño para columnas ( $F_c$ ) para tubos redondos de aceros aleados con tratamiento térmico . . . . .	59
6.11. Tensiones de ruptura a flexión ( $F_b$ ) para aceros aleados tratados a diferentes $F_{tu}$ . . . . .	60
6.12. Tensión de ruptura a torsión ( $F_{st}$ ) para aceros aleados tratados hasta $F_{tu} = 95\text{ksi}$ . . . . .	61
6.13. Distribución de tensiones de corte en una sección circular en el rango plástico . . . . .	61
6.14. Propiedades estructurales del acero AISI 4130N . . . . .	62
6.15. Ubicación del centro de gravedad del conjunto motor y hélice . . . . .	64
6.16. Bulonería aeronáutica estándar . . . . .	66
6.17. Tuercas de uso aeronáutico . . . . .	66
6.18. Resistencia a corte, tracción y flexión de los bulones . . . . .	67
6.19. Interacción entre fuerzas de corte y de tracción en bulones . . . . .	68
7.1. Zona afectada térmicamente en uniones soldadas . . . . .	69
7.2. Ejemplo de longitud efectiva en un cordón de soldadura entre dos tubos . . . . .	71
7.3. Resistencia de los cordones en uniones soldadas . . . . .	72
7.4. Modelo de análisis de soldadura considerado tipo tee-joint . . . . .	73
7.5. Detalle de la unión soldada tipo "tee-joint" y las fuerzas actuantes . . . . .	73
7.6. Esfuerzos actuantes en el elemento analizado del cordón de soldadura . . . . .	74



7.7. Geometría propuesta para la toma #2 de la bancada motor . . . . .	76
7.8. Geometría propuesta para las tomas #1, #3, #4 y #5 de la bancada motor . . . . .	76
7.9. Tensión a tracción última en la zona afectada térmicamente . . . . .	77
8.1. Geometría de la bancada motor a verificar mediante MEF . . . . .	80
8.2. Geometría mallada de la bancada motor . . . . .	81
8.3. Deformación total a carga última en el caso de carga crítico . . . . .	81
8.4. Tensiones equivalentes de von Mises a carga última en el caso de carga crítico . . . . .	82
8.5. Detalle de las tensiones equivalentes de von Mises a rotura en el caso de carga crítico . . . . .	82
8.6. Deformación total a fluencia en el CC crítico . . . . .	83
8.7. Tensiones equivalentes de von Mises a fluencia en el caso de carga crítico . . . . .	83
8.8. Detalle de las tensiones equivalentes de von Mises a fluencia en el caso de carga crítico . . . . .	84
8.9. Deformación total a pandeo correspondiente al factor multiplicador más crítico . . . . .	85
8.10. Geometría del sub-modelado realizado en la toma bancada-parallamas #2 . . . . .	86
8.11. Mallado para el sub-modelado de la toma bancada-parallamas #2 . . . . .	86
8.12. Perfil de tensiones de la MFLE en una grieta sometida al modo I o de apertura . . . . .	87
8.13. Analogía de la MFLE con una unión soldada . . . . .	88
8.14. Tensiones equivalentes de von Mises a rotura en la toma bancada-parallamas #2 . . . . .	89
8.15. Margenes de seguridad a rotura en la toma bancada-parallamas #2 . . . . .	89
8.16. Vista en corte del margen de seguridad a rotura en la toma bancada-parallamas #2 . . . . .	90
8.17. Margenes de seguridad a fluencia en la toma bancada-parallamas #2. . . . .	90
8.18. Vista en corte del margen de seguridad a fluencia en la toma bancada-parallamas #2. . . . .	91
8.19. Ubicación de la tensión máxima equivalente de von Mises en la unión soldada entre el tubo #2 y la toma bancada-parallamas #2 . . . . .	91
8.20. Tensiones principales máximas a lo largo del espesor del tubo #2 correspondiente a la soldadura más solicitada . . . . .	92
8.21. Perfil de las tensiones encontradas en el tubo de la toma bancada-parallamas #2 y la analogía a la MFLE . . . . .	92
9.1. Modo de oscilación natural #1 encontrado . . . . .	95
9.2. Modo de oscilación natural #1 para la nueva configuración . . . . .	96
9.3. Modo de oscilación natural #2 para la nueva configuración . . . . .	96
9.4. Modo de oscilación natural #3 para la nueva configuración . . . . .	97
9.5. Función respuesta en frecuencia típica . . . . .	97
9.6. Diagrama S-N y las etapas de la falla por fatiga . . . . .	98
9.7. Carga de amplitud constante . . . . .	99
9.8. Carga de amplitud no constante . . . . .	99
9.9. Cargas cíclicas en un eje . . . . .	100
9.10. Círculo de Mohr debido a cargas cíclicas proporcionales . . . . .	100
9.11. Círculo de Mohr debido a cargas cíclicas no proporcionales . . . . .	101
9.12. Estado biaxial, uniaxial o de corte puro . . . . .	101
9.13. Carga fluctuante en el tiempo . . . . .	102
9.14. Carga totalmente reversible . . . . .	103
9.15. Carga tipo repetitiva . . . . .	103
9.16. Diagrama de Goodman típico para la zona en tracción . . . . .	103
9.17. Diagrama S-N para el acero 4130N . . . . .	104
9.18. Factor de superficie para la tensión límite de fatiga . . . . .	105
9.19. Señal completa del factor de carga normal versus tiempo . . . . .	106
9.20. Señal del factor de carga normal versus tiempo en las maniobras de fumigación . . . . .	107
9.21. Perfil de misión definido para el empuje, torque motor y factor de carga normal . . . . .	107
9.22. Ciclo de carga #1: Empuje y torque motor . . . . .	108
9.23. Ciclo de carga #2 y #3: Maniobra . . . . .	108
10.1. Esquema final de la bancada motor . . . . .	111
10.2. Principales parámetros geométricos de las tomas de la bancada motor . . . . .	112

# Índice de cuadros

4.1. Nomenclatura adoptada y ubicación de las tomas de la cuaderna parallamas . . . . .	28
4.2. Nomenclatura y ubicación de las tomas del motor . . . . .	30
5.1. Casos de carga obtenidos del diagrama V-n de la aeronave . . . . .	39
5.2. Cargas debidas al torque motor . . . . .	39
5.3. Caso de carga debido a factor de carga lateral . . . . .	40
5.4. Casos de carga giroscópicos y aerodinámicos . . . . .	40
5.5. Casos de carga finales considerados . . . . .	41
6.1. Propiedades físicas y mecánicas del Acero AISI 4130 N . . . . .	62
6.2. Diámetros y espesores de pared comerciales para tubos AISI 4130N . . . . .	63
6.3. Ubicación nodal de la geometría de la bancada motor . . . . .	64
6.4. Nomenclatura y conectividad de los elementos tubulares . . . . .	64
6.5. Margen de seguridad a carga última . . . . .	65
6.6. Margen de seguridad a deformación permanente . . . . .	65
6.7. Diámetros e índices de falla a rotura de la bulonería . . . . .	68
7.1. Longitudes efectivas en los cordones de soldadura entre los tubos . . . . .	71
7.2. Espesores de cordón de soldadura considerados en la unión de tubos . . . . .	72
7.3. Margen de seguridad a rotura en los cordones de soldadura entre los tubos . . . . .	75
7.4. Margen de seguridad a rotura en los cordones de soldadura de las tomas parallamas . . . . .	75
7.5. Margen de seguridad a rotura en la zona afectada térmicamente . . . . .	77
8.1. Propiedades físicas y mecánicas del Acero AISI 4340 . . . . .	79
8.2. Propiedades físicas y mecánicas del Aluminio AISI 2024 T3 . . . . .	80
8.3. Tensiones equivalentes de von Mises para el elemento tubular más solicitado a rotura . . . . .	82
8.4. Tensiones equivalentes de von Mises para el elemento tubular más solicitado a fluencia . . . . .	84
8.5. Primer factor multiplicador a pandeo obtenido mediante el MEF . . . . .	85
8.6. Pre-carga considerada y características geométricas de los bulones . . . . .	87
8.7. Tenacidad a fractura del Acero AISI 4130 N . . . . .	88
8.8. Margen de seguridad a carga última en el cordón de soldadura más solicitado . . . . .	92
9.1. Cargas a evaluar en el ciclo #1: Empuje y torque motor estáticos a $n_z = 1$ . . . . .	108
9.2. Cargas a evaluar en el ciclo #2: Primer etapa de la maniobra . . . . .	108
9.3. Cargas a evaluar en el ciclo #3: Segunda etapa de la maniobra . . . . .	109
9.4. Margen de seguridad a vida infinita . . . . .	109
10.1. Propiedades finales de los elementos estructurales de la bancada motor . . . . .	112



# Capítulo 1

## Introducción

En el marco del proyecto de diseño de una aeronave de construcción nacional, a la cual se espera certificar como de “categoría experimental” según los estándares de la ANAC<sup>1</sup>; se propone contribuir con el presente trabajo final de grado en el diseño de la bancada motor. Este es un componente de suma importancia para el funcionamiento de la aeronave ya que es el elemento que vincula y transmite el empuje producido por el grupo moto-propulsor al resto de la estructura de la aeronave.

La aeronave posee una configuración mono-motor ala alta. El tren de aterrizaje es fijo y en configuración triciclo. Debido a cuestiones particulares que el diseñador adoptó, el tren de aterrizaje de nariz no está tomado en la bancada motor. El fuselaje de la aeronave es del tipo reticulado. Esta tecnología de tubos y secciones soldadas ha sido históricamente muy utilizada y continua, aún en la actualidad, siendo muy difundida para la fabricación de fuselajes de pequeños aviones. Se utiliza casi sin excepción el acero; siendo la mayoría de las veces la aleación SAE/AISI 4130 el más buscado. Esta amplia difusión de la tecnología reticulada se debe a la simpleza, relativamente fácil construcción y excelente relación rigidez-peso resultante en la estructura tubular. Debido a esto es muy empleado entre los constructores de aeronaves y en este caso en particular no será la excepción. El ala es mono-larguero y utiliza soluciones convencionales como costillas y larguerillos. Está íntegramente confeccionada en aluminio grado aeronáutico SAE/AISI 2024-T3, al igual que la chapa recubrimiento. El diseñador y constructor de la aeronave utilizará un motor aeronáutico a carburador Avco Lycoming O-320A. Este posee una potencia nominal de 150 HP y es la planta motriz de muchas aeronaves de bajo porte recreativas a lo largo del mundo.

El trabajo final de grado tiene, entre alguna de sus finalidades, la de generar nuevos conocimientos en el área elegida y, la de afianzar aquellos ya existentes. Se cuenta con la opción de seleccionar que componente estructural o sistema mecánico conceptualizar y definir para la aeronave. Debido al interés en las áreas de sistemas mecánicos y estructurales, resulta entonces una gran motivación la oportunidad aquí presente. Se decide realizar el diseño preliminar y en detalle de la bancada motor, ya que; direccionando el esfuerzo en un componente en particular, existe la opción de transitar diversos métodos de estudio y análisis. De esta manera se ubica dentro del alcance del trabajo final de grado, un abanico de posibles estudios y métodos a realizar.

En la búsqueda a nivel nacional de trabajos con un objetivo similar, la de diseñar una bancada aeronáutica de motor, no fue posible ubicar alguno de relativa actualidad. Algunos pocos de similar objetivo fueron desarrollados cuándo la Escuela de Ingeniería Aeronáutica (el actual Instituto Universitario Aeronáutico). Estos trabajos encontrados centraban su esfuerzo en el dimensionamiento de la estructura mediante métodos de análisis manuales del tipo matriciales, dejando como trabajo futuro la verificación de las uniones abulonadas y soldadas. En ese entonces y por falta de las herramientas actuales; esos estudios implicaban un gran volumen de esfuerzo, escapando del alcance necesario establecido para el trabajo final de grado.

Al igual que en todo desarrollo aeronáutico, un marco regulatorio es indispensable para que el diseño cumpla un estándar para una operación segura. Sin embargo, las regulaciones no establecen que métodos o que caminos recorrer para cumplimentar los estándares; siendo la elección de estos, responsabilidad del diseñador.

Gracias a la disponibilidad de computadoras en la actualidad, se plantea para este trabajo hacer uso de herramientas más potentes. Se redacta un código de análisis estructural con el cual es posible obtener resultados de manera rápida, el cual se utiliza para dimensionar la estructura. Para verificar

---

<sup>1</sup>Administración Nacional de Aviación Civil



los resultados obtenidos se utiliza una herramienta cuyas aplicaciones han crecido enormemente los últimos años; el análisis por elementos finitos. Con la utilización de este método es posible estudiar fenómenos locales como los existentes en las uniones soldadas y en otros concentradores de tensión.

A continuación se realiza un análisis de los diversos requerimientos que el diseñador debería considerar.

## Capítulo 2

# Requerimientos

Desde el punto de vista de las ciencias aplicadas y principalmente desde la ingeniería, se define una estructura física como un cuerpo o un conjunto de cuerpos en el espacio que forman un sistema capaz de soportar acciones exteriores, o como las llamaremos de ahora en adelante, cargas. Las cargas pueden ser fuerzas, momentos, cambios térmicos, etc.

Estas acciones exteriores, o cargas son las que se consideran para analizar la estructura propuesta. Sin embargo, al evaluar los resultados obtenidos debemos dejar claro qué es lo que no se espera que suceda, es decir, cuando y como se considera que la estructura falla. Antes de establecer las fallas, se estudia y se definen las acciones que la estructura debe realizar correctamente durante su vida útil, es decir, los requerimientos de la misma.

Hay varios puntos de análisis importantes que se deben tener en cuenta además de los requerimientos de las cargas estructurales y establecer si esta falla o no falla. Otros aspectos como la relación de compromiso entre el peso y el adecuado valor de rigidez de la estructura son de extrema importancia para las performances de la aeronave, y para la adecuada transmisión del empuje.

Se debe prever que la aeronave mantenga dentro de los márgenes esperados por el diseñador las performances del mismo y también abordar el estudio contemplando el uso o desgaste del avión. Los motores aeronáuticos tienen ciclos de inspección y se debe que asegurar que el trabajo del operario no sea entorpecido.

Otros aspectos como tratar de aislar las vibraciones del grupo moto-propulsor son de interés; ya que estas excitaciones son transmitidas al resto de la estructura de la aeronave y por ende, la cabina también sufre sus efectos.

### 2.1. Listado de requerimientos de diseño de la bancada.

Como hemos mencionado hay diversos aspectos a tener en cuenta para generar una lista de requerimientos para la bancada motor y nos proponemos a mencionar y caracterizar cada uno.

Una bancada motor debería realizar las siguientes acciones.

- Desde el punto de vista de su funcionalidad.
  - Tener bajo peso pero sin comprometer la seguridad y durabilidad de la misma.
  - Disminuir la transmisibilidad de vibraciones hacia el resto de la estructura del avión.
  - Servir de apoyo para el carenado (nacela), el cual tiene dos fines principales:
    - Limpieza aerodinámica, para tener continuidad de las líneas de trayectoria entre la nacela y el fuselaje.
    - Canalizar aire de refrigeración hacia el motor.
- Desde el punto de vista estructural mecánico.
  - Transmitir correctamente el empuje producido por el propulsor hacia la estructura del avión.
  - Sostener el grupo moto-propulsor definido y sus accesorios con seguridad.
  - Soportar las cargas definidas por la norma de aplicación.



- Desde el punto de vista conceptual.
  - Ser diseñada para ser tomada en la cuaderna parallamas de la aeronave.
  - No entorpecer la inspección durante los ciclos de mantenimiento del motor y sus accesorios.
  - Ser diseñada como un componente individual para facilitar la colocación y remoción de la misma.

Además el diseño de la bancada motor deberá tener en cuenta los siguientes requerimientos

- Requerimientos del material.
  - Deben utilizarse materiales de uso aeronáutico.
  - Estar diseñada y dimensionada con materiales adquiribles en el país.
- Requerimientos del diseño
  - La inestabilidad geométrica debe tenerse en cuenta en elementos sometidos a compresión.
  - La durabilidad debe considerarse.
- Requerimientos de los procesos constructivos.
  - Estar diseñada conceptualmente para que la construcción pueda ser llevada a cabo con procesos sencillos.

Como se observa existen diversos requerimientos que una bancada motor debe cumplimentar y varios de ellos son de carácter geométrico o espacial.

Al ser el presente trabajo de origen académico y no tener mayores datos de la geometría de los accesorios del motor y del fuselaje del avión; el eje de éste centrará en los requerimientos de origen estructural. Esto significa que aquellos de origen conceptual y de funcionalidad serán tenidos en cuenta sólo cuando la situación lo requiera.

## Capítulo 3

# Regulaciones

Las normas prescriben estándares para la expedición de certificados de aeronavegabilidad. Estos estándares varían junto con el tipo de aeronave que se quiera certificar. Dentro de la aeronáutica civil, las aeronaves pueden ser de categoría normal, utilitario o de servicios, acrobático, commuter o de transporte.

Esta etapa del trabajo se orienta a entender por qué debemos utilizar una norma o regulación para el diseño y dimensionamiento de nuestra estructura.

### 3.1. Las normas en la industria aeronáutica

Históricamente Estados Unidos y ciertos países europeos encabezaron el desarrollo aeronáutico en el escenario mundial, esto significa que fueron los primeros generadores de normas para que hoy en día la actividad aeronáutica<sup>1</sup> esté reglamentada. Gracias a esta normativa actual están definidos los procesos de certificación para aeronaves, aeropartes, motores, hélices, pilotos, personal de mantenimiento y prácticamente toda persona, elemento mecánico o electrónico que realice actividades cerca o dentro de una aeronave o estación aeroportuaria.

A fines de los años '30, el gobierno de los Estados Unidos determinó que era necesario un enfoque federal en la seguridad al desarrollar actividades aeronáuticas. Luego de muchos años de historia, desarrollos y consolidación de la actividad aeronáutica; se crea un nuevo organismo independiente llamado "Federal Aviation Administration" o FAA.

La FAA es un referente mundial en materia de certificación y regulación aeronáutica, sin embargo hay otros organismos de regulación de importancia como la europea "Joint Aviation Authorities" o JAA, la cual nace de manera contemporánea a la FAA. Dentro de las principales funciones de la JAA y la FAA encontramos la de desarrollar y adoptar las "Joint Aviation Requirements" (JAR) y "Federal Aviation Regulations" (FAR) respectivamente; relativos al diseño y fabricación de aeronaves, operación de las mismas y concesión de licencias para el personal relacionado con el vuelo de algún modo. Otra importante función de estos organismos es la de cooperar en la armonización de requisitos y procedimientos con otras autoridades reguladoras mundiales.

Actualmente en nuestro país hace ejercicio de estas funciones la ANAC a través de la regulación DNAR<sup>2</sup>, el cual es un ente que depende de la Secretaría de Transporte. Entre sus principales funciones están las de ejercer la fiscalización y control de los aeródromos públicos y privados, las habilitaciones y licencias conferidas, la aeronavegabilidad, las operaciones efectuadas a aeronaves, la explotación de servicios aeronáuticos, la capacitación, formación y entrenamiento del personal de servicios aeronáuticos. Otra de sus principales funciones es la de intervenir en la elaboración de proyectos normativos y fomentar el transporte de la aeronavegación civil, comercial y general.

La mayoría de las regulaciones adoptadas en el pasado en nuestro país son provenientes de Estados Unidos. Actualmente, con la creación de la ANAC y más recientemente con la resolución ANAC 602/2014, la regulación pasa a existir bajo el nombre de las RAAC (Regulaciones Argentinas de Aviación Civil). Las nuevas RAAC regulan ciertos aspectos modernos de la industria aeronáutica que no fueron contemplados anteriormente con las RAAC (anteriormente llamadas DNAR), como por ejemplo; la investigación de accidentes de aviación civil (RAAC parte 13), la certificación de las competencias de tripulantes de cabina de pasajeros (RAAC parte 64), la certificación de los

---

<sup>1</sup>La actividad aeronáutica es el conjunto de actividades vinculadas con el empleo de aeronaves privadas y públicas.

<sup>2</sup>Reglamento de la Dirección Nacional de Aeronavegabilidad



explotadores de servicios aéreos (RAAC parte 119), y la conocida para los talleres aeronáuticos de reparación (RAAC parte 145), por citar algunas.

### 3.2. Aplicación de la normativa

La norma fija a los diseñadores de cualquier componente de la aeronave un estándar mínimo de confiabilidad o calidad en sus diseños. Es por esto que aunque la aeronave este bajo la categoría experimental, es buena práctica contemplar su diseño bajo una normativa que nos encamine en la dirección correcta.

Utilizaremos la norma vigente en argentina DNAR parte 23 Estándares de Aeronavegabilidad: Aviones Categoría Normal, Utilitario, Acrobático y Commuter. Esta envía a consultar la *Federal Aviation Regulations - Part 23 - Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic and Commuter Category Airplanes* (Ref 2).

Dentro de la FAR - Part 23 se encuentran diferentes subpartes y secciones las cuales debemos interpretar para entender el valor de su incumbencia con nuestro diseño.

Son de interés para nuestro diseño las siguientes subpartes:

- *Subpart A - General*
- *Subpart C - Structure*
- *Subpart D - Design and Construction*

Es de gran importancia establecer la categoría de la aeronave para la cual definiremos la bancada motor. Esto se debe a que habrá diferentes requerimientos de diseño en función de la categoría de la aeronave.

*Subpart A - Sec. 23.3 - Airplane categories.*

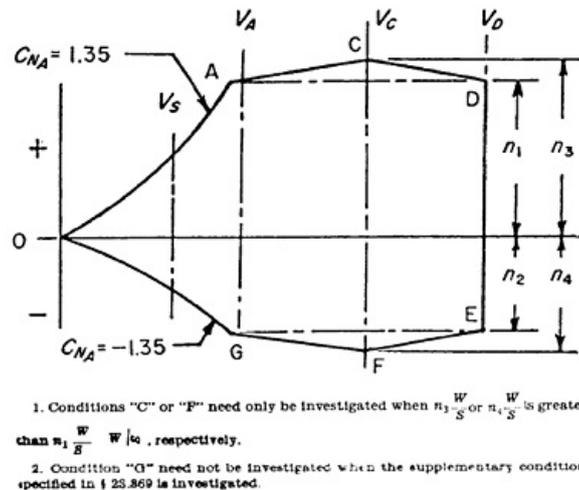
- *(a) The normal category is limited to airplanes that have a seating configuration, excluding pilot seats, of nine or less, a maximum certificated takeoff of 12,500 pounds or less, and intended for nonacrobatic operation. Nonacrobatic operation includes:*
  - *(1) Any maneuver incident to normal flying;*
  - *(2) Stalls (except whip stalls); and*
  - *(3) Lazy eights, chandelles, and steep turns, in which the angle of bank is not more than 60 degrees.*
- *(b) The utility category is limited to airplanes that have a seating configuration, excluding pilot seats, of nine or less, a maximum certificated takeoff weight of 12,500 pounds or less, and intended for limited acrobatic operation. Airplanes certificated in the utility category may be used in any of the operations covered under paragraph (a) of this section and in limited acrobatic operations. Limited acrobatic operation includes:*
  - *(1) Spins (if approved for the particular type of airplane); and*
  - *[(2) Lazy eights, chandelles, and steep turns, or similar maneuvers, in which the angle of bank is more than 60 degrees but not more than 90 degrees.]*
- *(c) The acrobatic category is limited to airplanes that have a seating configuration, excluding pilot seats, of nine or less, a maximum certificated takeoff weight of 12,500 pounds or less, and intended for use without restrictions, other than those shown to be necessary as a result of required flight tests.*
- *[(d) The commuter category is limited to propeller-driven, multiengine airplanes that have a seating configuration, excluding pilot seats, of 19 or less, and a maximum certificated takeoff weight of 19,000 pounds or less. The commuter category operation is limited to any maneuver incident to normal flying, stalls (except whip stalls), and steep turns, in which the angle of bank is not more than 60 degrees. (e) Except for commuter category, airplanes may be type certificated in more than one category if the requirements of each requested category are met.]*

En función de la sección 23.3 la aeronave es categorizada como “normal” debido a su peso y al tipo de vuelo que se espera realice.

Otros conceptos importantes a definir son los distintos tipos de cargas que la aeronave o componente estructural encontrará durante el transcurso de su vida útil. Dentro de la *Subpart C - Structure - GENERAL Sec. 23.301 - Loads* se detalla esta información.

Para contemplar incertidumbre y otorgar un nivel de confiabilidad, en la *Sec. 23.303 - Factor of safety*, se especifica un factor de seguridad base con el cual se estiman las cargas últimas.

La envolvente de vuelo, o diagrama V-n, especifica las condiciones de velocidad y factor de carga en las cuales se espera que la aeronave opere. Es por esto que la *Sec. 23.333 - Flight envelope* es de gran importancia para los analistas estructurales.



(Según Ref 2)

Figura 3.1: Envolvente de vuelo típica

La envolvente de vuelo no determina la totalidad de las cargas a ser evaluadas en la bancada motor. Determinadas secciones de la norma detallan como contemplar situaciones de vuelo no simétricas, los efectos del torque motor, las cargas giroscópicas debidas a velocidades angulares de la aeronave y otras. Todas estas condiciones a ser tenidas en cuenta son especificadas dentro de la *Subpart C - Structure*.

Los procesos de construcción utilizados en cada aeroparte o componente son importantes y deben ser sometidos a pruebas para garantizar su calidad. En la *Subpart D - Design and Construction* se especifican las consideraciones que se deben tener en cuenta al momento de diseñar componentes o partes que estén fabricados mediante diferentes métodos o tecnologías como; fundición, mecanizado, soldado, pegado, remachado, etc. Esta subparte de la norma introduce criterios para lograr un estándar mínimo al momento de utilizar procesos constructivos y materiales en aviación. En caso de tratarse de algún proceso nuevo del cual no hubiera datos fehacientes de su idoneidad; un programa de certificación mediante ensayos deberá ser llevado a cabo. No solo los procesos deben estar regulados, los materiales utilizados son un importante aspecto a controlar debido a la impredecibilidad de sus propiedades de lote a lote, o incluso de punto a punto. Se introduce un factor de seguridad adicional para contemplar incertidumbres, a estos se los denomina factores especiales y su valor depende de la tecnología constructiva que se use, la capacidad de inspección que se tenga de esa pieza y proceso, y otros aspectos concernientes de la pieza o conjunto; como su forma o si es un componente estructural o no.

En el Capítulo 5 se realiza una presentación mas exhaustiva de las Subpartes C y D, sus secciones y una interpretación mas ordenada de los aspectos que son tenidos en cuenta para estimar las cargas actuantes.

A continuación inicia el proceso de definir conceptualmente la bancada motor.



## Capítulo 4

# Diseño conceptual de la bancada

En este capítulo se estudian los diferentes aspectos a tener en cuenta para definir de manera conceptual un sistema que cumpla con los requerimientos y regulaciones necesarias presentadas anteriormente.

Para el proceso de diseño conceptual, con el cual se espera obtener una o más propuestas para nuestra estructura, estudiamos diversos aspectos que influenciarán nuestro diseño. Uno de estos es por ejemplo, la geometría de los elementos adyacentes a los cuales el conjunto bancada motor está sujeta. En aviones configurados con hélice tractora, la bancada sostiene por delante al motor y por atrás se sujeta a la cuaderna parallamas del avión. El tipo y concepto de la estructura del fuselaje del avión junto con la geometría de la cuaderna parallamas son de gran importancia para diseñar nuestra bancada motor.

Para el proceso de diseño conceptual, es de gran ayuda observar soluciones de bancadas de motor de aeronaves de similar potencia. Se presentan a continuación algunas clasificaciones, con las cuales el lector se familiarizará con las diversas arquitecturas de bancadas motor.

### 4.1. Bancadas para motores aeronáuticos

Existen varios conceptos de bancadas motor. La bancada motor es definida en función del tipo de motor a utilizar y la configuración que el diseñador adopta en cada caso. De manera particular una bancada debe ser diseñada en función de los requerimientos definidos para su uso en cada aeronave. Estos requerimientos estructurales y conceptuales varían según la normativa aplicada. Los requerimientos de una bancada de un motor turbofan, en el cual el motor esta tomado mediante un pilón bajo el ala de una gran aeronave de transporte comercial; son completamente distintos a los requerimientos de una bancada motor de una aeronave con un motor alternativo de 180 HP.

Se puede crear entonces una clasificación general de las bancadas que dependa únicamente del tipo de grupo moto-propulsor que la aeronave posea:

- Bancadas para motores alternativos. Suelen utilizarse los siguientes tipos:
  - Reticulados tubulares.
  - Estructuras semimonocasco independientes o como extensiones del fuselaje.
- Bancadas para motores turbohélice.
- Bancadas para otros tipos de motores; turbofan, turboreactores, etc.

A este punto la definición conceptual global de la bancada queda supeditada a la estructura de la aeronave y a la interacción entre ambos.

### 4.2. Bancadas para motores alternativos

Normalmente en aviación general y deportiva, donde se utilizan motores alternativos de baja performance, se busca obtener seguridad a relativamente bajo costo. Es así que estructuras de tubos reticuladas o soldadas son ampliamente utilizadas. Sin embargo dentro de las estructuras de tubos soldados, podemos encontrar tres tipos conceptualmente diferentes.

### 4.2.1. Configuraciones de bancadas tubulares

La utilización de un tipo de configuración u otro depende exclusivamente de la forma de las tomas que el motor posea. Estos tres tipos de bancadas son bien diferentes conceptualmente.

- Bancada cónica
- Bancada tipo dinafocal
  - Dinafocal tipo 1
  - Dinafocal tipo 2
- Bancada tipo cama

Las tipo cónicas son aquellas donde la directriz de las tomas al motor son paralelas al cigüeñal del motor.

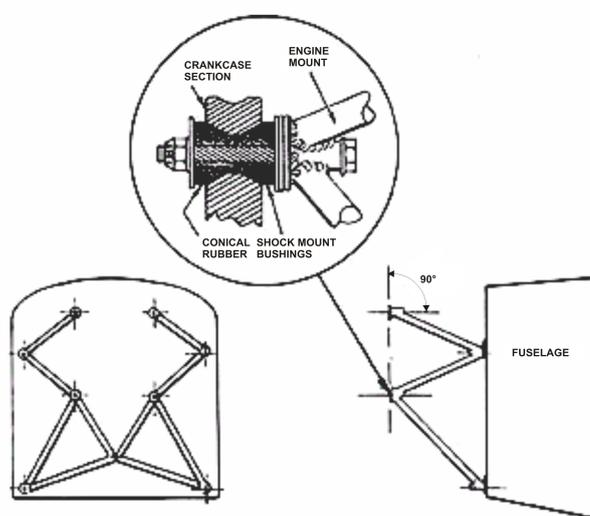


Figura 4.1: Configuración y detalle de la bancada tipo cónica

Un ejemplo de una aeronave categoría normal que utiliza un bancada tipo cónica es el Piper pa-22, también conocido como Tri-Pacer. Este está equipado con el motor Lycoming O-320B de 160HP. Una imagen donde se observa la simplicidad de su bancada motor se presenta en la Figura 4.2.

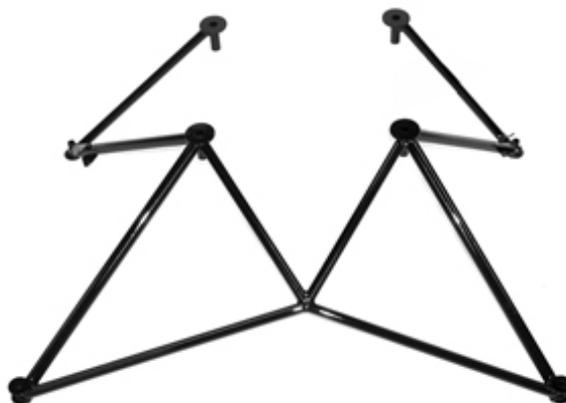


Figura 4.2: Bancada tipo cónica del Piper pa-22

Las bancadas tipo dinafocal a su vez se dividen en las tipo 1 y las tipo 2. Difieren entre sí en el ángulo que forman las directrices de las tomas del motor con el cigüeñal del motor.

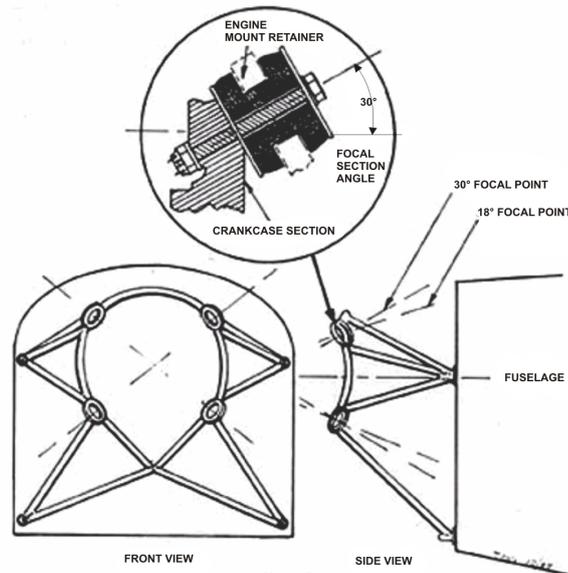


Figura 4.3: Configuración y detalle de la bancada dinafocal

Aunque de uso menos extendido que las cónicas y dinafocales, las bancadas tipo cama se utilizan mayormente en aviación deportiva como ultralivianos y similares.

### 4.3. Grupo moto-propulsor

La planta motriz de la aeronave es el Avco Lycoming O-320A, un motor cuyo desplazamiento o cilindrada ( $320 \text{ in}^3$ ) es de amplia difusión en pequeñas aeronaves.

Sus especificaciones técnicas son:

- Peso = 271- 279 [lbs] = 1205 - 1241 [N]
- Relación de compresión = 7,00 : 1
- Potencia máxima = 150 HP (5 minutos) = 111855 [W] @ 2700 RPM
- Potencia máxima continua = 135 HP = 100669 [W] @ 2350 RPM
- Torque (full throttle) @ 2700 RPM = 3501,45 [in lb] = 395,61 [Nm]
- Alto = 22,99 [in] = 0,5839 [m]
- Ancho = 32,24 [in] = 0,8188 [m]
- Profundidad = 29,05 - 29,81 [in] = 0,7378 - 0,7571 [m]
- Datos remarcables:
  - Montaje tipo cónico
  - Cilindros opuestos

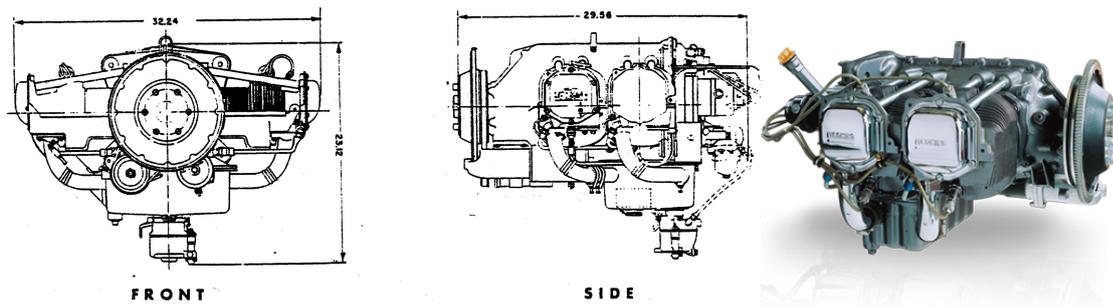


Figura 4.4: Motor Avco Lycoming O-320A

■ Hélice

- Marca = Sensenich Propellers
- Modelo = 74DM6
- Diámetro = 74 [in] = 1.88 [m]
- Peso = 32,4 [lbs] = 144,11 [N]
- Inercia polar = 1,733 [slugft<sup>2</sup>] = 2,35 [Kgm<sup>2</sup>]
- Sentido de giro = Horario



Figura 4.5: Hélice Sensenich 74DM6

#### 4.3.1. Ubicación de los puntos de apoyo del motor

Se presenta a continuación en la Figura 4.6 la ubicación de las tomas del motor Lycoming O-320A.

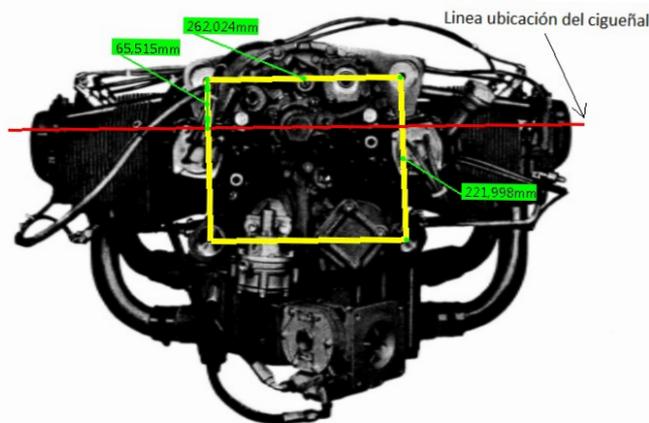


Figura 4.6: Ubicación de las tomas del motor Lycoming O-320A

Un aspecto importante a tener en cuenta en este punto de la etapa del diseño, corresponde a ubicar al motor con respecto a la cuaderna parallamas y con respecto al suelo. Debido a la arquitectura propuesta por el diseñador, la línea del cigüeñal es posicionada 219 [mm] por encima de la línea del CG de la aeronave en sentido vertical, permitiendo una luz entre la hélice y el suelo de 14 [in]. Esta ubicación de la línea del cigüeñal posiciona los puntos de apoyo del motor con respecto al fuselaje de la aeronave.

### 4.3.2. Sujeciones del motor

En instalaciones de motor, aisladores son utilizados para transmitir a la estructura de la aeronave la menor intensidad de vibraciones. En montajes tipo cónicos se utiliza generalmente la configuración de la Figura 4.7 (a). En la Figura 4.7 (b) se detalla el aislador considerado.

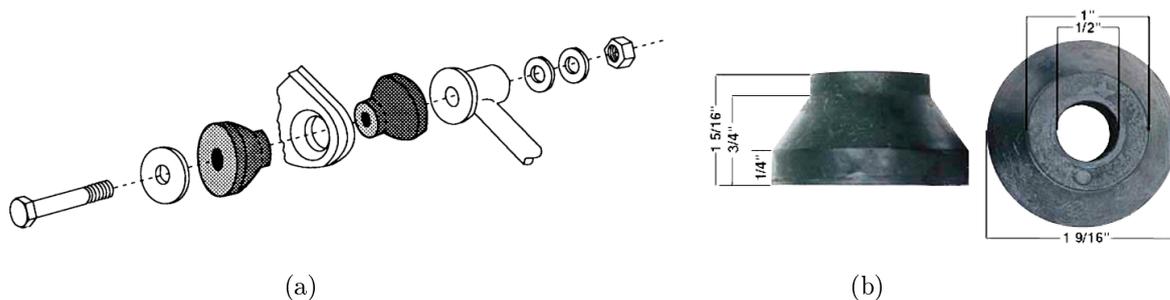


Figura 4.7: Sujeciones y aisladores mecánicos entre el motor y la bancada

## 4.4. Sistemas de ejes de referencia

Para referirnos en adelante respecto a una ubicación en el espacio, debemos definir nuestro sistema de coordenadas. Con este se posiciona la cuaderna parallamas y el conjunto moto-propulsor.

Primeramente se sitúa el sistema de ejes globales de la aeronave. El eje X se alinea con el eje longitudinal de la aeronave con dirección positiva hacia adelante. El eje Y se alinea normal al eje X dentro del plano formado por este y el ala de la aeronave, en sentido positivo hacia la semi ala izquierda de esta. El eje Z queda definido por los dos anteriores, resultando positivo hacia arriba.

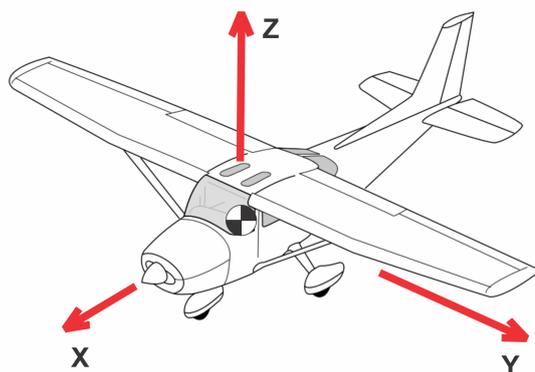


Figura 4.8: Sistema de ejes coordenados en la aeronave

Se ubica al sistema de coordenadas local para la bancada y el motor en el centro de la cuaderna parallamas. Este sistema coordenado es el utilizado durante los análisis estructurales en las secciones venideras.

### 4.5. La cuaderna parallamas

La cuaderna parallamas forma parte de la estructura del fuselaje del avión. Se detalla la ubicación de los cinco puntos donde se toma la bancada motor a la cuaderna parallamas referidos desde el sistema de ejes coordenados local de la bancada.

Toma #	x [m]	y [m]	z [m]	Detalle
1	0	-0,45	0,315	Superior derecha
2	-0,001594	0	0,3867	Superior central
3	0	0,45	0,315	Superior izquierda
4	0,14	-0,45	-0,315	Inferior derecha
5	0,14	0,45	-0,315	Inferior izquierda

Nota: el detalle se referencia desde el punto de vista del piloto

Cuadro 4.1: Nomenclatura adoptada y ubicación de las tomas de la cuaderna parallamas

En la Figura 4.9 se detalla la geometría esquemática de la cuaderna parallamas de la aeronave.

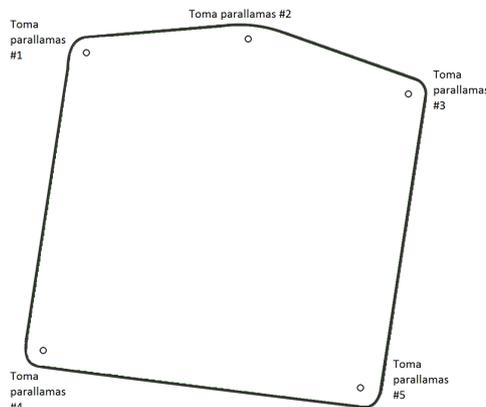


Figura 4.9: Cuaderna parallamas de la aeronave



## 4.6. Materiales y tecnologías constructivas

Los materiales metálicos han tenido un gran desarrollo a partir de la década de 1930. El reemplazo de la madera y la tela por el acero produjo nuevos desarrollos y técnicas de construcción. Posteriormente, el aluminio aleado fue el centro de una nueva revolución, sin embargo nunca pudo reemplazar la utilización del acero en determinadas aeropartes. Por tantísimos años, estos dos materiales fueron la elección estándar indiscutida de los fabricantes de aeronaves, debido a que sus propiedades y comportamientos eran conocidos y ya estaban estudiados.

Es necesario definir el material estructural y la tecnología utilizada para la fabricación de la bancada motor. En este tipo de estructuras, la soldadura es ampliamente utilizada para unir los tubos y debido a esto es necesario evaluar la soldabilidad del material a utilizar.

### 4.6.1. Aluminios aleados

La soldabilidad de las aleaciones de aluminio varía significativamente dependiendo de la composición química de la aleación usada. Las aleaciones de aluminio son susceptibles al agrietamiento caliente; para combatir el problema, los soldadores aumentan la velocidad de la soldadura para reducir el aporte de calor. El precalentamiento reduce el gradiente de temperatura a través de la zona de soldadura y por lo tanto ayuda a reducir el agrietamiento caliente, pero puede reducir las características mecánicas del material base.

### 4.6.2. Aceros

La soldabilidad de los aceros es inversamente proporcional a una propiedad conocida como la templabilidad del acero, que mide la probabilidad de formar la martensita durante el tratamiento de soldadura o calor. La templabilidad del acero depende de su composición química, con mayores cantidades de carbono y de otros elementos de aleación se obtiene una mayor templabilidad y por lo tanto una soldabilidad menor. Para poder juzgar las aleaciones compuestas de muchos materiales distintos, se usa una medida conocida como el contenido equivalente de carbono para comparar las soldabilidades relativas de diferentes aleaciones comparando sus propiedades a un acero al carbono particular. A medida que se eleva el contenido equivalente de carbono, la soldabilidad de la aleación decrece.

#### 4.6.2.1. Aceros de baja aleación

Los aceros de alta resistencia y baja aleación fueron desarrollados especialmente para los usos en la soldadura durante los años 1970. Estos contienen, además de carbono, más de 0,5 % de varios elementos aleantes para incrementar su resistencia, dureza u otras propiedades de interés.

Generalmente los aceros aleados tienen mejor relación resistencia/peso que los aceros al carbono. La mayoría de los aceros de baja aleación se identifican por el sistema AISI de 4 dígitos. Los 2 primeros indican el grupo de aleación a la cual corresponda el acero y, los 2 últimos indican el contenido de carbono aproximado en porcentaje del acero. En general, los elementos aleantes usados son el manganeso, níquel, cromo, molibdeno, vanadio y el boro.

Estos aceros se proveen en varias condiciones finales, desde rolados en frío o caliente, hasta templados y revenidos. Son generalmente tratados antes de uso para lograr las propiedades deseadas.

Diversas consideraciones en lo referido a la manufactura de los aceros de baja aleación se presentan a continuación.

- Forja: Estos aceros de baja aleación son generalmente un poco más difíciles de forjar que los aceros al carbono.
- Conformado: Los aceros aleados usualmente se conforman en condición recocida. Su conformación depende mayormente del contenido porcentual de carbono y, es generalmente menos conformable que los aceros al carbono para un mismo contenido del mismo.
- Mecanizado: Los aceros aleados son en general más duros que los aceros al carbono al mismo contenido del mismo. Como consecuencia, los aceros aleados son más fácilmente mecanizables que sus contrapartes al carbono.



- Soldado: Los aceros de baja aleación son usualmente bien soldados por casi todas las técnicas. El material de aporte aleado es comparable en resistencia que el metal base y, precalentar el material es usualmente necesario. Cuanto mayor sea el nivel de carbono en la aleación, mayor será la temperatura de precalentamiento y, posteriormente, un tratamiento térmico de relajación de tensiones deberá entonces ser utilizado.
- Tratamientos térmicos: Para los aceros de baja aleación, existen actualmente varios procedimientos de tratamientos térmicos que pueden ser aplicables para alcanzar un valor específico en una propiedad mecánica cualquiera, por ejemplo, la resistencia a la tracción.

Se define entonces que el material estructural a ser empleado es el acero de baja aleación AISI/SAE 4130. Este es ampliamente utilizado en diversas partes estructurales primarias de aeronaves con grandes solicitaciones mecánicas. Posee excelente soldabilidad y resistencia específica, que es similar a la de las maderas o las aleaciones de aluminio de uso aeronáutico, aunque su peso específico (7,8) es mas del doble que el del aluminio y de diez a veinte veces mayor que el de la madera. Trenes de aterrizaje, fuselajes tubulares, bancadas de motor y, pernos altamente solicitados son los lugares donde su utilización es mayormente difundida.

## 4.7. La bancada

### 4.7.1. Ubicación de las sujeciones del motor en la aeronave

Se utilizan puntos en el espacio para representar las sujeciones del motor. Debido a que estos puntos son considerados nodos durante las etapas de análisis y verificación, los nombres de los puntos que representan las tomas del motor, tienen enumeración consistente con la de las tomas de la cuaderna parallamas. Un nodo es un espacio en el que confluyen parte o algunas de las conexiones de otros espacios reales o abstractos. En este caso en particular, en análisis estructural, un nodo es un punto abstracto (en esta etapa del diseño) donde se conecta uno o más elementos estructurales que forman el sistema.

Se presenta a continuación en el Cuadro 4.2 la ubicación de las tomas del motor representadas por nodos, en referencia al sistema de ejes coordenados locales de la bancada motor.

Toma #	x [m]	y [m]	z [m]	Detalle
6	0.34	-0.13	0.285	Superior derecha
7	0.34	0.13	0.285	Superior izquierda
8	0.34	-0.13	0.065	Inferior derecha
9	0.34	0.13	0.065	Inferior izquierda

Nota: el detalle está referenciado desde el punto de vista del piloto

Cuadro 4.2: Nomenclatura y ubicación de las tomas del motor

### 4.7.2. Propuesta de diseño

En función de los temas anteriormente tratados; los diversos requerimientos de origen conceptual y geométricos, se propone una configuración de los tubos esquematizados mediante líneas en la Figura 4.10.

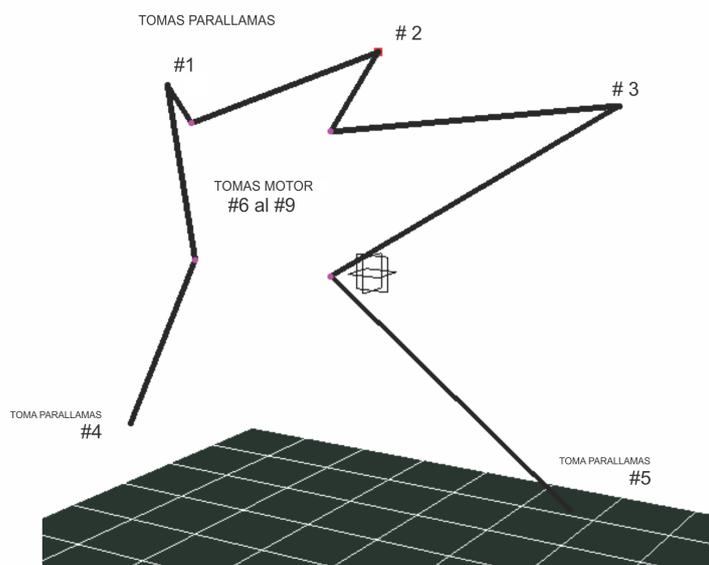


Figura 4.10: Esquema general de la estructura tubular propuesta

### 4.7.3. Propuesta para las uniones

Las uniones entre los tubos y las tomas de la bancada con el motor y la cuaderna parallamas tienen una variedad de configuraciones posibles. El diseño y detalle de estas uniones queda a cargo del diseñador tratando de lograr, a su criterio, la mejor solución.

El detalle de las uniones es importante para realizar la verificación estructural haciendo uso del método de elementos finitos. Se adopta, tanto para el lado parallamas como para el lado motor, un tipo de unión donde a los tubos de la bancada motor se los procesa para luego unirlos a unas piezas mecanizadas particulares a las cuales llamaremos tomas. Estas tomas están constituidas por un tubo de mayor diámetro que los tubos de la estructura de la bancada motor, soldados a una chapa circular cuya función es la de servir de apoyo. Estas bases apoyan contra los tacos de motor, en las tomas bancada-motor; y contra la cuaderna parallamas en las tomas bancada-parallamas.

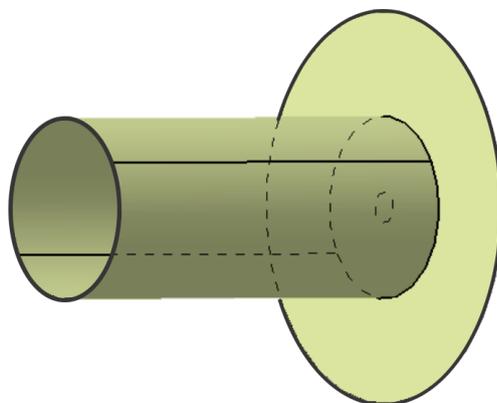


Figura 4.11: Detalle de la toma-sujeción de la bancada con el motor propuesta

En algunos casos, más de un corte debe realizarse al tubo de la bancada motor para ser ubicado y unido a la toma. En este caso particular, en ciertas tomas, el tubo es unido además con otro tubo.

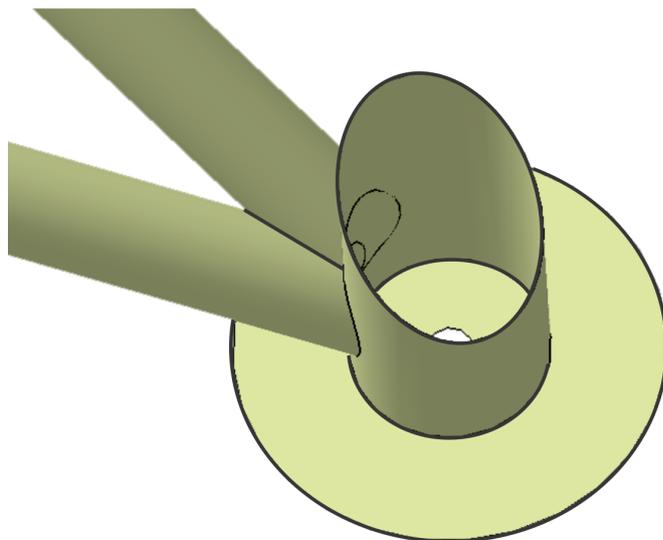


Figura 4.12: Detalle de toma de unión entre la bancada y el parallamas propuesta

Finalmente se presenta el CAD de superficies de la bancada motor propuesta, con las tomas e interactuando con la cuaderna parallamas.

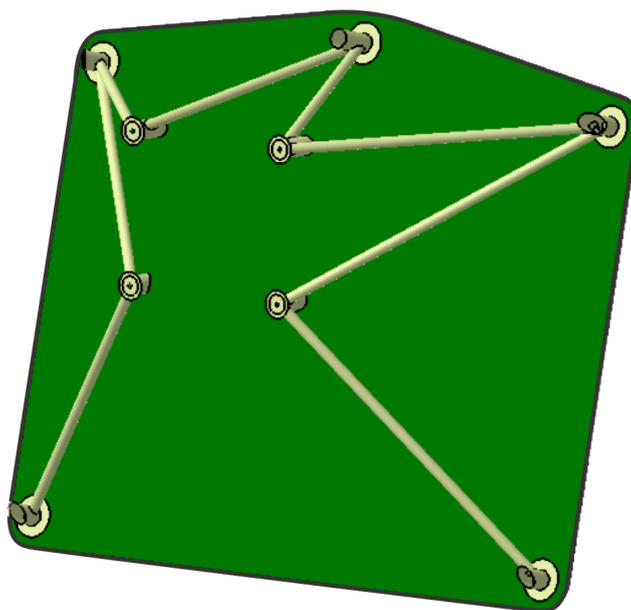


Figura 4.13: Bancada motor interactuando con la cuaderna parallamas

# Capítulo 5

## Cálculo de las hipótesis de cargas

### 5.1. Casos de carga normados

Según la *FAR Part 23 Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic and Commuter Category Airplanes, Amendment 55* (Ref 2), se extraen las siguientes secciones de interés.

#### 5.1.1. FAR 23 - Subpart C - Structure

##### **Sec. 23.301 - Loads.**

(a) *Strength requirements are specified in terms of limit loads (the maximum loads to be expected in service) and ultimate loads (limit loads multiplied by prescribed factors of safety). Unless otherwise provided, prescribed loads are limit loads.*

(b) *Unless otherwise provided, the air, ground, and water loads must be placed in equilibrium with inertia forces, considering each item of mass in the airplane. These loads must be distributed to conservatively approximate or closely represent actual conditions. Methods used to determine load intensities and distribution on canard and tandem wing configurations must be validated by flight test measurement unless the methods used for determining those loading conditions are shown to be reliable or conservative on the configuration under consideration.*

(c) *If deflections under load would significantly change the distribution of external or internal loads, this redistribution must be taken into account.*

(d) *[Simplified structural design criteria may be used if they result in design loads not less than those prescribed in Secs. 23.331 through 23.521. For airplane configurations described in appendix A, Sec. 23.1, the design criteria of appendix A of this part are an approved equivalent of Secs. 23.321 through 23.459. If appendix A of this part is used, the entire appendix must be substituted for the corresponding sections of this part.]*

##### **Sec. 23.305 - Strength and deformation.**

(a) *The structure must be able to support limit loads without detrimental, permanent deformation. At any load up to limit loads, the deformation may not interfere with safe operation.*

(b) *[The structure must be able to support ultimate loads without failure for at least three seconds, except local failures or structural instabilities between limit and ultimate load are acceptable only if the structure can sustain the required ultimate load for at least three seconds. However, when proof of strength is shown by dynamic tests simulating actual load conditions, the three second limit does not apply.]*

##### **Section 23.303 - Factor of safety.**

*Unless otherwise provided, a factor of safety of 1.5 must be used.*

##### **Section 23.333 - Flight envelope.**

(a) *General. Compliance with the strength requirements of this subpart must be shown at any combination of airspeed and load factor on and within the boundaries of a flight envelope (similar to*



the one in paragraph (d) of this section) that represents the envelope of the flight loading conditions specified by the maneuvering and gust criteria of paragraphs (b) and (c) of this section respectively.

(b) *Maneuvering envelope.* Except where limited by maximum (static) lift coefficients, the airplane is assumed to be subjected to symmetrical maneuvers resulting in the following limit load factors:

1. The positive maneuvering load factor specified in §23.337 at speeds up to  $V_D$  ;
2. The negative maneuvering load factor specified in §23.337 at  $V_C$  ; and
3. Factors varying linearly with speed from the specified value at  $V_C$  to 0.0 at  $V_D$  for the normal and commuter category, and 1.0 at  $V_D$  for the acrobatic and utility categories.

(c) *Gust envelope.*

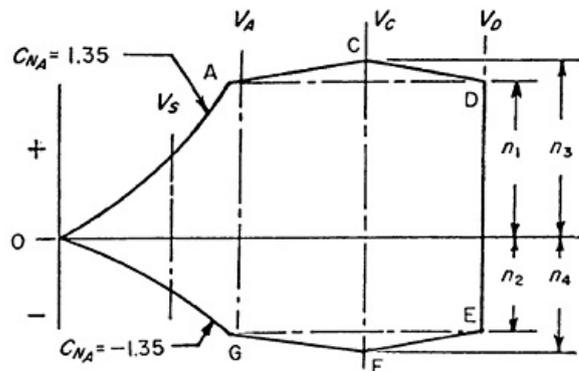
1. The airplane is assumed to be subjected to symmetrical vertical gusts in level flight. The resulting limit load factors must correspond to the conditions determined as follows:
  - a) Positive (up) and negative (down) gusts of 50 f.p.s. at  $V_C$  must be considered at altitudes between sea level and 20,000 feet. The gust velocity may be reduced linearly from 50 f.p.s. at 20,000 feet to 25 f.p.s. at 50,000 feet.
  - b) Positive and negative gusts of 25 f.p.s. at  $V_D$  must be considered at altitudes between sea level and 20,000 feet. The gust velocity may be reduced linearly from 25 f.p.s. at 20,000 feet to 12.5 f.p.s. at 50,000 feet.
  - c) [In addition, for commuter category airplanes, positive (up) and negative (down) rough air gusts of 66 f.p.s. at  $V_B$  must be considered at altitudes between sea level and 20,000 feet. The gust velocity may be reduced linearly from 66 f.p.s. at 20,000 feet to 38 f.p.s. at 50,000 feet.]
2. The following assumptions must be made:
  - a) The shape of the gust is

$$U = \frac{U_{de}}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi s}{25\bar{C}} \right) \right)$$

where,  $s$  = Distance penetrated into gust (ft.);  $\bar{C}$  = Mean geometric chord of wing (ft.); and  $U_{de}$  = Derived gust velocity referred to in subparagraph (1) of this section.

- b) Gust load factors vary linearly with speed between  $V_C$  and  $V_D$ .

(d) *Flight envelope.*



1. Conditions "C" or "F" need only be investigated when  $n_3 \frac{W}{S}$  or  $n_4 \frac{W}{S}$  is greater than  $n_1 \frac{W}{S}$  or  $n_2 \frac{W}{S}$ , respectively.
2. Condition "G" need not be investigated when the supplementary condition specified in § 23.869 is investigated.

(según Ref 2)

Figura 5.1: Flight envelope Sec. 23.333

**Section 23.337 - Limit maneuvering load factors.**

(a) The positive limit maneuvering load factor  $n$  may not be less than

1.  $2, 1 + \frac{24000}{W+10000}$  for normal and commuter category airplanes, where  $W$  = design maximum takeoff weight, except that  $n$  need not be more than 3,8;
2. 4,4 for utility category airplanes; or
3. 6,0 for acrobatic category airplanes.

(b) The negative limit maneuvering load factor may not be less than

1. 0,4 times the positive load factor for the normal, utility, and commuter categories; or
2. 0.5 times the positive load factor for the acrobatic category.

(c) Maneuvering load factors lower than those specified in this section may be used if the airplane has design features that make it impossible to exceed these values in flight.

**Section 23.341 - Gust load factors.**

(a) Each airplane must be designed to withstand loads on each lifting surface resulting from gusts specified in Sec. 23.333(c).

(b) The gust load for a canard or tandem wing configuration must be computed using a rational analysis, or may be computed in accordance with paragraph (c) of this section, provided that the resulting net loads are shown to be conservative with respect to the gust criteria of Sec. 23.333(c).

(c) In the absence of a more rational analysis, the gust load factors must be computed as follows

$$n = 1 + \frac{K_g U_{de} V a}{498 \left(\frac{W}{S}\right)}$$

where,

$K_g = \frac{0.88\mu_g}{5.3+\mu_g}$  = gust alleviation factor;

$\mu_g = \frac{2(W/S)}{\rho C a g}$  = airplane mass ratio;

$U_{de}$  = Derived gust velocities referred to in Sec. 23.333(c) (f.p.s.);

$\rho$  = Density of air (slugs/cu. ft.);

$[W/S$  = wing loading (p.s.f.) due to the applicable weight of the airplane in the particular load case.]

$C$  = Mean geometric chord (ft.);

$g$  = Acceleration due to gravity (ft./sec.<sup>2</sup>);

$V$  = airplane equivalent speed (knots); and

$a$  = Slope of the airplane normal force coefficient curve  $C_{NA}$  per radian if the gust loads are applied to the wings and horizontal tail surfaces simultaneously by a rational method. The wing lift curve slope  $CL$  per radian may be used when the gust load is applied to the wings only and the horizontal tail gust loads are treated as a separate condition.

**Section 23.361 - Engine torque.**

(a) Each engine mount and its supporting structure must be designed for the effects of

1. A limit engine torque corresponding to takeoff power and propeller speed acting simultaneously with 75 percent of the limit loads from flight condition A of Sec. 23.333(d);
2. [A limit engine torque corresponding to maximum continuous power and propeller speed acting simultaneously with the limit loads from flight condition A of Sec. 23.333(d); and]
3. For turbo-propeller installations, in addition to the conditions specified in paragraphs (a)(1) and (a)(2) of this section, a limit engine torque corresponding to takeoff power and propeller speed, multiplied by a factor accounting for propeller control system malfunction, including quick feathering, acting simultaneously with 1g level flight loads. In the absence of a rational analysis, a factor of 1.6 must be used.



(b) For turbine engine installations, the engine mounts and supporting structure must be designed to withstand each of the following:

1. A limit engine torque load imposed by sudden engine stoppage due to malfunction or structural failure (such as compressor jamming).
2. A limit engine torque load imposed by the maximum acceleration of the engine.

(c) [The limit engine torque to be considered under paragraph (a) of this section must be obtained by multiplying the mean torque by a factor of]

1. 1.25 for turbo-propeller installations;
2. 1.33 for engines with five or more cylinders; and
3. Two, three, or four, for engines with four, three, or two cylinders, respectively.

**Section 23.363 - Side load on engine mount.**

(a) Each engine mount and its supporting structure must be designed for a limit load factor in a lateral direction, for the side load on the engine mount, of not less than

1. 1,33, or
2. One-third of the limit load factor for flight condition A.

(b) The side load prescribed in paragraph (a) of this section may be assumed to be independent of other flight conditions.

**Section 23.371 - Gyroscopic and aerodynamic loads.**

(a) Each engine mount and its supporting structure must be designed for the gyroscopic, inertial, and aerodynamic loads that result, with the engine(s) and propeller(s), if applicable, at maximum continuous r.p.m., under either:

1. The conditions prescribed in Sec. 23.351 and Sec. 23.423; or
2. All possible combinations of the following
  - a) A yaw velocity of 2.5 radians per second;
  - b) A pitch velocity of 1.0 radian per second;
  - c) A normal load factor of 2.5; and
  - d) Maximum continuous thrust.

(b) For airplanes approved for aerobatic maneuvers, each engine mount and its supporting structure must meet the requirements of paragraph (a) of this section and be designed to withstand the load factors expected during combined maximum yaw and pitch velocities.

(c) For airplanes certificated in the commuter category, each engine mount and its supporting structure must meet the requirements of paragraph (a) of this section and the gust conditions specified in Sec. 23.341 of this part.

**5.1.2. FAR 23 - Subpart D - Design and construction**

**Sec. 23.601 - General.**

The suitability of each questionable design detail and part having an important bearing on safety in operations, must be established by tests.



**Sec. 23.609 - Protection of structure.**

*Each part of the structure must*

1. *Be suitably protected against deterioration or loss of strength in service due to any cause, including*
  - a) *Weathering;*
  - b) *Corrosion; and*
  - c) *Abrasion; and*
  - d) *Have adequate provisions for ventilation and drainage.*

**Sec. 23.611 - Accessibility.**

*For each part that requires maintenance, inspection, or other servicing, appropriate means must be incorporated into the aircraft design to allow such servicing to be accomplished.*

**Section 23.619 - Special factors.**

*[The factor of safety prescribed in Sec. 23.303 must be multiplied by the highest pertinent special factors of safety prescribed in Secs. 23.621 through 23.625 for each part of the structure whose strength is*

1. *Uncertain;*
2. *Likely to deteriorate in service before normal replacement; or*
3. *Subject to appreciable variability because of uncertainties in manufacturing processes or inspection methods.]*

**Section 23.625 - Fitting factors.**

*For each fitting (a part or terminal used to join one structural member to another), the following apply:*

*(a) For each fitting whose strength is not proven by limit and ultimate load tests in which actual stress conditions are simulated in the fitting and surrounding structures, a fitting factor of at least 1.15 must be applied to each part of*

1. *The fitting;*
2. *The means of attachment; and*
3. *The bearing on the joined members.*

*(b) No fitting factor need be used for joint designs based on comprehensive test data (such as continuous joints in metal plating, welded joints, and scarf joints in wood).*

*(c) For each integral fitting, the part must be treated as a fitting up to the point at which the section properties become typical of the member.*

*(d) [For each seat, berth, safety belt, and harness, its attachment to the structure must be shown, by analysis, tests, or both, to be able to withstand the inertia forces prescribed in Sec. 23.561 multiplied by a fitting factor of 1.33.]*

## 5.2. Interpretación y evaluación de la normativa

### 5.2.1. Casos de carga totales listados

1. Cargas límites de la envolvente de vuelo.
  - a) Factor de carga límite de maniobra positivo no debe ser menos que  $n_{z+} = 2, 1 + \frac{24000}{W+10000}$  para las categorías normal y commuter; excepto que  $n_{z+}$  no debe exceder 3,8.
  - b) Factor de carga límite de maniobra negativo no debe ser menos  $n_{z-} = 0, 4n_{z+}$  para las categorías normal, utilitario y commuter.



- c) Factor de carga límite de maniobra por ráfaga positivo en  $V_C$ ; en donde  $n_{z+} = 1 + \frac{K_g U_{de} V_C a}{498 \left(\frac{W}{S}\right)}$ , con  $U_{de} = 50$  [f.ps.]
- d) Factor de carga límite de maniobra por ráfaga negativo en  $V_C$ ; en donde  $n_{z-} = 1 - \frac{K_g U_{de} V_C a}{498 \left(\frac{W}{S}\right)}$ , con  $U_{de} = 50$  [f.ps.]
- e) Factor de carga límite de maniobra por ráfaga positivo en  $V_D$ ; en donde  $n_{z+} = 1 + \frac{K_g U_{de} V_D a}{498 \left(\frac{W}{S}\right)}$ , con  $U_{de} = 25$  [f.ps.]
- f) Factor de carga límite de maniobra por ráfaga negativo en  $V_D$ ; en donde  $n_{z-} = 1 - \frac{K_g U_{de} V_D a}{498 \left(\frac{W}{S}\right)}$ , con  $U_{de} = 25$  [f.ps.]
2. Cargas límites debidas al torque motor.
- a) El torque límite motor correspondiente a la potencia máxima de despegue, actuando simultáneamente con el 75 % de las cargas límites de la condición de vuelo A de la sección 23.333(d).
- b) El torque límite motor correspondiente a la potencia máxima continua, actuando simultáneamente con las cargas límites de la condición de vuelo A de la sección 23.333(d).
3. Cargas laterales en la bancada motor.
- a) Cada bancada motor y su estructura de soporte será diseñada para un factor de carga límite lateral no menor que;
- 1) 1,33, ó
  - 2) Un tercio del factor de carga límite para la condición de vuelo A de la sección 23.333(d)
- b) Esta carga lateral, descrita en el parrafo (a) de esta sección, se asume que actúa de manera independiente de otras condiciones de vuelo.
4. Cargas giroscópicas y aerodinámicas.
- a) Cada bancada motor y su estructura de soporte será diseñada para las cargas que resulten de los fenómenos giroscópicos, inerciales y aerodinámicos actuantes; debidos a el, o los motores y a la, o las hélices trabajando en la condición de RPM máxima continua; basándose en las siguientes:
- 1) Las condiciones prescritas en la sección 23.351 y sección 23.423; ó
  - 2) Todas las posibles combinaciones de las siguientes:
    - a' Velocidad de guiñada de 2,5 radianes por segundo;
    - b' Velocidad de cabeceo de 1 radian por segundo;
    - c' Un factor de carga normal de 2,5; y
    - d' El empuje máximo continuo.

## 5.2.2. Evaluación de las hipótesis de cargas

### 5.2.2.1. Cargas debidas a la envolvente de vuelo y a la envolvente de ráfaga

La primer serie particular de casos de carga a evaluar son las presentadas en la envolvente de vuelo. La envolvente de vuelo se construye con diversos datos de la aeronave, como ser el peso máximo de despegue, la superficie alar, la pendiente de sustentación de la aeronave, etc.

Se presentan a continuación datos generales de la aeronave

- Peso máximo de despegue ( $MTOW$ ) = 2100 [lbs]
- Superficie alar = 12.5 [ $m^2$ ] = 134.54 [ft]
- Perfil alar = NACA 63<sub>2</sub> - 415
- Cuerda media geométrica ( $C$ ) = 1.25 [m] = 4.101 [ft]
- Pendiente de la curva del coeficiente de fuerza normal del avión ( $a$ ) = 4.6984 [ $\frac{1}{rad}$ ]



- Velocidad de pérdida ( $V_S$ ) = 53 [KEAS] @  $n_z = 1$
- Velocidad crucero de diseño ( $V_C$ ) = 130 [KEAS]
- Velocidad de picada de diseño ( $V_D$ ) = 182 [KEAS]

Con los datos presentados anteriormente y los métodos prescritos en la norma, se obtiene la siguiente envolvente de vuelo

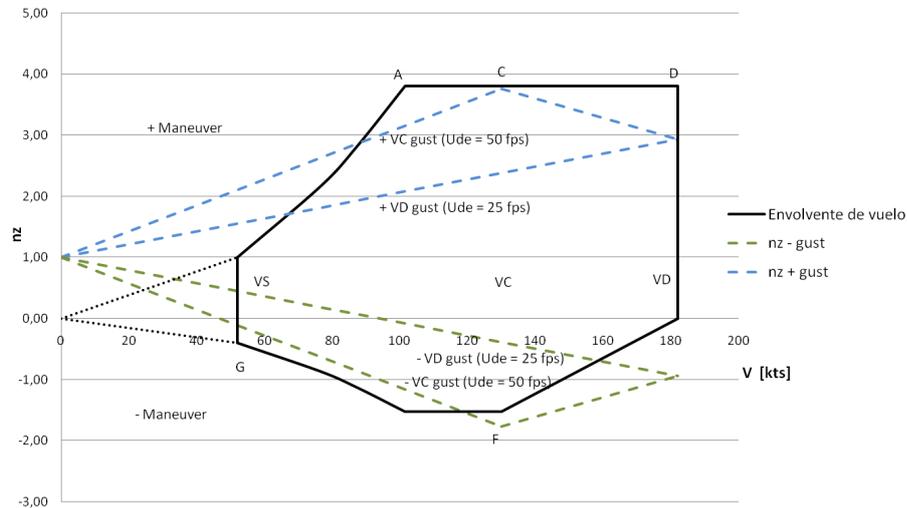


Figura 5.2: Diagrama V-n obtenido de la aeronave

Detalle	Variable	Fz [lbs]
Factor de carga positivo	$n_{z+}$	-207,91
Factor de carga negativo	$n_{z-}$	83,17
Factor de carga + por ráfaga en $V_C$	$n_{z+gust}^{V_C}$	-206,05
Factor de carga - por ráfaga en $V_C$	$n_{z-gust}^{V_C}$	96,62
Factor de carga + por ráfaga en $V_D$	$n_{z+gust}^{V_D}$	-160,65
Factor de carga - por ráfaga en $V_D$	$n_{z-gust}^{V_D}$	51,22

Nota: los valores presentados corresponden a carga última ( $J = 1,725$ )

Cuadro 5.1: Casos de carga obtenidos del diagrama V-n de la aeronave

### 5.2.2.2. Cargas debidas al torque motor

- Torque (full throttle) @ 2700 RPM = 395,61 [Nm]
- Torque (maximum continuous RPM) @ 2240 RPM = 409,07 [Nm]

Detalle	Fz [lbs]	Mx [inlbs]
Torque motor (full throttle) + 0.75*Fz (condición A)	-155,94	-12061,36
Torque motor (máx RPM continuas) + Fz (condición A)	-207,91	-10855,22

Nota: los valores presentados corresponden a carga última ( $J = 1,725$ )

Cuadro 5.2: Cargas debidas al torque motor



5.2.2.3. Carga lateral en la bancada motor

La carga lateral a ser evaluada es producto de la masa del conjunto motor-hélice sujeta a una aceleración en sentido lateral.

Detalle	Variable	Fy [lbs]
Factor de carga lateral	$n_y$	72,77

Nota: los valores presentados corresponden a carga última (J = 1,725)

Cuadro 5.3: Caso de carga debido a factor de carga lateral

5.2.2.4. Cargas giroscópicas y aerodinámicas

- Empuje máximo continuo (T)

- $T = 4100,1 [N]$

- Velocidad angular de guiñada (r)

- $r = 2,5 \left[ \frac{rad}{seg} \right]$

- Velocidad angular de cabeceo (q)

- $q = 1 \left[ \frac{rad}{seg} \right]$

- Factor de carga normal ( $n_z$ )

- $n_z = 2,5 [-]$

De las combinaciones totales posibles de las variables presentadas se obtiene el listado de casos de carga detallado en el Cuadro 5.4.

Detalle	Fx [lbs]	Fz [lbs]	My [inlbs]	Mz [inlbs]
r	586,29		22073,49	
q	93,81			8829,40
T	1590			
r + q	680,09		22073,49	8829,40
r + $n_z^{(2,5)}$	586,29	-139,79	22073,49	
r + T	2176,29		22073,49	
q + $n_z^{(2,5)}$	93,81	-136,79		8829,40
q + T	1683,81			8829,40
$n_z^{(2,5)}$ + T	1590	-136,79		
r + q + $n_z^{(2,5)}$	680,09	-136,79	22073,49	8829,40
r + q + T	2270,09		22073,49	8829,40
r + q + $n_z^{(2,5)}$ + T	2270,09	-136,79	22073,49	8829,40

Nota: los valores presentados corresponden a carga última (J = 1,725)

Cuadro 5.4: Casos de carga giroscópicos y aerodinámicos



### 5.3. Resumen de cargas a evaluar

A modo de reducir el volumen de cálculo se evalúa en la etapa de dimensionamiento únicamente 17 de los 21 casos de carga estáticos totales listados por la normativa.

Se presenta en el Cuadro 5.5 los casos de carga finales a evaluar con su correspondiente signo.

CC #	Detalle - Sección	Fx	Fy	Fz	Mx	My	Mz
1	Flight envelope			-207,9			
2	Gust load factor			96,6			
3	Engine torque			-155,9	-12061,3		
4	Engine torque			-207,9	-10855,2		
5	Side load on engine mount		72,7				
6	Gyroscopic and aerodynamic loads	586,2				22073,5	
7	Gyroscopic and aerodynamic loads	93,8					8829,4
8	Gyroscopic and aerodynamic loads	1590,0					
9	Gyroscopic and aerodynamic loads	680,1				22073,5	8829,4
10	Gyroscopic and aerodynamic loads	586,3		-139,8		22073,5	
11	Gyroscopic and aerodynamic loads	2176,3				22073,5	
12	Gyroscopic and aerodynamic loads	93,8		-136,8			8829,4
13	Gyroscopic and aerodynamic loads	1683,8					8829,4
14	Gyroscopic and aerodynamic loads	1590,0		-136,8			
15	Gyroscopic and aerodynamic loads	680,1		-136,8		22073,5	8829,4
16	Gyroscopic and aerodynamic loads	2270,1				22073,5	8829,4
17	Gyroscopic and aerodynamic loads	2270,1		-136,8		22073,5	8829,4

Nota: las fuerzas están expresadas en lbs

Nota: los momentos o pares están expresados en in\*lbs

Nota: los valores presentados corresponden a carga última ( $J = 1,725$ )

Cuadro 5.5: Casos de carga finales considerados



## Capítulo 6

# Dimensionamiento

Una vez propuesta la geometría y la configuración de la bancada motor se dimensionan los elementos estructurales. Al utilizarse tubos circulares los principales parámetros a dimensionar son el diámetro externo del tubo y el espesor de pared para cada elemento.

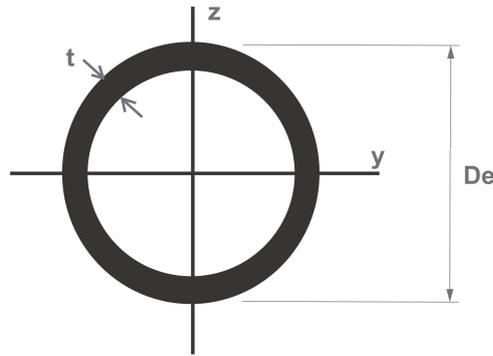


Figura 6.1: Parámetros a dimensionar en una sección tubular

donde,

$De$  = diámetro externo del tubo; y

$t$  = espesor de pared del tubo.

Para realizar el dimensionamiento, se debe utilizar algún método de análisis estructural. Previo a introducirse en el análisis, se presenta a continuación conceptos generales de la disciplina resistencia de materiales.

### 6.1. Principios básicos de resistencia de materiales

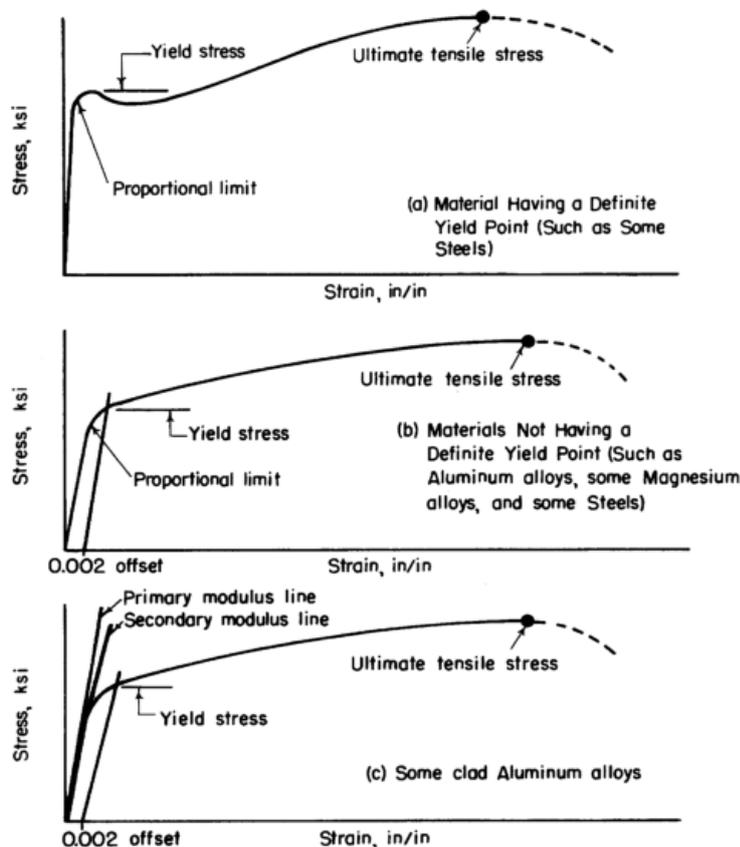
#### Tensión ( $\sigma$ )

El término tensión implica fuerza por unidad de área y, es una medida de la intensidad de la fuerza actuando en un plano definido pasando por un punto dado. La distribución de tensión puede o no, ser uniforme, esto depende de la naturaleza de la carga aplicada.

#### Deformación ( $\varepsilon$ )

Es el cambio por unidad de longitud en un elemento o en una porción de un elemento. Como el caso de la tensión, este puede o no ser uniforme en un elemento estructural complejo. Generalmente se presentan en la dirección de la carga aplicada.

## Propiedades a tracción



(Según Ref 3)

Figura 6.2: Curvas típicas de tensión-deformación

### Módulo de elasticidad ( $E$ )

Se observa en la Figura 6.2 que la parte inicial de la curva tensión-deformación son líneas rectas. Esto indica una relación constante entre ambas. Los valores numéricos de estas relaciones se definen como el módulo de elasticidad. Este valor se aplica hasta la tensión límite proporcional, momento en el que la pendiente inicial empieza a disminuir. Otros módulos de diseño de importancia son el módulo tangente ( $E_t$ ) y el módulo secante ( $E_s$ ). El módulo tangente es la pendiente instantánea de la curva tensión-deformación en cualquier valor seleccionado de tensión. El módulo secante se define como la relación entre la tensión total y la deformación total en cualquier valor de deformación seleccionado.

### Tensión de fluencia ( $\sigma_{ty}$ )

En este esfuerzo crítico, el material alarga considerablemente sin ningún cambio aparente en la tensión. El esfuerzo al que esto se produce se conoce como el punto de fluencia. La deformación permanente puede ser perjudicial y la industria ha adoptado un valor arbitrario de deformación plástica que se considera aceptable. Este valor de deformación plástica es de  $0,002 \left[ \frac{in}{in} \right]$ , y la tensión correspondiente se define como el límite elástico. A efectos prácticos, la tensión de fluencia se puede determinar a partir de un diagrama de tensión-deformación extendiendo una línea paralela a la línea del módulo elástico desde una valor inicial de deformación de  $0,002 \left[ \frac{in}{in} \right]$ . La tensión de fluencia se determina al intersectar esta línea desplazada y la curva tensión-deformación.

### Tensión última ( $\sigma_{tu}$ )

Es simplemente el esfuerzo máximo alcanzado y se determina a partir de una diagrama tensión-deformación. Cabe señalar que todos los esfuerzos se basan en las dimensiones de la sección transversal



original de una probeta de ensayo, sin tener en cuenta la contracción lateral debido a los efectos de la relación de Poisson. La carga última se utiliza comúnmente como un criterio de la resistencia del material para diseño estructural, pero se debe reconocer que otras propiedades de resistencia suelen ser a menudo más importantes.

### Propiedades a compresión

Los resultados a compresión se representan como curvas tensión-deformación similares a los de los ensayos de tracción. Se aplican las observaciones relativas a las propiedades de tracción de los materiales, a excepción de la tensión última y la elongación.

Los módulos son ligeramente mayores en la compresión para la mayoría de las aleaciones metálicas estructurales usadas comúnmente.

#### Tensión última a compresión ( $\sigma_{cu}$ )

La máxima tensión de compresión está limitada a la  $\sigma_{tu}$ . Debido a que el criterio de falla para la mayor tensión de tracción o de compresión es el de corte.

#### Tensión de fluencia a compresión ( $\sigma_{cy}$ )

Se mide la tensión de fluencia en compresión de una manera idéntica a la realizada para la resistencia a la tracción. Se define este como el esfuerzo correspondiente a una deformación plástica de  $0,002 \left[ \frac{in}{in} \right]$ .

### Propiedades a corte

Los resultados de tubos sólidos de sección circular sometidos a torsión son representados en diagramas tensión de corte-deformación. El módulo de rigidez a corte es considerado una propiedad básica. Otras propiedades como la tensión de corte última y la tensión límite proporcional a corte; no pueden ser tratados como propiedades básicas debido a los efectos causados por los factores de forma.

#### Tensión última ( $\tau_{su}$ ) y de fluencia ( $\tau_{sy}$ ) a corte

Estas propiedades, se obtienen generalmente a partir de procedimientos y ensayos ASTM, debido a que no son propiedades básicas y que dependen de la forma de la probeta.

### Efectos de la temperatura

- Baja temperatura: valores por debajo de la temperatura ambiente generalmente causan un incremento en las propiedades de resistencia de los metales aleados. Ductilidad, elongación y resistencia a fractura usualmente decrecen.
- Alta temperatura: valores por arriba de la temperatura ambiente generalmente causan un decremento en las propiedades de resistencia de los metales aleados. Este decremento depende de varios factores, como el valor de la temperatura y el tiempo de aplicación, el cual degradará la condición del tratamiento térmico o, causará cambios en la metalurgia. Los efectos de la temperatura en las propiedades mecánicas estáticas son mostradas en una serie de gráficos de propiedades versus temperaturas.

### Propiedades de la fatiga

El ciclaje de la estructura es una consideración importante para los diseñadores de aeronaves tanto civiles como militares. Cargas estáticas seguidas por cargas cíclicas actúan en detrimento de las propiedades mecánicas ( $\sigma_{tu}$ ,  $\sigma_{ty}$ , etc). Estas reducciones son función del material y de las características de la carga cíclica aplicada.



### Datos de fatiga gráficos:

Los resultados de fatiga axial para elevadas cantidades de ciclo son presentados en curvas  $S - N$ . La información presentada en estas familias de curvas, puede no aplicarse directamente al diseño de estructuras por varias razones. Primero, la información de las curvas, puede no tener en cuenta puntos de concentración de tensiones específicos de algún diseño en particular como ser juntas, agujeros, cambios de sección, esquinas, superficies ásperas y otros. Además, tensiones altas localizadas introducidas durante la fabricación de ciertas partes, pueden llegar a tener mayor influencia en las propiedades a fatiga que en las propiedades estáticas.

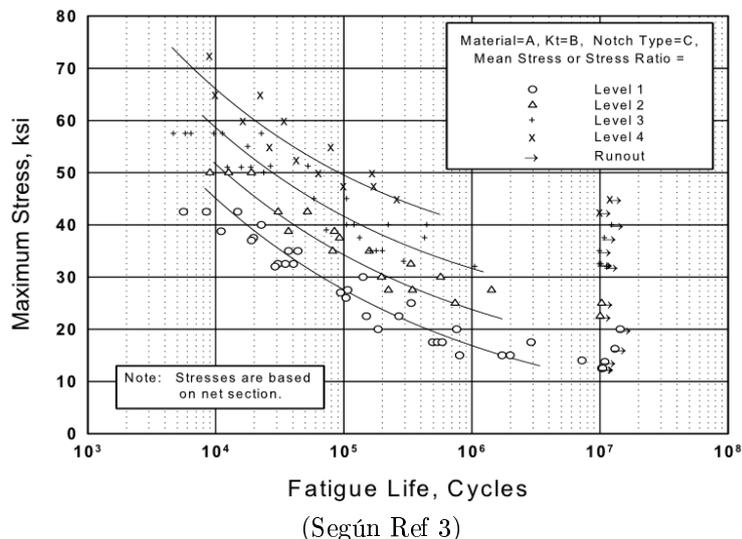


Figura 6.3: Curva S-N típica

## Inestabilidades metalúrgicas

Además de sostener la resistencia y la ductilidad, un material estructural también debe conservar el estado de su superficie y la estabilidad interna a lo largo del tiempo. La estabilidad superficial se refiere a la resistencia del material a ambientes oxidantes o corrosivos. La falta de estabilidad interna generalmente se manifiesta (en algunos ferrosos y varias otras aleaciones) por precipitación de carburo, esferoidización, fragilización y la transformación interna, dependiendo específicamente de las condiciones de exposición. Las condiciones ambientales, que influyen en la estabilidad metalúrgica incluyen el calor, el nivel de tensión, medios oxidantes o corrosivos y la radiación nuclear. El efecto del ambiente sobre el material se traduce en una mejora o un deterioro de las propiedades, dependiendo de las condiciones específicas impuestas; es por esto que la metalurgia de cada aleación se debe considerar en la selección del material.

## 6.2. Tipos de falla a considerar

### 6.2.1. Fallas del material

La falla puede ocurrir de manera dúctil o frágil en el mismo material dependiendo de su estado de carga, la velocidad de aplicación de la carga y de rasgos medio ambientales. La ductilidad de un material puede tener un efecto significativo en la capacidad de un material para soportar la carga y retrasar la fractura.

#### Tracción o compresión directa

Este tipo de falla se asocia al esfuerzo de fluencia o último de tracción o compresión del material. Para la compresión solo se aplicará a los miembros que tengan un relación de esbeltez relativamente baja con respecto a su su longitud mayor.



### Corte

Fallas debido a corte puro se obtienen por lo general cuando se transmite la carga de corte en una longitud muy corta de un elemento. Esta condición se analiza en caso de remaches y tornillos. En caso específicos en que la tensión de corte última sea relativamente baja, puede llegar a darse también una falla debida a corte puro.

### Falla debida a esfuerzos combinados

En condiciones de esfuerzos combinados es necesario hacer referencia a una teoría de falla. La teoría del corte máximo y la del criterio de Von Mises son ampliamente aceptadas como base para el trabajo en materiales dúctiles isotrópicos.

### 6.2.2. Fallas por inestabilidad

Prácticamente todos los elementos estructurales, como vigas y columnas, especialmente las hechas de espesores delgados, están sujetas a fallas debido a inestabilidad. En general, las inestabilidades se puede considerar como primarias o locales. Por ejemplo, la falla de un tubo cargado a compresión puede ocurrir ya sea a través de la desviación lateral del tubo (inestabilidad primaria) o por el colapso de las paredes del tubo a tensiones mas bajas que las requeridas para producir la falla de la columna en general.

Es necesario tener en cuenta todos los tipos de fallas potenciales a menos que sea evidente que un tipo de falla sea la situación dominante.

Fallas por inestabilidad pueden ocurrir tanto en la región elástica por debajo del límite proporcional, o en la región inelástica. Se distinguen por referirse a ellos como “inestabilidad elástica” o “inestabilidad plástica”.

Ningún tipo de falla por inestabilidad se asocia con la resistencia a la rotura de un material, en gran medida depende de la geometría.

### Falla por inestabilidad debida a compresión (columnas)

Varios métodos teóricos para tratar columnas pueden ser encontrados en textos estándar de resistencia de materiales.

- Falla por inestabilidad primaria: una columna puede fallar flexionando lateralmente (secciones estables).
  - Secciones estables: Euler propone un método para tratar las columnas que fallan por flexión lateral. Los tipos de empotramientos finales tienden a modificar la longitud efectiva.
- Falla por inestabilidad local: Las columnas están sujetas a la falla por el colapso local de las paredes a tensiones por debajo de la resistencia a rotura de la misma. El análisis de pandeo de una columna sujeta a inestabilidad local requiere la consideración de la forma de la sección transversal y, puede ser bastante complejo. El pandeo local, que puede combinarse con el pandeo primario, conduce a un fallo por inestabilidad comúnmente llamado crippling.

### Falla debida a esfuerzos combinados

Para condiciones de carga combinados en la que la falla es producto del pandeo o la inestabilidad, no existe ninguna teoría para su aplicación general. Filosofías y técnicas de análisis computacionales para obtener márgenes de seguridad deben ser utilizados.

## 6.3. El método de los desplazamientos

El método de análisis estructural adoptado para llevar a cabo la tarea de dimensionar los elementos estructurales, es el método de los desplazamientos. Este, es un método que ha cobrado importancia en las últimas décadas, debido al poder de cálculo de las computadoras actuales. Resulta muy eficiente para trabajar manualmente en casos pequeños, es decir, donde haya pocos nodos y elementos y la cantidad de grados de libertad en cada nodo también sea pequeña. Sin embargo se vuelve muy tedioso e incluso irresoluble para problemas de tamaños tan solo algo mayores. Por lo tanto, se lo trabaja de



manera numérica computacional, ya que su programación es relativamente sencilla y, los resultados obtenidos son precisos.

El método de los desplazamientos es poderoso para encontrar las fuerzas y momentos actuantes en cada uno de los nodos, incluso en estructuras con grandes grados de hiperestaticidad.

Los pasos básicos para formular un código para resolver el método de los desplazamientos en los elementos tipo barras son los siguientes

- Obtener las matrices de rigidez de los elementos.
- Sumar las contribuciones de cada elemento en la matriz de rigidez global del sistema.
- Aplicar las condiciones de frontera en los nodos.
- Resolver el sistema global de ecuaciones para obtener desplazamientos.
- Extraer fuerzas y momentos actuantes en cada elemento.

### 6.3.1. Teoría y formulación básica

Las hipótesis generales adoptadas en resistencia de materiales para formular el método de los desplazamientos en elementos tipo barra son las siguientes.

- El sólido elástico está constituido por un material isotrópico, homogéneo y continuo.
- Elemento barra: en este las dos dimensiones de la sección transversal son pequeñas respecto a la longitud de la directriz.
- Pequeños desplazamientos y deformaciones: la condición de equilibrio se expresa como si el sólido deformado tuviera la misma forma y misma dimensión que antes de deformarse.
- Hipótesis de Euler-Bernoulli: es una hipótesis cinemática. Se aplica sobre los desplazamientos de los puntos de la sección transversal del sólido elástico. Esta puede enunciarse como: en un proceso de deformación, las secciones planas normales a la directriz permanecen planas en la condición deformada.
- Principio de Saint-Venant: este enuncia que las tensiones en una zona alejada de los puntos de aplicación de cargas, dependen únicamente de las reacciones de este estado de cargas.

Para conocer las fuerzas y momentos actuantes, se resuelve el método de los desplazamientos de manera matricial. El principio de este método consiste en encontrar el vector de desplazamientos  $d^e$  de cada elemento lineal en coordenadas locales.

Se tiene así, para un sólo elemento, el problema

$$K_l^e * d_l^e = F_l^e \quad (6.1)$$

donde,

$K_l^e$  = matriz de rigidez local del elemento lineal;

$d_l^e$  = vector de desplazamientos en coordenadas locales asociado a cada nodo del elemento uniaxial;

y

$F_l^e$  = vector de fuerzas resultante, evaluado en coordenadas locales en ambos nodos del elemento.

Esta formulación sólo nos es útil si queremos resolver un solo elemento en el espacio. Para tener en cuenta el aporte que tendrían sucesivos elementos conectados entre sí de diversas maneras se deberá obtener una expresión en función de un sistema de coordenadas global, para poder sumar las contribuciones nodo a nodo de los sucesivos elementos.

$$d_l^e = T_g^T * d_g^e \quad (6.2)$$

$$F_l^e = T_g^T * F_g^e \quad (6.3)$$

donde,

$T_g$  = matriz de transformación de coordenadas; y

$d_g^e$  = vector de desplazamientos en coordenadas globales.

Reescribiendo la ecuación, se obtiene



$$K_l^e * T_g^T * d_g^e = T_g^T * F_g^e \quad (6.4)$$

$$T_g * K_l^e * T_g^T = K_g^e \quad (6.5)$$

donde,

$K_g^e$  = matriz de rigidez del elemento escrita en las coordenadas globales del sistema.

Finalmente se obtiene

$$K_g^e * d_g^e = F_g^e \quad (6.6)$$

A continuación, estudiaremos algunos de los componentes que fueron citados en las expresiones anteriores para su mejor comprensión.

### 6.3.2. Vector de desplazamientos y vector de fuerzas

Dentro del vector de desplazamientos  $d_l^e$ , y del vector de fuerzas  $F_l^e$ , hay asociada una secuencia específica para los grados de libertad.

Si al elemento  $e$ , le corresponden los nodos  $i$ - $j$ , entonces se tiene que el vector de desplazamientos asociado se define como

$$d_l^e = \begin{bmatrix} u^i \\ v^i \\ w^i \\ \phi_x^i \\ \phi_y^i \\ \phi_z^i \\ u^j \\ v^j \\ w^j \\ \phi_x^j \\ \phi_y^j \\ \phi_z^j \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

donde,

$u, v, w$  corresponden a los desplazamientos en la dirección x, y, z respectivamente; y

$\phi_x, \phi_y, \phi_z$  corresponden a los giros a lo largo de los ejes x, y, z.

De la misma manera, el vector de fuerza asociado al problema  $K^e * d_l^e = F_l^e$  es

$$F_l^e = \begin{bmatrix} F_u^i \\ F_v^i \\ F_w^i \\ F_{\phi_x}^i \\ F_{\phi_y}^i \\ F_{\phi_z}^i \\ F_u^j \\ F_v^j \\ F_w^j \\ F_{\phi_x}^j \\ F_{\phi_y}^j \\ F_{\phi_z}^j \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

donde,

$F_u, F_v, F_w$  corresponden a las fuerzas en los ejes x, y, z respectivamente; y

$F_{\phi_x}, F_{\phi_y}, F_{\phi_z}$  corresponden a los momentos aplicados en los ejes x, y, z.

En ambos vectores, las primeras seis componentes corresponden al nodo  $i$  y las segundas seis corresponden al nodo  $j$ .



### 6.3.3. Matriz de rigidez local

A continuación se presenta la matriz de rigidez del elemento uniaxial compatible con los vectores  $a_i^e$  y  $F_i^e$  presentados anteriormente. Se obtiene de esta manera una matriz de dimensión  $K_{12 \times 12}^e$ .

$$K_{12 \times 12}^e = \begin{bmatrix} a_{6 \times 6} & b_{6 \times 6} \\ c_{6 \times 6} & d_{6 \times 6} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

donde

$$[a] = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJp}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$[b] = \begin{bmatrix} -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJp}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$[c] = \begin{bmatrix} -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJp}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$[d] = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJp}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

en donde,

$L$  es la longitud del elemento o barra utilizado para representar el tubo;

$I$  es el momento de inercia de la sección transversal; y

$G$  es el módulo de elasticidad transversal.

### 6.3.4. Obtención de la matriz de transformación de coordenadas

La matriz de transformación es un conjunto de vectores unitarios situados en las columnas.

En el caso de los elementos lineales que no posean sección transversal simétrica, los cuales están definidos por 2 nodos, es necesario definir un tercer nodo para orientarlo en el espacio. El plano contenido entre el nodo 1, el nodo 2 y el nodo 3, definen el plano x-y del elemento. El plano x-z será ortogonal a este.

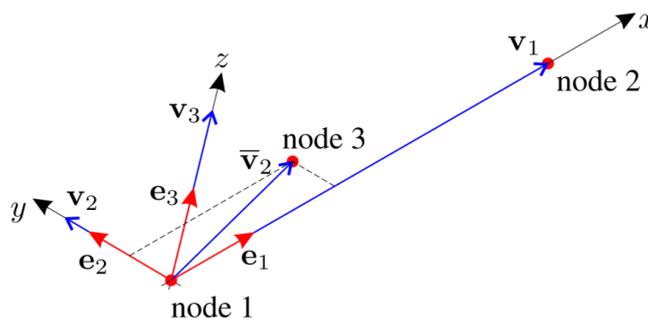
Si se tiene que un elemento en particular esta contenido, en coordenadas globales, entre los nodos

$$nodo_1^e = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$



$$nodo_2^e = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

$$nodo_3^e = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}$$



(Según Ref 6)

Figura 6.4: Nodos y sistema de ejes local del elemento

Definiendo los vectores  $v_1, \bar{v}_2$  como

$$v_1 = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\bar{v}_2 = \begin{bmatrix} x_3 - x_1 \\ y_3 - y_1 \\ z_3 - z_1 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

y

$$v_3 = v_1 \times \bar{v}_2;$$

$$v_2 = v_3 \times v_1,$$

podemos encontrar los correspondientes versores  $e_1, e_2, e_3$ .

$$e_1 = \frac{v_1}{\langle v_1 \rangle}$$

$$e_2 = \frac{v_2}{\langle v_2 \rangle}$$

$$e_3 = \frac{v_3}{\langle v_3 \rangle}$$

Se define entonces a la matriz  $T$  mediante los versores columna

$$T = [ e_1 \quad e_2 \quad e_3 ] \quad (6.12)$$

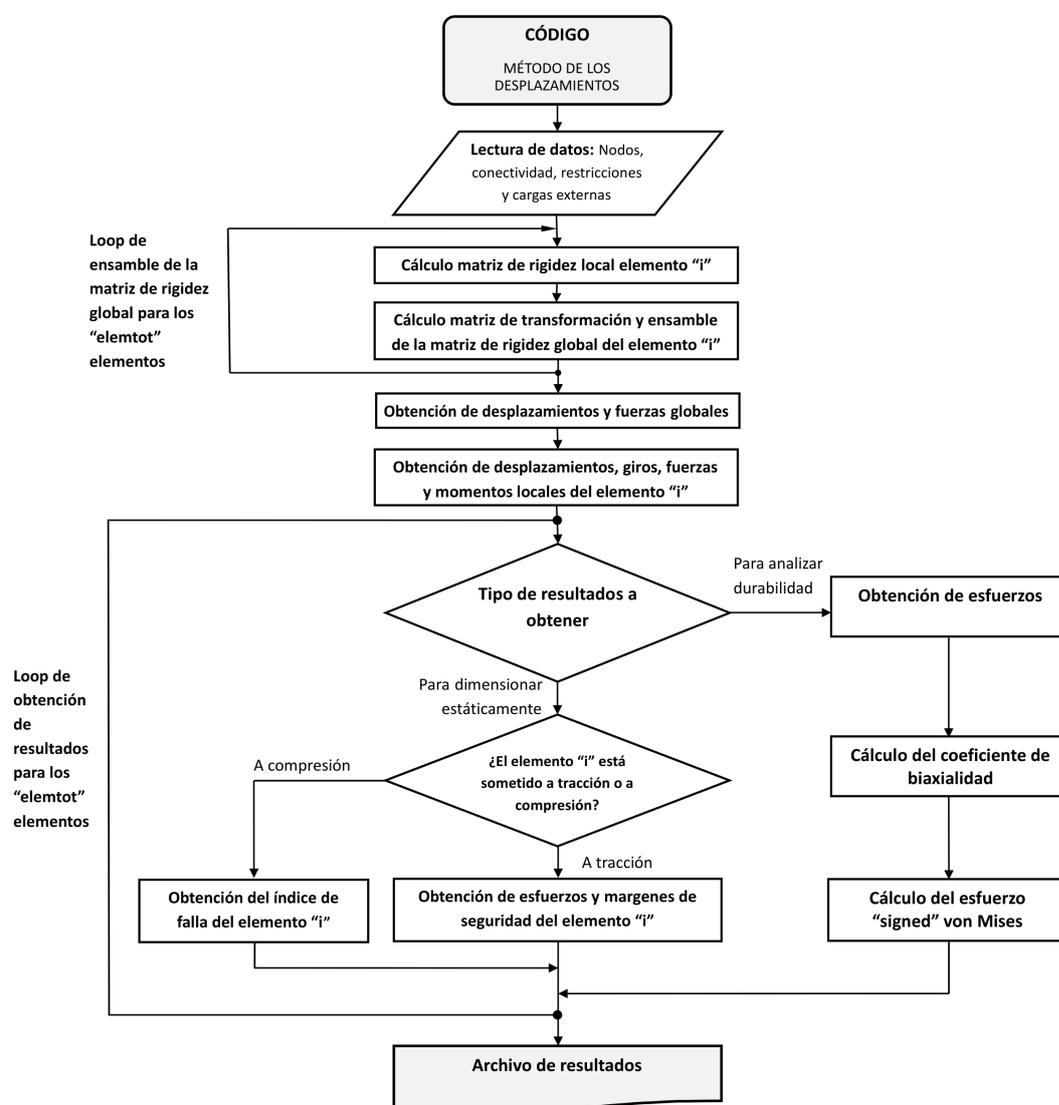
La matriz de transformación global, para los 4 subconjuntos de giros y desplazamientos lineales, resulta así una matriz de dimensión 12x12; con la cual se transformará a la matriz de rigidez local del elemento.

$$T_g = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

## 6.4. Implementación del código de análisis estructural

Como se menciona anteriormente, para resolver la ecuación 6.6 donde se requiere la matriz de rigidez global del sistema; se debe inicialmente obtener la matriz de rigidez local de cada elemento. Para esto cierta información inicial es requerida:

- Los “ntot” nodos del sistema y la ubicación espacial de los mismos.
- La manera en que estos nodos son unidos a través de los “elemtot” elementos.
- Las restricciones que el sistema posee. Esta información suele ser imposiciones de desplazamiento en los grados de libertad deseados.
- Por último las fuerzas externas actuantes en el sistema aplicadas en los grados de libertad de interés.



Nota: “elementot” es la cantidad de elementos barras leídas en el archivo de entrada

Figura 6.5: Diagrama de flujo del código utilizado para el método de los desplazamientos

Se desarrolla entonces un código que iterativamente calcula la matriz de rigidez local, la ensambla en la matriz global para luego calcular la matriz local del próximo elemento. A continuación el sistema global es resuelto para obtener el vector de desplazamientos y giros en coordenadas globales



del sistema. Con estos resultados se re-obtienen fuerzas y momentos locales en cada nodo de los elementos. Estos son los resultados de interés ya que pueden ser utilizados para obtener, a través de algunos modelos de análisis, los esfuerzos existentes en los extremos de los elementos. En la Figura 6.5 se observa el diagrama de flujo esquematizando los pasos que el código realiza.

La matrices de rigidez tienen la característica de ser singulares. Sin embargo, al aplicar condiciones de contorno esta singularidad desaparece, permitiendo así resolver el sistema de ecuaciones.

Existen diversas formas de establecer las condiciones de contorno en los desplazamientos nodales, siendo los dos principales métodos el de eliminación de filas y columnas y el de la utilización de un factor multiplicador. A continuación se desarrolla sobre estos en particular.

### 6.4.1. Condiciones de contorno nodales

Para aplicar condiciones de contorno en los desplazamientos, el método de reducción es conveniente para cálculos manuales, ya que reduce el número de ecuaciones a resolver. El método de reducción elimina las respectivas filas y columnas correspondientes al grado de libertad que se quiere fijar. Pero tiene un defecto grave para aplicación informática, las ecuaciones deben ser reorganizadas. El reordenamiento puede ser tan o más caro que la solución de las ecuaciones. Este método tiene otra deficiencia, no es posible colocar como condición de contorno, un desplazamiento impuesto.

Se utiliza en cambio, el método donde no se elimina ninguna fila o columna, siendo así, no necesario renombrar las ecuaciones. Se procede a colocar un factor multiplicador en una determinada ubicación de la matriz de rigidez del sistema global de ecuaciones. La ubicación en la matriz de rigidez de este factor, corresponde al grado de libertad que se quiera condicionar.

Si se quiere resolver el problema de dimensión  $N$  representado por la ecuación 6.14,

$$[K_{NxN}] * (d_{Nx1}) = (F_{Nx1}) \quad (6.14)$$

donde al grado de libertad  $i$  se le debe colocar un desplazamiento impuesto  $\delta_i^{imp}$  para representar la condición de contorno deseada; entonces se procede a resolver el problema para el cual

$$K_{NxN} = \begin{bmatrix} \dots & & & & & \\ & K_{i-1,j-1} & \dots & \dots & & \\ & \dots & FM & \dots & & \\ & \dots & \dots & K_{i+1,j+1} & & \\ & & & & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

y

$$F_{Nx1} = \begin{pmatrix} \dots \\ F_{i-1} \\ \delta_i^{imp} * FM \\ F_{i+1} \\ \dots \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

en donde,

$FM$  = factor multiplicador; cuyo valor debe cumplir que  $FM \gg \max(K_{NxN})$ .

Operando obtenemos el vector de desplazamientos globales  $d_{Nx1}$  sin necesidad de ser reordenado; devolviéndose el desplazamiento impuesto  $\delta_i^{imp}$  en la posición  $i$ , quedando entonces

$$d_{Nx1} = \begin{pmatrix} \dots \\ \delta_{i-1} \\ \delta_i^{imp} \\ \delta_{i+1} \\ \dots \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

EN EL ANEXO SE PRESENTA EL CÓDIGO DESARROLLADO

### 6.4.2. Obtención de esfuerzos actuantes

Para evaluar algún criterio de falla será necesario encontrar en cada nodo y en cada elemento lineal los esfuerzos actuantes. Se obtiene en ambos nodos de cada elemento, los esfuerzos debidos a tensiones

normales y tensiones de corte. Obteniendo así, el tensor de tensiones en 360 puntos correspondientes a los 360 grados a lo largo de la circunferencia de la sección del tubo.

El tensor de tensiones describe completamente el estado de tensiones en un punto de un cuerpo, al especificar las componentes normales y de corte en cada cara de un elemento de lados  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  y  $\delta_z$ . Este elemento es sumamente pequeño, por lo que se asume que las tensiones se encuentran uniformemente distribuidas sobre la superficie de cada cara.

El tensor de tensiones definido en coordenadas ortogonales es representable mediante la expresión 6.18.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

donde las componentes de la diagonal representan las tensiones normales, y las restantes representan las tensiones de corte existentes.

De la misma manera se puede representar un estado tensional completo en coordenadas polares mediante la expresión 6.19.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{x\theta} & \tau_{xr} \\ \tau_{\theta x} & \sigma_{\theta\theta} & \tau_{\theta r} \\ \tau_{rx} & \tau_{r\theta} & \sigma_{rr} \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

#### 6.4.2.1. Esfuerzo de corte

Los esfuerzos de corte, se obtienen a partir del flujo de corte existente en la sección. La contribución por la fuerza aplicada en la dirección del eje  $y$ , la aplicada en la dirección del eje  $z$  y el momento torsor aplicado en dirección del eje  $x$  deben ser escritas en función de una variable  $s$  que recorre toda la circunferencia de la sección.

$$s = \frac{De}{2} * \theta \quad (6.20)$$

donde,  $De$  es el diámetro exterior de la sección transversal del tubo.

Se tiene entonces que para una sección circular, el flujo de corte debido a una fuerza aplicada en la dirección del eje  $z$  positivo es;

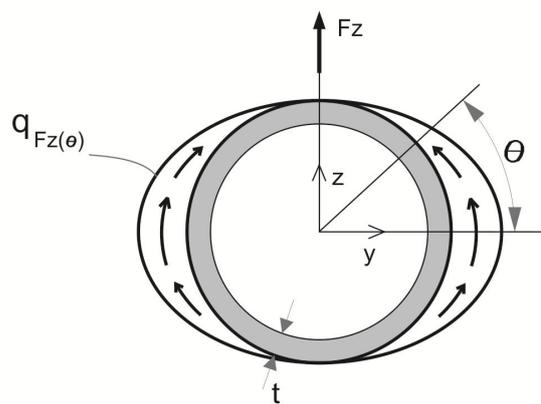


Figura 6.6: Sección tubular y la coordenada  $\theta$

La expresión analítica para obtener el valor del flujo de corte debido a  $F_z$  en función de la variable  $s$  es

$$q_{Fz(s)} = \frac{F_z}{I_{yy}} \int_0^s z t ds \quad (6.21)$$

realizando los cambios de coordenadas



$$z = \frac{De}{2} \text{sen}(\theta)$$

$$ds = \frac{De}{2} d\theta$$

y resolviendo, se obtiene el flujo de corte en función de la coordenada angular  $\theta$

$$q_{Fz(\theta)} = \frac{F_z}{4I_{yy}} tDe^2 \cos(\theta) \quad (6.22)$$

De la misma manera, el flujo de corte obtenido en la sección transversal debida a una fuerza actuante en la dirección del eje  $y$  es

$$q_{Fy(\theta)} = -\frac{F_y}{4I_{zz}} tDe^2 \text{sen}(\theta) \quad (6.23)$$

A su vez, el flujo de corte debido a torsión en una sección cerrada de pared delgada es

$$q_{tor(\theta)} = \frac{M_x}{2\text{Área}} \quad (6.24)$$

donde,

$\text{Área}$  = área normal encerrada por la sección.

Un momento  $M_x$  positivo, produce un flujo de corte debido a torsión positivo, es decir, que el flujo de corte recorre la sección en el sentido de la variable  $\theta$  positivo.

El esfuerzo de corte actuante en la pared delgada de la sección transversal en función de la variable  $\theta$ , resulta de la contribución

$$\tau_{x\theta} = \frac{q_{Fz(\theta)} + q_{Fy(\theta)} + q_{tor(\theta)}}{t} \quad (6.25)$$

donde  $\tau_{x\theta}$  es la componente del esfuerzo de corte perteneciente a la cara  $\delta_x$  con dirección  $\theta$  en un tensor definido en coordenadas polares.

Si se realiza un cambio de coordenadas, expresando la tensión  $\tau_{x\theta}$  de corte en coordenadas cartesianas, se obtiene que

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{x\theta} * \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

y

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_{x\theta} * \text{sen}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

#### 6.4.2.2. Esfuerzos normales

Para obtener una expresión analítica continua del esfuerzo normal actuante tenemos que sumar las contribuciones realizadas por las cargas actuantes. De esta manera se deberán sumar los esfuerzos normales producidos por los momentos flectores aplicados en la dirección del eje  $y$ , en la dirección del eje  $z$  y además por la cargas normal.

Se utiliza la ecuación de Navier,

$$\sigma_{xx(x,y,z)} = \frac{zI_{zz} - zI_{yz}}{I_{zz}I_{yy} - I_{yz}^2} M_{y(x)} - \frac{yI_{yy} - zI_{yz}}{I_{zz}I_{yy} - I_{yz}^2} M_{z(x)} \quad (6.26)$$

la cual se ve simplificada debido a inexistencia del segundo momento de área cruzado en una sección tubular simétrica. Se tiene entonces que para nuestra sección transversal los esfuerzos normales debido a flexión se expresan como

$$\sigma_{xx(y)}^{M_z} = -\frac{M_z}{I_{zz}} y \quad (6.27)$$



$$\sigma_{xx(z)}^{M_y} = \frac{M_y}{I_{yy}} z \quad (6.28)$$

en donde,

$\sigma_{xx(y)}^{M_z}$  = esfuerzo normal a lo largo de eje  $x$  debido al momento flexor  $M_z$ ; y

$\sigma_{xx(z)}^{M_y}$  = esfuerzo normal a lo largo del eje  $x$  debido al momento flexor  $M_y$ .

Realizando los cambios 6.28 y 6.29

$$y = \frac{De}{2} \cos(\theta) \quad (6.29)$$

$$z = \frac{De}{2} \sen(\theta) \quad (6.30)$$

se obtienen las expresiones en función de la coordenada  $\theta$  para el esfuerzo normal debido a flexión.

El esfuerzo normal debido a una fuerza aplicada en sentido axial  $F_x$  es

$$\sigma_{xx(\theta)}^{Nor} = \frac{F_x}{A_x} \quad (6.31)$$

donde,

$A_x$  = el área normal de la sección transversal efectiva para transmitir carga axial.

El esfuerzo normal total actuante en la sección transversal en función de la coordenada  $\theta$  es

$$\sigma_{xx(\theta)}^{Tot} = \sigma_{xx(y)}^{M_z} + \sigma_{xx(z)}^{M_y} + \sigma_{xx(\theta)}^{Nor} \quad (6.32)$$

#### 6.4.2.3. Estado tensional

Para el elemento uniaxial, se representa el estado tensorial en coordenadas ortogonales para cada valor de la coordenada  $\theta$ , en cada uno de sus dos nodos, obteniéndose el tensor

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

Con el tensor obtenido a lo largo de 360 puntos distribuidos en la circunferencia de la sección tubular, se procede a buscar las tensiones principales.

Se encuentra la matriz diagonalizada con las tensiones principales resolviendo el método de los autovalores.

Una matriz es diagonalizable si mediante un cambio de base puede reducirse a una forma diagonal, de ser así, la matriz  $A$  podrá descomponerse de la forma

$$A = P * D * P^{-1} \quad (6.34)$$

en donde,

$P$  = una matriz invertible cuyos vectores columna son vectores propios de  $A$ ; y

$D$  = una matriz diagonal formada por los valores propios de  $A$ .

Operando el estado tensorial existente  $\sigma_{ij}$  con  $P$  mediante la ecuación 6.34

$$\sigma_{ij-princ} = [P]^T * [\sigma_{ij}] * [P] \quad (6.35)$$

obtenemos para cada valor de la coordenada  $\theta$  el tensor de tensiones principales

$$\sigma_{ij-prin} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

donde,

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  = esfuerzos principales existentes en el elemento evaluado.

#### 6.4.2.4. Esfuerzo principal máximo

Una vez obtenido los tensores de esfuerzos principales a lo largo de la circunferencia de la sección tubular, se extrae el de mayor valor absoluto para su impresión en el archivo de salida de resultados. Se detalla si este valor corresponde a un esfuerzo compresivo o a un esfuerzo de tracción y, además se detalla su posición a lo largo de la coordenada  $\theta$ .

#### 6.4.2.5. Esfuerzo de corte máximo

El esfuerzo de corte absoluto, según la teoría de Mohr será igual al valor del radio de círculo conformado por el estado de tensiones actuante. De esta forma se obtienen tres valores de esfuerzo de corte absoluto para cada valor de  $\theta$ , obtenidos a partir de las tensiones principales encontradas para esa ubicación.

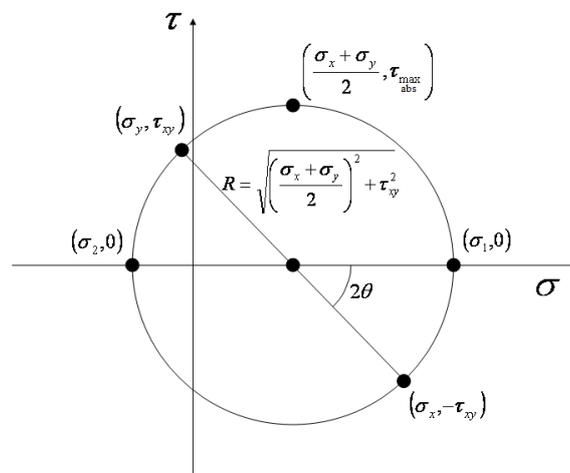


Figura 6.7: Círculo de tensiones de Mohr

De la Figura 6.7 se obtiene que las expresiones 6.37, 6.38 y 6.39 detallan los tres esfuerzos de corte absolutos presentes en el elemento considerado.

$$\tau_1 = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \quad (6.37)$$

$$\tau_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \quad (6.38)$$

$$\tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (6.39)$$

Se detalla en el archivo de salida, el valor mas grande de los valores de corte absolutos presentados, junto con la ubicación a lo largo de la coordenada  $\theta$ .

#### 6.4.2.6. Tensión equivalente de von Mises máxima

La teoría de falla de la energía de distorsión, propuesta por von Mises para materiales dúctiles es ampliamente utilizado. Esta se puede enunciar como; "La falla se producirá cuando la energía de distorsión por unidad de volumen debida a los esfuerzos máximos absolutos el punto crítico sea igual o mayor a la energía de distorsión por unidad de volumen de una probeta en el ensayo de tensión en el momento de producirse la fluencia".

La teoría de von Mises dice que la distorsión del elemento se debe a los esfuerzos principales, restándoles los esfuerzos hidrostáticos. Se puede representar para el caso bidimensional de la forma

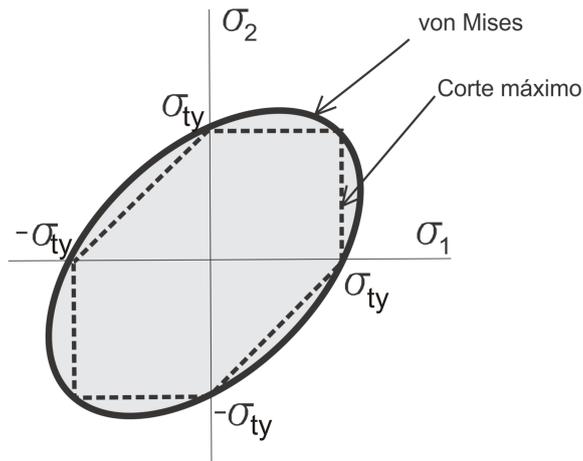


Figura 6.8: Representación gráfica de la teoría de von Mises

La tensión de von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) se puede definir en términos de los esfuerzos principales como

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (6.40)$$

Según esta teoría, la falla se da cuando  $\sigma_{VM} = \sigma_{ty}$

donde,

$\sigma_{ty}$  = tensión de fluencia a tracción.

### 6.4.3. Obtención de márgenes de seguridad

#### 6.4.3.1. Elementos sometidos a tracción

El valor de margen de seguridad existente entre la tensión aplicada real y la tensión admisible del material se presenta de la siguiente manera

$$M.S. = \frac{\text{Tensión admisible}}{\text{Tensión actuante}} - 1 \quad (6.41)$$

La tensión admisible adopta los valores de  $\sigma_{ty}$ ,  $\sigma_{cy}$  y  $\tau_{su}$  del material considerado; para tracción, compresión o corte respectivamente.

#### 6.4.3.2. Elementos sometidos a compresión

En el caso de elementos lineales que estén sometidos a carga axial compresiva es necesario considerar posibles fenómenos de inestabilidad geométrica. A través de la siguiente ecuación de interacción se evaluará el estado de los elementos sometidos a compresión.

$$R_c + R_{st} + \sqrt{R_b^2 + R_s^2} = 1 \quad (6.42)$$

en donde,

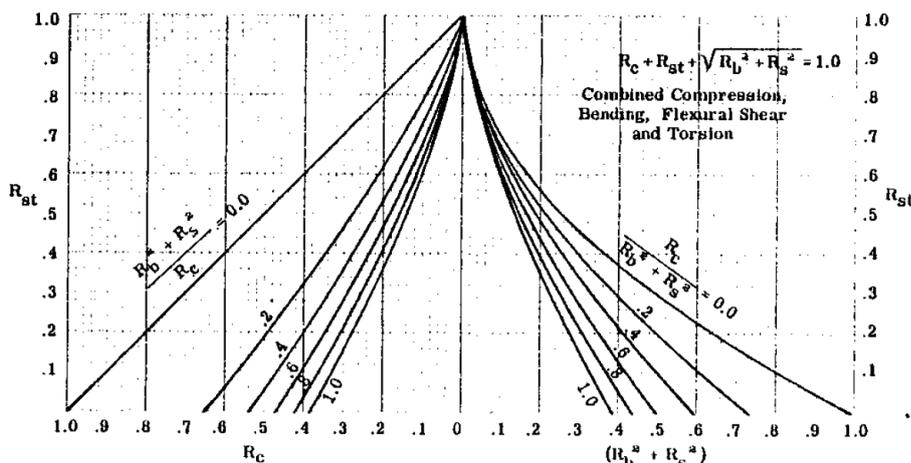
$R_c = \frac{f_c}{F_c}$  = razón de tensión compresiva;

$R_{st} = \frac{f_{st}}{F_{st}}$  = razón de tensión de corte por torsión;

$R_b = \frac{f_b}{F_b}$  = razón de tensión por flexión; y

$R_s = \frac{f_s}{F_s}$  = razón de tensión de corte por corte.

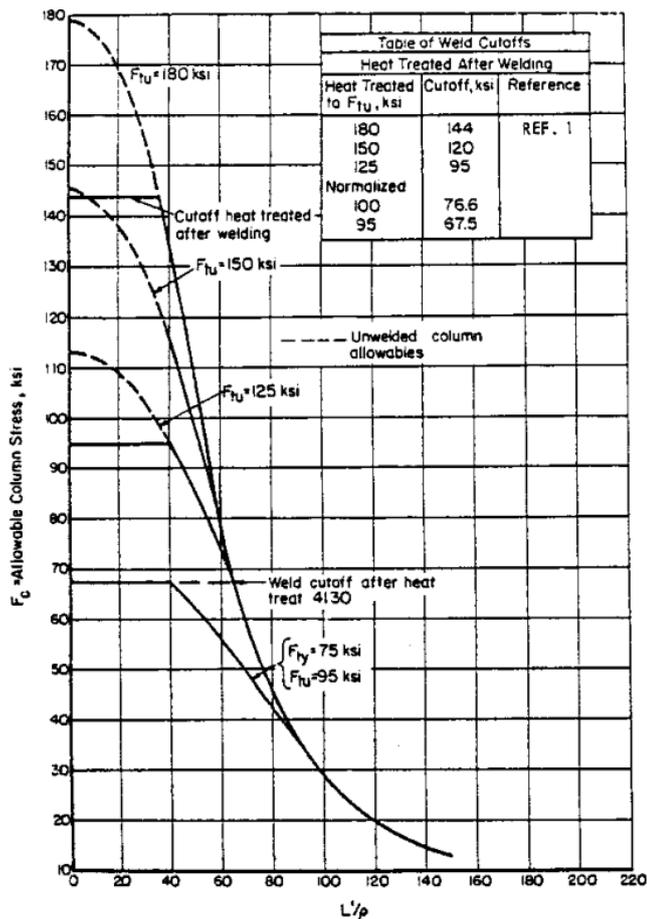
La ecuación de interacción recién enumerada se representa gráficamente a través de la siguiente curva



(Según Ref 1)

Figura 6.9: Curvas de interacción para tubos redondos sometidos a compresión, flexión, corte puro y torsión

Tensión de diseño de columnas para tubos circulares ( $F_c$ ):



(Según Ref 1)

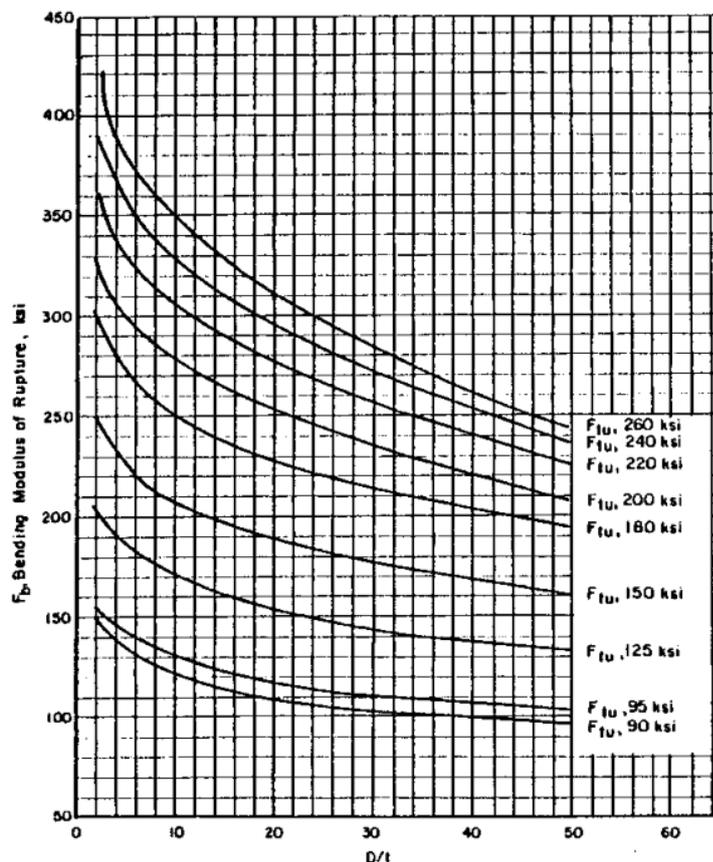
Figura 6.10: Tensiones de diseño para columnas ( $F_c$ ) para tubos redondos de aceros aleados con tratamiento térmico

En columnas cortas, la tensión de falla primaria puede ser mayor que la tensión de crippling local adyacente a la soldadura en los extremos del tubo. A esta tensión de falla local por la soldadura se



la conoce como “weld cut-off” y para columnas cortas; la tensión de diseño de columnas ( $F_c$ ) no debe exceder este valor.

### Tensión de ruptura a flexión para tubos circulares ( $F_b$ ):



(Según Ref 1)

Figura 6.11: Tensiones de ruptura a flexión ( $F_b$ ) para aceros aleados tratados a diferentes  $F_{tu}$

Se entiende a la tensión de ruptura a flexión para tubos circulares, como la tensión que utilizada en la conocida expresión para vigas

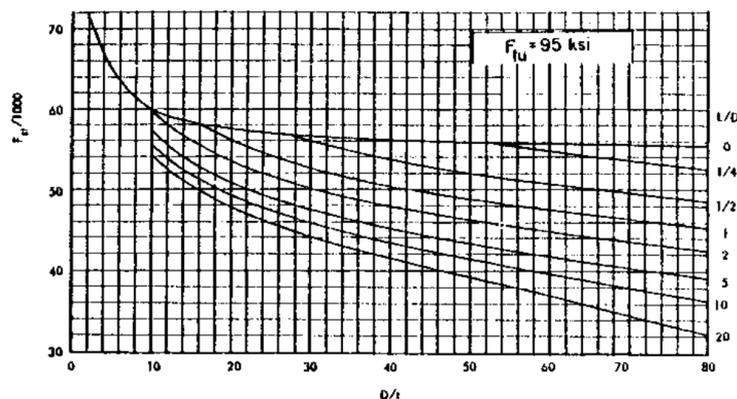
$$M = \frac{F_b * I}{De}$$

nos otorga el valor del momento flector que, aplicado, causa la falla.

Desde que el tubo redondo es un elemento estructural fácilmente adquirible, muchos ensayos y tests han sido llevados a cabo; quedando a disposición una gran serie de curvas estimando el valor de  $F_b$ .

### Tensión de ruptura a torsión para tubos circulares ( $F_{st}$ ):

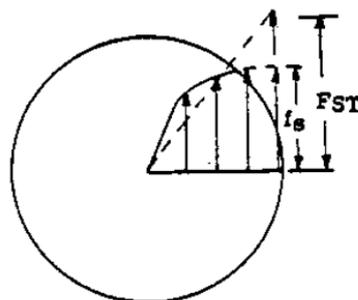
Antes de que una barra hecha de un material dúctil falle en torsión, las tensiones de corte caerán en el rango elástico o inelástico provocando una distribución interna de tensiones de corte no lineal. La tensión de ruptura a corte es una tensión ficticia y mayor a la tensión última a corte ( $\sigma_{su}$ ) del material.



(Según Ref 1)

Figura 6.12: Tensión de ruptura a torsión ( $F_{st}$ ) para aceros aleados tratados hasta  $F_{tu} = 95$ ksi

**Tensión de ruptura a corte para tubos circulares ( $F_s$ ):**



(Según Ref 1)

Figura 6.13: Distribución de tensiones de corte en una sección circular en el rango plástico

$$F_s = 1.2 * F_{st} \tag{6.43}$$

**6.4.3.3. Índice de falla para tubos sometidos a compresión:**

Para evaluar el índice de falla de una sección tubular sometida a esfuerzos combinados de compresión, flexión, corte puro y torsión; utilizaremos la ecuación de interacción antes presentada. Se define que la sección falla cuando la combinación de las razones de tensiones  $R_c$ ,  $R_{st}$ ,  $R_b$  y  $R_s$  es tal; que el índice de falla alcanza el valor unitario.

$$I.F. = R_c + R_{st} + \sqrt{R_b^2 + R_s^2} \tag{6.44}$$

**6.5. Material para los tubos de la bancada motor**

Como lo mencionado en el Capítulo 3 Diseño conceptual, el material estructural elegido es el acero AISI 4130N. A continuación se presentan las propiedades mecánicas necesarias para llevar a cabo el dimensionamiento estructural de los componentes y, en un futuro, las verificaciones del diseño. Los mismos son obtenidos del manual MIL-HDBK-5J, “METALLIC MATERIALS AND ELEMENTS FOR AEROSPACE VEHICLE STRUCTURES - DEPARTMENT OF DEFENSE - USA”.



6.5.1. Propiedades físicas y mecánicas

Alloy	AISI 4130		AISI 4135		AISI 8630	
Specification [see Tables 2.3.1.0(a) and (b)]	AMS 6360 AMS 6373 AMS 6374 AMS-T-6736 AMS-S-18729		AMS 6365 AMS-T-6735 <sup>a</sup>		AMS-S-18728 <sup>a</sup>	
Form	Sheet, strip, plate, and tubing		Tubing		Sheet, strip, and plate	
Condition	Normalized and tempered, stress relieved <sup>b</sup>					
Thickness or diameter, in.	≤0.188	>0.188	≤0.188	≤0.188	≤0.188	≤0.188
Basis	S	S	S	S	S	S
<b>Mechanical Properties:</b>						
$F_u$ , ksi	95	90	100	95	95	90
$F_y$ , ksi	75	70	85	80	75	70
$F_{cy}$ , ksi	75	70	89	84	75	70
$F_{tu}$ , ksi	57	54	60	57	57	54
$F_{u/s}$ , ksi:						
( $e/D = 1.5$ )	...	...	...	...	...	...
( $e/D = 2.0$ )	200	190	190	180	200	190
$F_{y/s}$ , ksi:						
( $e/D = 1.5$ )	...	...	...	...	...	...
( $e/D = 2.0$ )	129	120	146	137	129	120
$e$ , percent	See Table 2.3.1.0(d)					
$E$ , $10^3$ ksi	29.0					
$E_c$ , $10^3$ ksi	29.0					
$G$ , $10^3$ ksi	11.0					
$\mu$	0.32					
<b>Physical Properties:</b>						
$\omega$ , lb/in. <sup>3</sup>	0.283					
$C, K$ , and $\alpha$	See Figure 2.3.1.0					

<sup>a</sup> Noncurrent specification.  
<sup>b</sup> Design values are applicable only to parts for which the indicated  $F_u$  has been substantiated by adequate quality control testing.

(Según Ref 3)

Figura 6.14: Propiedades estructurales del acero AISI 4130N

De la figura 6.15, se extraen los valores de las propiedades de interés.

Propiedad	Valor
Densidad ( $\rho$ )	0,283 ( $lbs/in^3$ )
Módulo de Young's ( $E$ )	29000 $ksi$
Coefficiente de Poisson's ( $\nu$ )	0,32
Tensión de fluencia a tracción ( $F_{ty}$ )	75 $ksi$
Tensión de fluencia a compresión ( $F_{cy}$ )	75 $ksi$
Tensión última a tracción ( $F_{tu}$ )	95 $ksi$
Tensión de corte última ( $F_{su}$ )	57 $ksi$

(Según Ref 3)

Cuadro 6.1: Propiedades físicas y mecánicas del Acero AISI 4130 N

6.5.2. Diámetros y espesores comerciales de tubos

Es posible dimensionar la estructura con tubos de cualquier dimensión con el fin de lograr la estructura más liviana posible que cumpla con la normativa. Sin embargo esto resultaría muy costoso. Debido a esto, al momento de adquirir los elementos necesarios para construir la estructura se utilizan tubos provistos por fabricantes comerciales. Para dimensionar la estructura se utilizan tubos de diámetros y espesores de pared estándares como los detallados en el Cuadro 6.2.



Diámetro	Pared	Diámetro	Pared	Diámetro	Pared
3/8	0,049	7/8	0,049	1-1/4	0,049
1/2	0,035	7/8	0,058	1-1/4	0,058
1/2	0,058	7/8	0,065	1-1/4	0,065
1/2	0,065	7/8	0,083	1-1/4	0,083
5/8	0,028	7/8	0,095	1-1/4	0,095
5/8	0,035	1	0,049	1-3/8	0,049
5/8	0,049	1	0,058	1-3/8	0,058
5/8	0,058	1	0,065	1-3/8	0,083
5/8	0,065	1	0,083	1-1/2	0,049
3/4	0,035	1	0,095	1-1/2	0,058
3/4	0,049	1-1/8	0,049	1-1/2	0,095
3/4	0,058	1-1/8	0,058	1-5/8	0,049
3/4	0,065	1-1/8	0,083	1-5/8	0,065
3/4	0,095	1-1/8	0,095		
7/8	0,035	1-1/8	0,12		

Nota: Todas las medidas están expresadas en pulgadas

Cuadro 6.2: Diámetros y espesores de pared comerciales para tubos AISI 4130N

## 6.6. Dimensionamiento de la bancada motor

### 6.6.1. Metodología del análisis estructural

Para analizar la estructura de la bancada motor en condiciones de carga estáticas, se evalúa el comportamiento de esta ante los casos de carga previamente establecidos. Sin embargo se realizan dos estudios diferentes para evaluar el nivel de compromiso que la bancada motor posee. El primero, utilizando el factor de seguridad  $J = 1,5$  afectado además por un factor de seguridad especial utilizado para elementos estructurales unidos  $J = 1,15$  son definidos. Los márgenes de seguridad existentes se obtendrán comparando las tensiones obtenidas con la tensión última a tracción del material. La segunda condición es análoga pero se utiliza únicamente un factor de seguridad  $J = 1,35$  y se evalúan las tensiones obtenidas contra la tensión de fluencia del material. El fin de este segundo análisis radica en considerar las posibles deformaciones permanentes que actuarían en detrimento del funcionamiento de la bancada motor.

El dimensionamiento de los tubos de la bancada motor queda supeditado entonces a las dos condiciones antes mencionadas. Se considerara que los principales parámetros de los tubos, diámetro y espesor de pared, quedan definidos cuando para ambos factores de seguridad  $J = 1,5 * 1,15$  y  $J = 1,35$ ; los márgenes de seguridad y los índices de falla de los tubos sean superiores a cero en la menor medida posible, utilizando dimensiones de tubos obtenibles comercialmente.

### 6.6.2. Geometría del modelo estructural

Las cargas provenientes del conjunto moto-propulsor ingresan al sistema a través del centro de gravedad del mismo. Por esto necesario ubicar dicho punto para construir el modelo para el análisis estructural.

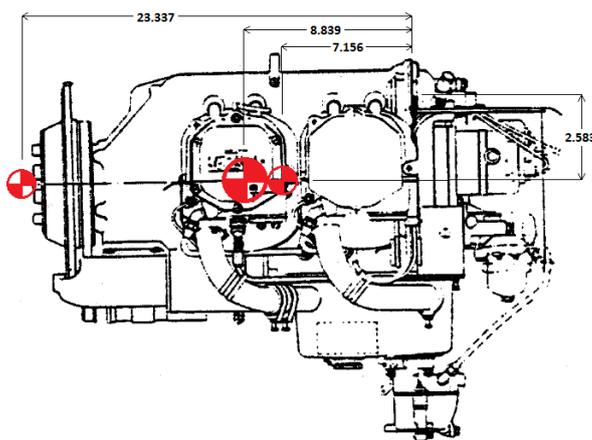


Figura 6.15: Ubicación del centro de gravedad del conjunto motor y hélice

A continuación se presenta la ubicación y nomenclatura adoptada detallada de los nodos de la estructura a analizar.

# Nodo	x [in]	y [in]	z [in]	Detalle
1	0	-17,716	12,401	Toma parallamas superior derecha
2	-0,577	0	15	Toma parallamas superior central
3	0	17,716	12,401	Toma parallamas superior izquierda
4	5,512	-17,716	-12,401	Toma parallamas inferior derecha
5	5,512	17,716	-12,401	Toma parallamas inferior izquierda
6	13,385	-5,118	11,220	Toma motor superior derecha
7	13,385	5,118	11,220	Toma motor superior izquierda
8	13,385	-5,118	2,559	Toma motor inferior derecha
9	13,385	5,118	2,559	Toma motor inferior izquierda
10	22,224	0	8,637	Centro de gravedad motor-hélice

Cuadro 6.3: Ubicación nodal de la geometría de la bancada motor

Se detalla además la ubicación y nomenclatura de los elementos que se utilizan para considerar al motor como un sólido rígido que solidariza las tomas del motor (elementos #6 a #9).

# Elemento	Nodo i (n1)	Nodo j (n2)	Detalle
1	1	6	Bancada motor
2	2	6	Bancada motor
3	2	7	Bancada motor
4	3	7	Bancada motor
5	1	8	Bancada motor
6	3	9	Bancada motor
7	4	8	Bancada motor
8	5	9	Bancada motor
9	6	8	Unión rígida
10	7	9	Unión rígida
11	6	7	Unión rígida
12	8	9	Unión rígida
13	6	10	Unión rígida
14	7	10	Unión rígida
15	8	10	Unión rígida
16	9	10	Unión rígida

Cuadro 6.4: Nomenclatura y conectividad de los elementos tubulares



### 6.6.3. Resultados obtenidos

A continuación se presentan para ambas condiciones de carga ( $J = 1,725$  y  $J = 1,25$ ) las dimensiones de los tubos de la bancada motor junto con el margen de seguridad menor obtenido en cada tubo para la totalidad de los casos de carga.

A carga última se obtuvieron los siguientes márgenes de seguridad

Elemento #	Diámetro [in]	Espesor pared [in]	M.S.
1	5/8	0,035	0,96
2	5/8	0,049	0,54
3	5/8	0,035	0,69
4	5/8	0,035	1,70
5	5/8	0,049	Amplio
6	5/8	0,049	Amplio
7	5/8	0,035	Amplio
8	5/8	0,035	Amplio

Nota: M.S. obtenidos a  $J = 1,725$

Cuadro 6.5: Margen de seguridad a carga última

Como se observa, no se obtuvo ningún margen de seguridad negativo a carga última.

A deformación permanente se obtuvo los siguientes márgenes de seguridad

Elemento #	Diámetro [in]	Espesor pared [in]	M.S.
1	5/8	0,035	0,98
2	5/8	0,049	0,56
3	5/8	0,035	0,70
4	5/8	0,035	1,72
5	5/8	0,049	Amplio
6	5/8	0,049	3,65
7	5/8	0,035	Amplio
8	5/8	0,035	Amplio

Nota: M.S. obtenidos a  $J = 1,35$

Cuadro 6.6: Margen de seguridad a deformación permanente

Como se observa, no se obtuvo ningún margen de seguridad negativo; por lo que no se esperan deformaciones permanentes.

## 6.7. Dimensionamiento de los elementos de unión

### 6.7.1. Bulonería aeronáutica

El bulón o perno de uso aeronáutico es utilizado principalmente para transferir grandes esfuerzos de corte o de tracción desde un miembro estructural a otro. La figura muestra tres bulones estándar de uso común.

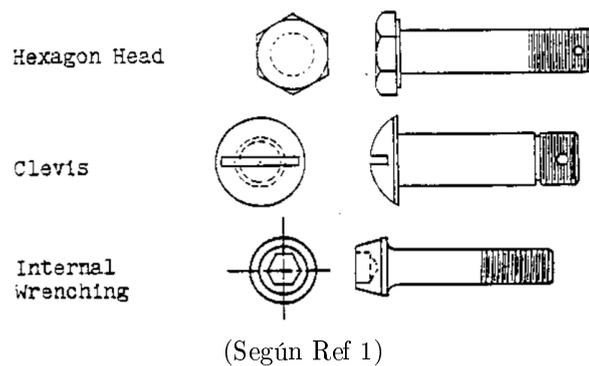


Figura 6.16: Bulonería aeronáutica estándar

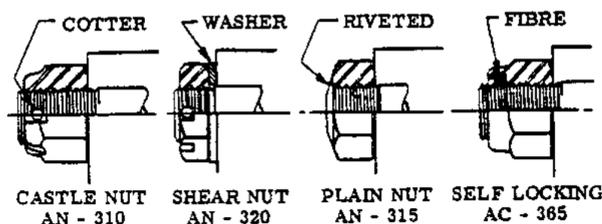
El bulón de cabeza hexagonal es un elemento estándar de SAE 8740, con un tratado térmicamente el cual eleva la resistencia hasta  $\sigma_{tu} = 125 \text{ ksi}$ . La cabeza del bulón es de tamaño suficiente para desarrollar toda la fuerza de tracción del perno.

El bulón con llave interna es un perno de acero de alta resistencia usualmente tratado térmicamente hasta los 160 o 180  $\text{ksi}$ . Este es especialmente adecuado para los empalmes especiales debido a su gran resistencia y a su relativamente pequeña dimensión de la cabeza.

El bulón tipo clevis suele llamarse como perno de corte debido a que su cabeza no está diseñada para desarrollar toda la resistencia a la tracción del bulón. Es usualmente utilizado cuando entre uno o varios bulones deben ser usados para transmitir cargas con los bulones colocados al corte. Estos poseen alrededor de la mitad de la resistencia a la tracción que los bulones estándar AN de cabeza hexagonal.

#### 6.7.1.1. Tuercas de uso aeronáutico

En la figura se ilustran los cuatro tipos de tuercas de uso aeronáutico estándar. El material de la tuerca es más dúctil que el material del bulón. Así, cuando el bulón es tensionado, los filetes de la tuerca se deforman para apoyarse en los filetes del bulón.



(Según Ref 1)

Figura 6.17: Tuercas de uso aeronáutico

La tuerca tipo Castle es probablemente la mayor utilizada de las tuercas aeronáuticas. Esta puede desarrollar el total de la resistencia del bulón.

La tuerca a corte tiene la mitad del espesor de la tuerca tipo Castle y por lo tanto tiene la mitad de los filetes imposibilitando a la unión desarrollar el total de la resistencia a tracción del bulón. Es generalmente usado con bulones tipo Clevis.

La tuerca tipo Plain es utilizada para uniones permanentes y es asegurada por perdigonado o remachado del bulón sobre la tuerca. Esta operación destruye la capa protectora o acabado del bulón.

#### 6.7.2. Buenas prácticas de diseño para uniones abulonadas

1. Los filetes del bulón no deben someterse a corte o aplastamiento. La longitud efectiva del bulón debe ser tal que no más de un filete de la rosca se extienda por debajo de la superficie de la unión. Esto puede realizarse mediante el uso de arandelas.
2. Bulones de diámetro menor que  $3/8$  no deben utilizarse en uniones mayores o de importancia. Para bulones de acero, ningún diámetro menor que  $3/16$  debe utilizarse en cualquier unión.



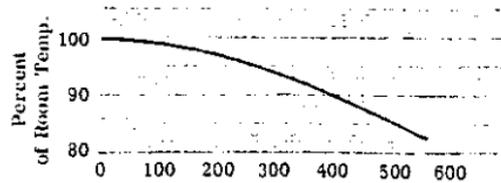
3. Bulones que conecten partes con movimiento relativo o con esfuerzos cíclicos reversibles deben tener tolerancias dimensionales bajas para evitar o disminuir las cargas de choque.
4. Para bulones que conecten miembros con movimientos relativos, un lubricante debe incorporarse en las inmediaciones de la unión.
5. En uniones con bulones sometidos al corte, estos deben diseñarse a corte doble o múltiple para incrementar la resistencia al corte y para disminuir la flexión del bulón.

### 6.7.3. Análisis de las uniones abulonadas

La figura muestra los valores de fuerzas de corte, fuerza de tracción y el momento flector admisibles antes de la rotura en bulones de diámetros comerciales. El segundo gráfico aplica una corrección a los valores en función de la temperatura ambiente en la que el bulón trabaja.

Ultimate Shear, Tensile & Bending  
Strengths of AN Steel Bolts  
( $F_{tu} = 125,000$ ,  $F_{su} = 75,000$ ,  $F_b = 180,000$ )

Size of pin or bolt	Area of solid section, in. <sup>2</sup>	Moment of inertia of solid, in. <sup>4</sup>	Ultimate single shear strength at full diameter, lb.	Ultimate tensile strength (in thread), lb.	Ultimate Bending Moment in. lbs.
0.190	.02835	.0000640	2,126	2,210	121
1/4	.04908	.0001918	3,880	4,080	278
5/16	.07669	.0004682	5,750	6,500	539
3/8	.1105	.0009710	8,280	10,100	932
7/16	.1503	.001797	11,250	13,600	1,480
1/2	.1983	.003069	14,700	18,500	2,210
9/16	.2485	.004914	18,700	23,600	3,140
5/8	.3068	.007492	23,000	30,100	4,320
3/4	.4418	.01553	33,150	44,000	7,450
7/8	.6013	.02878	45,050	60,000	11,850
1	.7854	.04908	58,900	80,700	17,670



(Según Ref 1)

Figura 6.18: Resistencia a corte, tracción y flexión de los bulones

Para determinar si el bulón falla a rotura cuando este está sometido a corte y a tracción se utiliza la siguiente ecuación de interacción

$$\frac{x^3}{a^3} + \frac{y^3}{b^3} = 1 \tag{6.45}$$

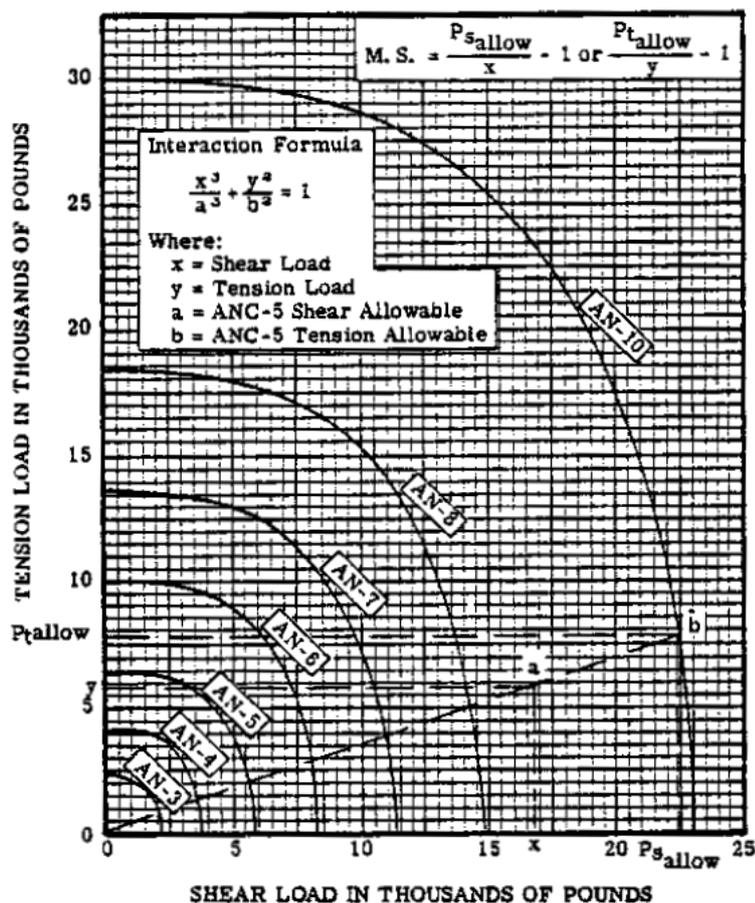
en donde,

- $x$  = corte aplicado;
- $y$  = tracción aplicada;
- $a$  = corte admisible; y
- $b$  = tracción admisible.

Así, el índice de falla del bulón queda determinado por

$$I.F. = \frac{x^3}{a^3} + \frac{y^3}{b^3} \tag{6.46}$$

Gráficamente, la interacción entre el corte y la tracción puede observarse en la siguiente figura



(Según Ref 1)

Figura 6.19: Interacción entre fuerzas de corte y de tracción en bulones

Las curvas no son aplicables cuando tuercas de corte son utilizadas.

### 6.7.4. Resultados obtenidos

Para dimensionar el diámetro de los bulones debemos utilizar los valores de fuerza de corte y de fuerza axial aplicados sobre los bulones. En el valor de la fuerza axial utilizaremos únicamente aquellos valores que tiendan a traccionar a los bulones. Así, para los diferentes casos de carga, algunos bulones estarán traccionados y otros no. Con los valores de fuerza de corte y de tracción aplicados y la ecuación de interacción estimaremos el índice de falla a rotura de cada uno.

A modo de dimensionar preliminarmente los bulones, se utilizan los valores de corte y tracción última, se espera que los índices de falla sean cercanos a cero para dejar un margen cuando en la verificación se utilice la tensión mínima de prueba de los bulones.

Así, se obtiene el índice de falla a rotura de los bulones.

Bulón #	AN #	Diámetro [in]	Llave # [in]	Paso [hilos/in]	I.F.
1	AN4	1/4	7/16	28	Amplio
2	AN4	1/4	7/16	28	0,537
3	AN4	1/4	7/16	28	Amplio
4	AN4	1/4	7/16	28	Amplio
5	AN4	1/4	7/16	28	Amplio

Nota: un índice de falla amplio es cercano a cero

Nota: M.S. obtenidos a J = 1,725

Cuadro 6.7: Diámetros e índices de falla a rotura de la bulonería

## Capítulo 7

# Verificación de las uniones

### 7.1. Uniones soldadas

La verificación preliminar de las uniones soldadas se realiza mediante dos estudios. El primer estudio consiste en obtener las cargas que el cordón de soldadura es capaz de transmitir sin fallar y comparar este valor con las cargas que los elementos transmiten en los casos de carga definidos. El segundo estudio consiste en comparar las tensiones resultantes en los tubos al evaluar los casos de carga, frente a la tensión de tracción última que el material posea en la zona afectada térmicamente.

La zona afectada térmicamente (ZAT) es un área aledaña al cordón de soldadura que, por acción del calor aportado en el proceso de soldadura, ve modificada sus propiedades mecánicas.

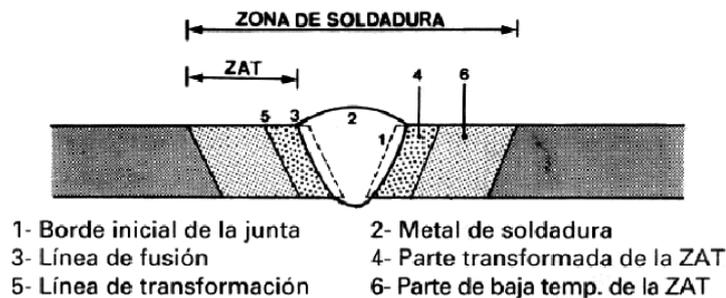


Figura 7.1: Zona afectada térmicamente en uniones soldadas

A continuación se enumeran buenas prácticas que se deberían considerar al momento de diseñar una unión soldada.

#### 7.1.1. Reglas y consideraciones de diseño para uniones soldadas

El diseñador de estructuras soldadas en acero puede ayudar al soldador a obtener una buena calidad en la soldadura ateniéndose a las siguientes reglas prácticas:

1. Es más fácil obtener una buena soldadura cuando las partes a unir son de igual espesor. Algunos diseñadores tratan de mantener la proporción de 2 a 1 entre los espesores a fin de eliminar la posibilidad de “quemar” la hoja más delgada.
2. Se considera que el espesor de 0,035 in es el menor recomendable debido a que un soldador de destreza promedio podría “quemar” un espesor menor.
3. En general evitar soldaduras sometidas a tracción debido a que esta produce un efecto debilitante. En algunas conexiones es imposible evitar cargas de tracción, por lo tanto las tensiones en el cordón soldado deberían mantenerse bajas. Si es posible, incorporar bocas de pescado y placas para colocar parte de la soldadura trabajando a corte.
4. Una soldadura sobre otra soldadura no debe realizarse.



5. Para prevenir el quemado en hojas delgadas, el cordón de soldadura no debe realizarse en ambos lados.
6. Si dos soldaduras son colocadas cerca, la contracción del espacio entre ambas puede producir agrietamiento.
7. Se produce agrietamiento usualmente cuando la soldadura se realiza en curvas.
8. Cuando suplementos deben ser colocados, ubicados cerca del extremo del tubo para no afectar las propiedades como columna del tubo. En general no es buena práctica soldar suplementos al medio de miembros utilizados como columnas. Bridas son preferibles.
9. Al soldar miembros diferentes, tensiones locales internas son creadas. Es buena práctica realizar un tratamiento térmico de normalizado al ensamble luego del proceso de soldado. Este tratamiento permite la igualación de las tensiones residuales, previniendo el agrietamiento en el servicio.

## 7.2. Cargas admisibles en los cordones de soldadura entre tubos

### 7.2.1. Costuras entre elementos tubulares

La carga admisible en una costura de soldadura puede estimarse con la siguiente expresión

$$P_a = F_{su} * L * t \quad (7.1)$$

donde,

$P_a$  = carga admisible en lbs;

$F_{su}$  = tensión de corte última en el cordón de soldadura;

$L$  = longitud del cordón; y

$t$  = espesor del pie de soldadura.

#### 7.2.1.1. Longitud efectiva del cordón de soldadura

Se define como longitud efectiva en este trabajo, a la longitud de la porción de un cordón de soldadura que está transmitiendo cargas a corte.

Al soldar dos elementos tubulares a un ángulo determinado, uno por el extremo y el otro en algún punto de su longitud, realizando el mecanizado tipo “fish mouth” o “boca de pescado” en el tubo a ser soldado por el extremo; se genera una geometría simétrica en el cordón de soldadura. El plano de simetría está compuesto por el plano que forman entre sí los dos tubos a ser unidos. En este cordón formado, ciertas secciones están sometidas a corte y otras a tracción. La longitud de la porción del cordón sometida a corte depende de los diámetros y del ángulo que conformen los tubos entre sí.

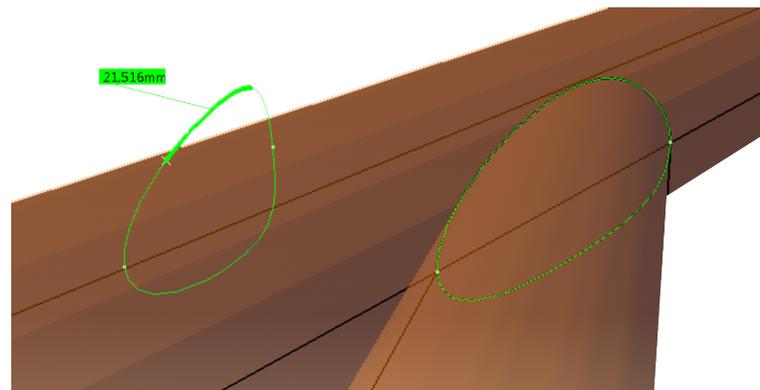
Se trabaja vectorialmente para encontrar los ángulos entre los tubos mediante la expresión 7.2

$$\cos(\theta) = \frac{u \bullet v}{|u| |v|} \quad (7.2)$$

donde,

$u, v$  son los vectores dirección de ambos tubos a ser unidos.

Con los ángulos encontrados entre los tubos y los diámetros previamente definidos, se estima de manera conservativa la porción del cordón de soldadura que trabaja al corte. Se utiliza el modelo CAD para evaluar en ambos extremos de cada tubo la longitud efectiva del cordón de soldadura.



Nota: el valor obtenido se duplica para considerar la sección simétrica del cordón

Figura 7.2: Ejemplo de longitud efectiva en un cordón de soldadura entre dos tubos

Se presenta a continuación en el Cuadro 7.1 las longitudes efectivas en cada unión soldada entre los tubos.

Elemento #	Nodo	Ángulo [°]	Longitud efectiva [in]
1	1	46	0,977
	6	43	1,041
2	2	33	1,272
	6	24	1,676
3	2	33	1,272
	7	24	1,676
4	3	46	0,977
	7	43	1,041
5	1	58	0,821
	8	50	0,929
6	3	58	0,821
	9	50	0,929
7	4	59	0,811
	8	68	0,750
8	5	59	0,811
	9	68	0,750

Cuadro 7.1: Longitudes efectivas en los cordones de soldadura entre los tubos

### 7.2.1.2. Evaluación de las cargas admisibles

Con las longitudes efectivas definidas, es necesario establecer el espesor  $t$  y la tensión de corte última ( $F_{su}$ ) de los cordones de soldadura.



Tensión de corte última  $F_{su}$  del cordón de soldadura

Material	Heat treatment subsequent to welding	$F_{su}$ , ksi	$F_{tu}$ , ksi
Carbon and alloy steels .	None . . . . .	32	51
		32	51
Alloy steels . . . . .	None . . . . .	43	72
Alloy steels . . . . .	Stress relieved . . .	50	85
Alloy steels . . . . .	Stress relieved . . .	60	100
Steels . . . . .	Quench and temper .		
4130 . . . . .	125 ksi . . . . .	63	105
4140 . . . . .	150 ksi . . . . .	75	125
4340 . . . . .	180 ksi . . . . .	90	150

(Según Ref 1)

Figura 7.3: Resistencia de los cordones en uniones soldadas

Para el acero de baja aleación AISI 4130N sin ningún tratamiento térmico posterior al proceso de soldado, debe considerarse un valor para la tensión de corte última igual a  $F_{su} = 43ksi$ .

Espesor  $t$  del cordón de soldadura

En general para estimar el espesor del cordón de soldadura, se considera que este corresponde al menor de los espesores de los elementos a soldar entre sí. Los siguientes espesores detallados en el Cuadro 7.2 son los utilizados para el cálculo de las cargas admisibles en los cordones de soldadura.

Elemento #	Espesor $t$ [in]
1	0,035
2	0,049
3	0,035
4	0,035
5	0,049
6	0,049
7	0,035
8	0,035

Cuadro 7.2: Espesores de cordón de soldadura considerados en la unión de tubos

7.2.2. Soldadura en las tomas de sujeción con el parallamas

Debido a la gran componente de tracción que sufren estos cordones de soldadura, no es recomendable el mismo tipo de abordaje que el utilizado en las costuras en los elementos tubulares.

Para efectuar el análisis de las soldaduras de las tomas bancada-parallamas se utiliza el abordaje generalmente usado en las “tee-joint” (uniones tipo T). Este modelo contempla tanto la solicitación a corte como la de tracción en el cordón de soldadura.

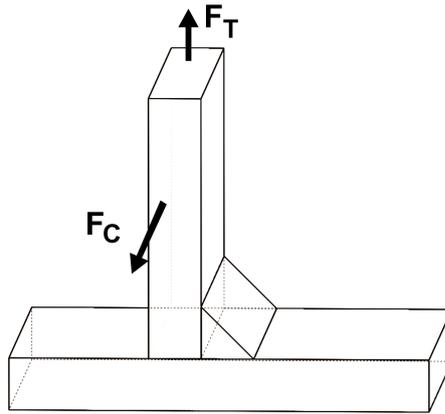


Figura 7.4: Modelo de análisis de soldadura considerado tipo tee-joint

Se considera que las fuerzas de tracción actuantes ( $F_T$ ) se distribuyen de manera constante en la sección tubular circular. La fuerza ( $F_C$ ) genera una distribución de corte en la unión de ambos componente (tubo con disco). Para reducir el volumen de cálculo, el análisis se realiza en el punto donde el flujo de corte es máximo. Se evalúa este punto debido a que al considerarse la fuerza normal ( $F_T$ ) distribuida; la máxima energía de distorsión se encuentra donde se aplique la mayor tensión de corte. Es de esperar entonces que los mayores esfuerzos se ubiquen allí en ese punto.

Este modelo de análisis descompone las cargas en el cordón de soldadura para obtener el estado tensorial actuante. Existen infinitos planos dentro del cordón de soldadura donde analizar el estado tensorial, sin embargo, el análisis se centra en el plano que se ubica a  $45^\circ$  dentro del cordón ya que este es el más solicitado.

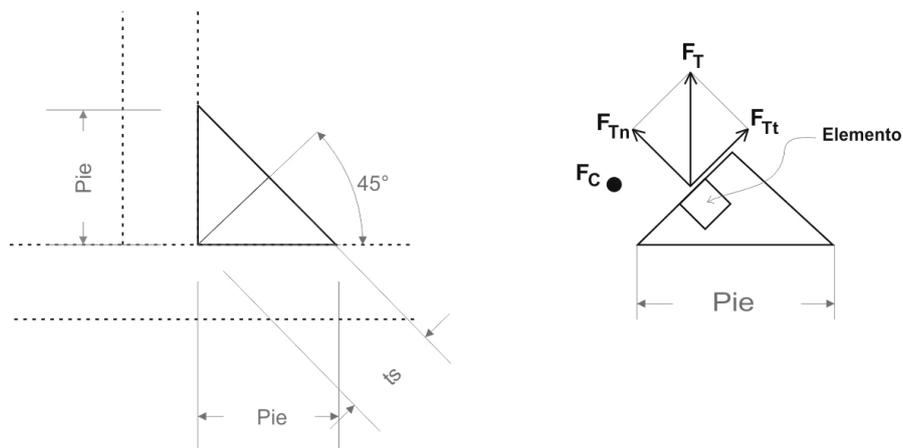


Figura 7.5: Detalle de la unión soldada tipo “tee-joint” y las fuerzas actuantes

Colocando un sistema coordenado fijo al elemento infinitesimal es posible identificar y nombrar su estado tensorial utilizando un sistema coordenado cartesiano local.

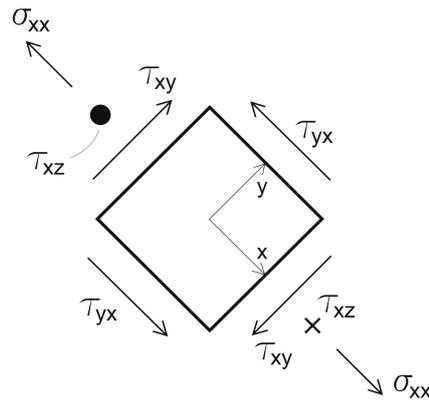


Figura 7.6: Esfuerzos actuantes en el elemento analizado del cordón de soldadura

$$\sigma_{ij}^{Sold} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Una vez que el tensor de tensiones está definido, se obtienen las tensiones principales y con estas la tensión de corte absoluta.

Al igual que de la figura 6.7 se obtienen los tres esfuerzos de corte absolutos de la siguiente manera.

$$\tau_1 = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \quad (7.4)$$

$$\tau_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \quad (7.5)$$

$$\tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (7.6)$$

La mayor de las tensiones de corte absolutas es comparada con la tensión de corte última ( $F_{su}$ ) obtenida de la Figura 7.3 para los cordones de soldadura sin tratamiento térmico posterior.

Debido a las incertidumbres en el modelo de análisis, se establece que los márgenes de seguridad deben ser mayores a cierto valor no nulo.

$$M.S. \geq 0,25 \quad (7.7)$$

Es por esto que se considera que el cordón de soldadura falla si presenta un margen de seguridad menor a 0,25.



7.2.3. Resultados obtenidos

7.2.3.1. Margenes de seguridad a rotura en los cordones de soldadura entre tubos

Elemento #	Nodo	Carga admisible [lbs]	M.S.
1	1	1488	0,16
	6	1567	0,23
2	2	2705	0,16
	6	3531	0,53
3	2	1932	0,28
	7	2522	0,69
4	3	1488	0,61
	7	1567	0,72
5	1	1758	0,03
	8	1958	0,17
6	3	1758	0,13
	9	1958	0,28
7	4	1241	0,87
	8	1129	0,73
8	5	1241	0,62
	9	1129	0,50

Nota: M.S. frente a carga última (J=1,725)

Cuadro 7.3: Margen de seguridad a rotura en los cordones de soldadura entre los tubos

7.2.3.2. Margenes de seguridad a rotura en los cordones de soldadura en las tomas de sujeción con el parallamas

Toma bancada-parallamas #	M.S.
1	6,20
2	-0,32
3	0,08
4	0,79
5	0,55

Nota: M.S. frente a carga última (J=1,725)

Cuadro 7.4: Margen de seguridad a rotura en los cordones de soldadura de las tomas parallamas

La unión soldada en la toma bancada-parallamas #2 está solicitada al punto de obtener un margen de seguridad de 0,32 negativo. Esta condición es inaceptable y es motivo de análisis con mayor detalle luego.

Se modifica conceptualmentete la tecnología de las tomas de unión entre la bancada y la chapa parallamas. Se propone una pieza mecanizada, la cual es procesada a partir de una barra sólida de acero AISI 4340. Realizar las cinco tomas de unión bajo el mismo concepto es deseable desde un punto de vista constructivo, debido a que simplifica y agiliza el proceso de fabricación.

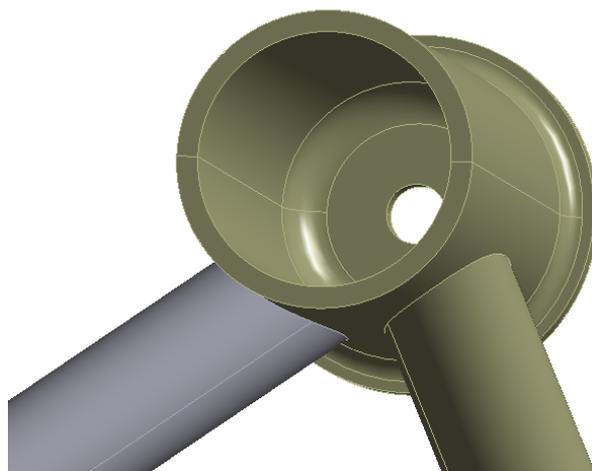


Figura 7.7: Geometría propuesta para la toma #2 de la bancada motor

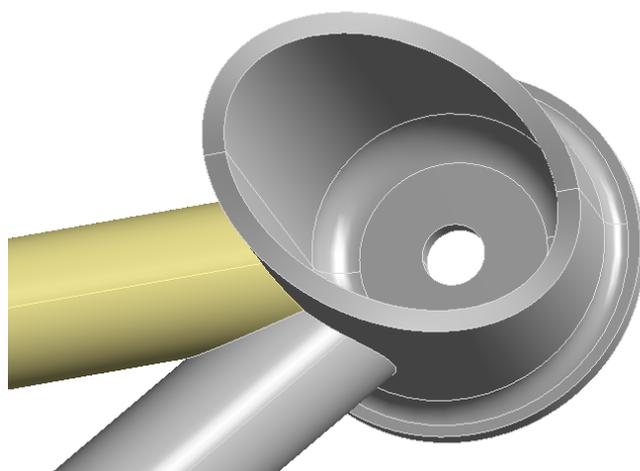


Figura 7.8: Geometría propuesta para las tomas #1, #3, #4 y #5 de la bancada motor

Esta solución permite modificar los espesores y los radios a requerimiento de la sollicitación mecánica existente. Además esta tecnología se ve traducida en una mayor seguridad y confiabilidad al no aplicar soldadura en una región muy sollicitada de la bancada motor.

### 7.3. Tensiones admisibles en la zona afectada térmicamente

#### 7.3.1. Efectos de la soldadura en el metal base

Pruebas y ensayos muestran que el acero al carbono y el acero aleado no sufren gran pérdida de resistencia debido al soldado. El soldado, sin embargo, sí produce una fragilización del material; el cual tiene menor resistencia al impacto, a la vibración y a la inversión de cargas. Por lo tanto, es recomendable asumir una eficiencia en las uniones soldadas menor al cien por ciento.

A continuación se detallan los valores de resistencia admisibles en el metal base.



(Section thickness 1/4 inch or less)	
Type of joint	Ultimate tensile stress, ksi
Tapered joints of 30° or less <sup>b</sup> . . . . .	90
All others . . . . .	80

<sup>a</sup> Welded after heat treatment or normalized after weld.  
<sup>b</sup> Gussets or plate inserts considered 0° taper with center line.

(Según Ref 1)

Figura 7.9: Tensión a tracción última en la zona afectada térmicamente

### 7.3.2. Evaluación de las tensiones admisibles

Para considerar de manera preliminar el efecto adverso del aporte de calor al metal base durante el proceso de soldado, se degradan las propiedades mecánicas de este. Mediante el código desarrollado se verifica a rotura que los márgenes de seguridad sean positivos frente a la tensión última degradada.

$$\sigma'_{tu} = 80ksi \tag{7.8}$$

### 7.3.3. Resultados obtenidos

Elemento #	M.S.
1	0,65
2	0,30
3	0,42
4	1,27
5	Amplio
6	2,88
7	Amplio
8	Amplio

Nota: M.S. frente  $\sigma'_{tu} = 80ksi$  a  $J = 1,725$

Cuadro 7.5: Margen de seguridad a rotura en la zona afectada térmicamente

Se observa que los márgenes de seguridad son positivos en las zona aledaña a las cordones de soldadura, es decir, en las zonas donde existe aporte de calor.



## Capítulo 8

# Verificación por el método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos aproxima un sistema continuo a través de un conjunto de elementos discretos. Así, las ecuaciones diferenciales que definen al medio continuo se transforman en un conjunto de ecuaciones relativas a un número finito de variables; las cuales deberán satisfacer las condiciones de equilibrio y de compatibilidad.

A partir de la década de 1980 y con la potenciación de las computadoras, se extiende el uso de este método para el cálculo en ingeniería y física. A la par del crecimiento de las capacidades computacionales, la aparición de software comercial que integran el pre-proceso, solución y pos-proceso resulta actualmente en una creciente difusión del método.

Se realizan diversos estudios utilizando el software ANSYS 15.0 para verificar la estructura propuesta y dimensionada previamente mediante el código desarrollado. Para verificar las uniones soldadas, se realiza un estudio particular o sub-modelado para analizar con más detalle la toma de acero mecanizada y la unión soldada más solicitada.

### 8.1. Materiales

La bancada motor queda entonces compuesta por dos aleaciones de acero. Los tubos son de acero AISI 4130, mientras que las tomas de sujeción; las cuales se encuentran en contacto con la chapa parallamas, son mecanizadas a partir de una barra de acero AISI 4340.

La chapa parallamas de la aeronave es de aluminio aleado AISI 2024 en condición T3.

#### 8.1.1. Acero de baja aleación AISI 4340

Este es modelado como isotrópico lineal elástico. Las propiedades físicas y mecánicas necesarias para modelar al acero AISI 4340 se presentan en el Cuadro 8.1.

Propiedad	Valor
Densidad ( $\rho$ )	0,283 ( $lbs/in^3$ )
Módulo de Young's ( $E$ )	29000 $ksi$
Coefficiente de Poisson's ( $\nu$ )	0,32
Tensión de fluencia ( $\sigma_{ty}$ )	70 $ksi$
Tensión última a tracción ( $\sigma_{tu}$ )	90 $ksi$

(Según Ref 3)

Cuadro 8.1: Propiedades físicas y mecánicas del Acero AISI 4340

#### 8.1.2. Aluminio aleado AISI 2024 T3

Este es también modelado como isotrópico lineal elástico. De igual manera las propiedades físicas y mecánicas del aluminio AISI 2024 T3 se presentan en el Cuadro 8.2.



Propiedad	Valor
Densidad ( $\rho$ )	0,100 ( $lbs/in^3$ )
Módulo de Young's ( $E$ )	10500 $ksi$
Coefficiente de Poisson's ( $\nu$ )	0,33
Tensión de fluencia a tracción ( $F_{ty}$ )	42 $ksi$
Tensión de fluencia a compresión ( $F_{cy}$ )	39 $ksi$
Tensión última a tracción ( $F_{tu}$ )	63 $ksi$

(Según Ref 3)

Cuadro 8.2: Propiedades físicas y mecánicas del Aluminio AISI 2024 T3

### 8.1.3. Acero de baja aleación AISI 4130

Modelado como como isotrópico lineal elástico, sus propiedades físicas y mecánicas ya fueron presentadas en el Cuadro 6.1.

## 8.2. Geometría

La geometría está contenida en un “bounding box” de 14,22[in] x 36,93[in] x 29,07[in]. Dentro de esta se observa la estructura espacial de barras compuesta por ocho tubos de acero AISI 4130, las cuatro tomas para sujetar el motor Avco Lycoming O-320A realizadas con tubos y chapas de acero AISI 4130 y las cinco tomas con las cuales se sujeta la bancada motor a la cuaderna parallamas de acero AISI 4340.

En la Figura 8.1 se observa la geometría de la bancada motor a verificar.



Figura 8.1: Geometría de la bancada motor a verificar mediante MEF

## 8.3. Modelo a carga estática

Una malla mixta fue utilizada en el modelo para la verificación. Se utilizan elementos Quad4 y Tri3 para modelar la línea media de los tubos y placas delgadas. Estos poseen 4 y 3 nodos respectivamente y son elementos tipo cáscaras que poseen seis grados de libertad en cada nodo. Para las tomas de sujeción de la bancada con el parallamas se utilizan elementos sólidos debido a la geometría particular de los mismos y la ventaja de obtener resultados a lo largo del espesor. La utilización de superficies para modelar la geometría de los tubos disminuye el tiempo de cálculo en el modelo de elementos finitos. Esto se debe a la disminución de grados de libertad en el modelo matemático, resultando ser más económico. El modelo posee 72.253 elementos y 256.495 nodos.

La bancada motor es tomada fija por las caras en contacto con la chapa parallamas de la aeronave. Las cargas ingresan al modelo a través de una carga remota ubicada en el centro de gravedad del conjunto moto-propulsor. No son modelados los aisladores mecánicos ya que no aportan grandes cambios en la distribución de tensiones de la bancada en el caso estático. Los aisladores mecánicos son de verdadera importancia al realizar un estudio dinámico puntual de la estructura.

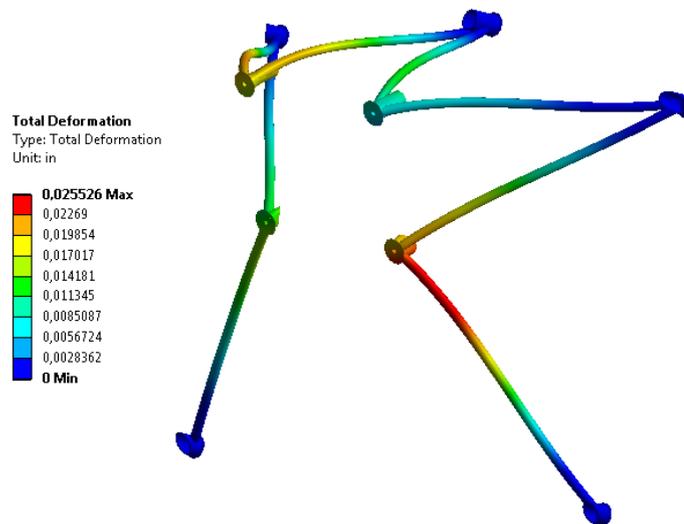


Figura 8.2: Geometría mallada de la bancada motor

En la Figura 8.2 se observa una porción discretizada de la geometría. En esta es visible la utilización de elementos sólidos para las tomas bancada-parallamas y de elementos tipo cáscaras en el resto de la geometría donde son aplicables.

### 8.3.1. Resultados obtenidos a carga última

Se observa en la Figura 8.3 la deformación esperada de bancada motor ante el caso de carga crítica CC #17 (presentados en el Cuadro 5.5). La estructura se deforma como es esperado y los valores de deformación no son elevados, respaldando el abordaje lineal del problema.

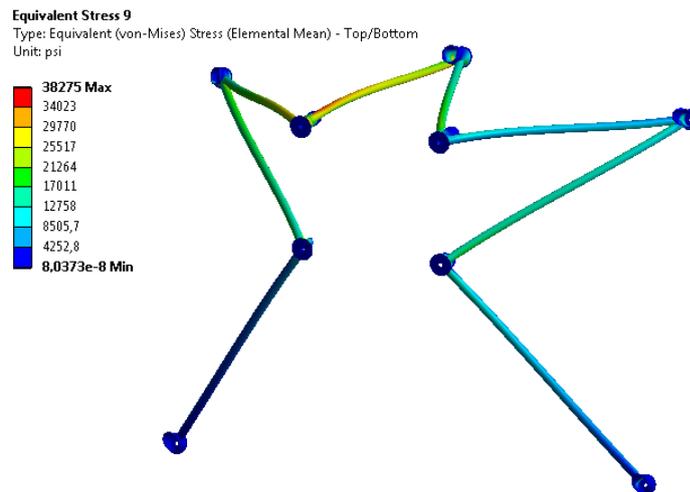


Nota: vista ampliada 100x.

Nota: los resultados corresponden a carga rotura ( $J=1,725$ ) para el CC #17

Figura 8.3: Deformación total a carga última en el caso de carga crítica

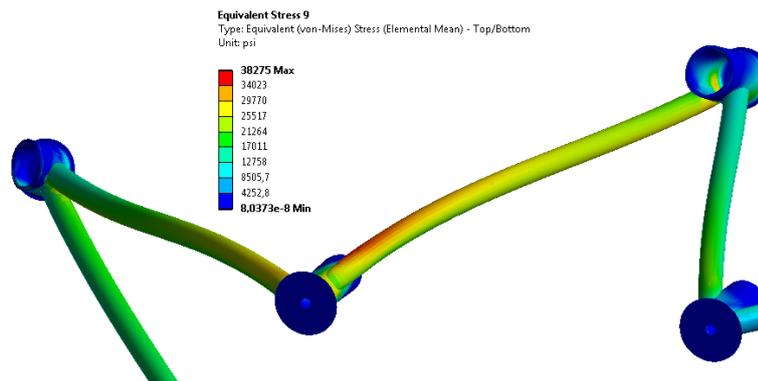
En las Figuras 8.4 y 8.5 se observan las tensiones equivalentes de von Mises; estos resultados son, de manera cualitativa, similares a los obtenidos mediante el dimensionamiento con el código desarrollado. Para el caso de carga presentando en las figuras, el elemento tubular más solicitado es el tubo #2. De igual manera, al evaluar el caso de carga CC #17 con el código desarrollado, el elemento tubular #2 fue el que presentó los mayores niveles de tensión.



Nota: vista ampliada 50x.

Nota: los resultados corresponden a carga de rotura ( $J=1,725$ ) para el CC #17

Figura 8.4: Tensiones equivalentes de von Mises a carga última en el caso de carga crítico



Nota: vista ampliada 50x.

Nota: los resultados corresponden a carga de rotura ( $J=1,725$ ) para el CC #17

Figura 8.5: Detalle de las tensiones equivalentes de von Mises a rotura en el caso de carga crítico

Las tensiones obtenidas mediante el estudio de elementos finitos son en promedio un 40 por ciento inferior que las obtenidas mediante el código. Este valor es esperable debido a la fuerte imposición de desplazamientos y rotaciones en los nodos de los elementos que el modelo del código considera.

Elemento #	MEF	Código
2	35819 <i>psi</i>	61022 <i>psi</i>

Nota: resultados para el CC #17 a carga última ( $J=1,725$ )

Cuadro 8.3: Tensiones equivalentes de von Mises para el elemento tubular más solicitado a rotura

### 8.3.2. Resultados obtenidos a carga límite

A fluencia los resultados son similares a los obtenidos a rotura. La estructura tiene valores de deformación pequeños y presenta, en general, resultados de tensión inferiores en el estudio de elementos finitos que los obtenidos con el análisis mediante el código.

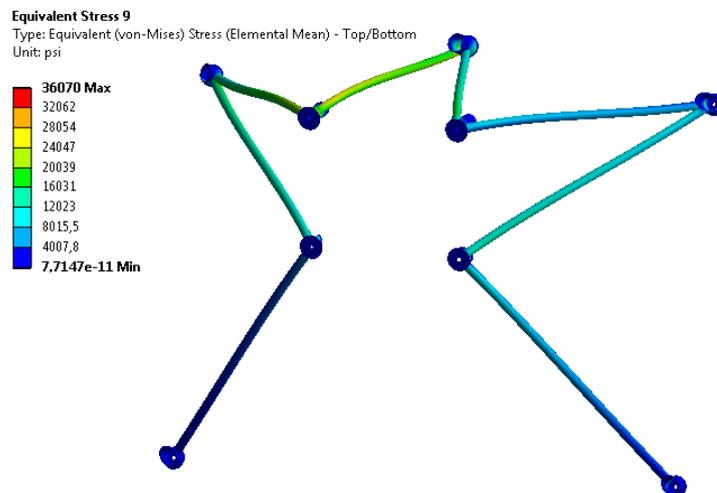


Nota: vista ampliada 130x.

Nota: los resultados corresponden a carga de fluencia ( $J=1,35$ ) para el CC #17

Figura 8.6: Deformación total a fluencia en el CC crítico

Se observa en las Figuras 8.7 y 8.8 las tensiones equivalentes de Von Mises encontradas en el elemento tubular más solicitado para el caso de carga más crítico.



Nota: vista ampliada 63x.

Nota: los resultados corresponden a carga de fluencia ( $J=1,35$ ) para el CC #17

Figura 8.7: Tensiones equivalentes de von Mises a fluencia en el caso de carga crítico



Nota: vista ampliada 63x.

Nota: los resultados corresponden a carga de fluencia ( $J=1,35$ ) para el CC #17

Figura 8.8: Detalle de las tensiones equivalentes de von Mises a fluencia en el caso de carga crítico

Elemento #	Tensión verificación MEF	Tensión dimensionamiento de código
2	27476 psi	47757 psi

Nota: resultados para el CC #17 a carga de fluencia ( $J=1,35$ )

Cuadro 8.4: Tensiones equivalentes de von Mises para el elemento tubular más solicitado a fluencia

Al igual que en la verificación a carga última los valores resultantes del estudio por elementos finitos son en general entre un 20 y 40 por ciento menores que los obtenidos mediante el análisis por código.

### 8.3.3. Resultados obtenidos a inestabilidad geométrica

Al igual que durante la etapa de dimensionamiento, verificar si la estructura sufre alguna inestabilidad geométrica es de interés ya que no debe ocurrir durante la operación de la aeronave. Anteriormente en el capítulo 6 se realiza este estudio mediante los métodos presentados en la referencia 1.

En la Figura 8.9 se observa como se inestabilizaría inicialmente el elemento tubular #5 si se aplicara una carga correspondiente a más de cinco veces la carga evaluada correspondiente al caso de carga CC #15. Este se inestabiliza flexionando tal como el primer modo de las columnas de sección estable. Además se visualiza una fuerte imposición al giro en los extremos del tubo inestabilizado, situación esperable al encontrarse soldado por ambos extremos.



Nota: los resultados corresponden a carga última (J=1,725) para el CC #15

Figura 8.9: Deformación total a pandeo correspondiente al factor multiplicador más crítico

En el Cuadro 8.5 se presentan los menores factores de multiplicación y los elementos que sufrirían inestabilización para dicho factor. Se observa como en los casos de carga CC #8 y CC #14 no fueron encontrados elementos potencialmente inestabilizables. Esto se atribuye a que para esos casos de carga en particular no hay elementos sometidos a compresión.

Caso de carga #	1er factor multiplicador	Elemento/s inestabilizado/s
1	42,4	7, 8
2	382,6	3
3	10,4	5
4	11,2	5
5	215,2	4
6	6,0	5, 6
7	23,9	4
8	-	-
9	5,5	5
10	5,8	5, 6
11	6,9	5, 6
12	25,1	4
13	63,4	4
14	-	-
15	5,3	5
16	6,3	5
17	6,1	5

Nota: los resultados son a carga última (J=1,725)

Cuadro 8.5: Primer factor multiplicador a pandeo obtenido mediante el MEF

Estos resultados validan el dimensionamiento de la estabilidad geométrica antes abordada mediante el código desarrollado, ya que los índices de falla obtenidos para los elementos sometidos a compresión, corresponden de manera cualitativa con los factores multiplicadores encontrados mediante el estudio de elementos finitos. Esta metodología de validación propuesta es de desarrollo del autor.

## 8.4. Sub-modelado

Para analizar de manera adecuada la toma de unión bancada-parallamas de acero AISI 4340 y las uniones soldadas en las mismas se realiza un sub-modelado de estas. Un sub-modelado es un estudio



o análisis de uno o más parámetros o fenómenos de una región de especial interés en el modelo.

En este caso en particular se tiene interés de verificar la toma mecanizada propuesta para la unión bancada-parallamas. Debido al volumen de cálculo necesario y al alcance establecido para este trabajo final de grado se realiza el estudio en la toma bancada-parallamas correspondiente al bulón más solicitado. Esta corresponde a la toma central superior o #2.

#### 8.4.1. Geometría y modelo

Para modelar la interacción entre los componentes bancada, parallamas, fuselaje de la aeronave, bulón y arandela se considera sólo la toma bancada-parallamas #2 y una porción de los tubos #2 y #3; tal como puede observarse en la Figura 8.10. A través de los tubos ingresan las cargas necesarias para solicitar al sub-modelo.

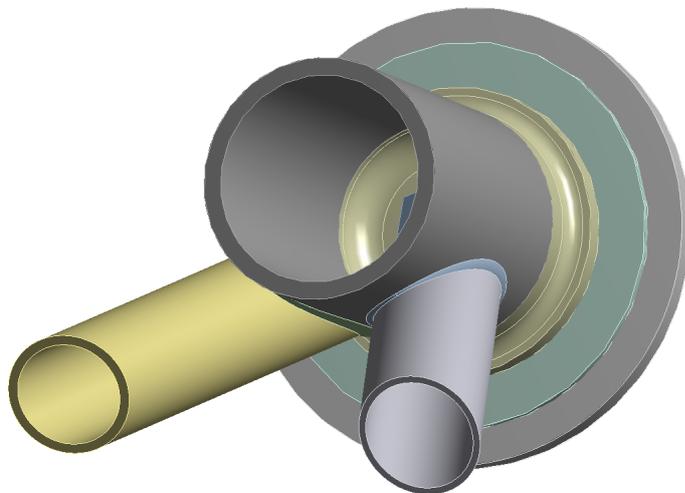


Figura 8.10: Geometría del sub-modelado realizado en la toma bancada-parallamas #2

Una malla más refinada y acorde a los resultados de interés es utilizada en los cordones de soldadura y en la propia pieza mecanizada de la toma bancada-parallamas #2. La malla utilizada es visible en la Figura 8.11 y posee 482.075 elementos y 816.212 nodos. En los modelos anteriores los tubos están discretizados con elementos de superficie; sin embargo, en este análisis se utilizan enteramente elementos tipo sólidos. Esto se debe a la necesidad de obtener dentro de los resultados, la distribución de tensión a lo largo del espesor de los tubos, el cordón de soldadura y otros componentes.

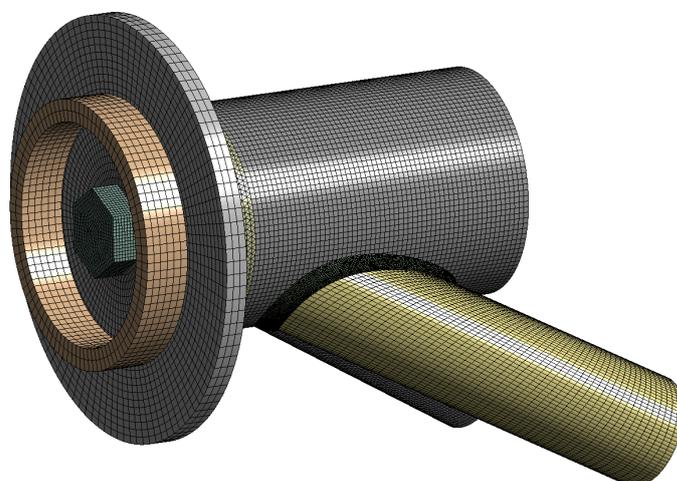


Figura 8.11: Mallado para el sub-modelado de la toma bancada-parallamas #2

### 8.4.2. Pre-carga en el elemento de unión

La condición de pre-ajuste de los bulones tiene por finalidad eliminar separaciones mecánicas entre los componentes de la bancada y el parallamas. De existir la posibilidad de separación; la acción de las cargas generaría vibraciones y golpes indeseados entre los componentes. Esta situación se considera inaceptable y por ende el estudio del pre-ajuste necesario resulta ser de gran importancia.

Se considera que la carga de pre-ajuste corresponde a aproximadamente el 60 % de la carga de rotura para una sección circular del diámetro del bulón.

Los bulones utilizados son número AN4-6, este tiene un diámetro nominal del vástago de 1/4".

- Diámetro nominal = 1/4"
- Tensión de rotura ( $\sigma_{tu}$ ) = 125 ksi
- Área de sección transversal nominal = 0,049 [in<sup>2</sup>]
- Carga de rotura ( $F_{tu}$ ) = 6135 [lbs]
- Carga de pre-tensado ( $F_{tu}^{0,6}$ ) = 3681 [lbs]

AN #	Diámetro nominal [in]	O.A.L [in]	Grip [in]	Carga de pre-tensado [lbs]	Arandela
AN4-6	1/4	0,781	0,313	3681	AN960-416L

Nota: todos los bulones de las tomas con el parallamas son AN4-6

Nota: O.A.L corresponde a la longitud total del vástago (incluye sección roscada)

Cuadro 8.6: Pre-carga considerada y características geométricas de los bulones

### 8.4.3. Verificación del cordón de soldadura mediante la mecánica de fractura lineal elástica (MFLE)

En el capítulo 7 se trató las uniones soldadas y debido a la aparición de márgenes de seguridad negativos en la unión soldada en la toma bancada-parallamas, se opta por la decisión tecnológica de utilizar una pieza mecanizada de acero AISI 4340. Esto soluciona la necesidad de tener que verificar la unión soldada de la toma bancada-parallamas. Sin embargo sigue siendo necesaria la verificación de la unión soldada entre la toma bancada-parallamas y los tubos de acero AISI 4130. Se utiliza entonces como herramienta a la mecánica de fractura lineal elástica para verificar la unión soldada más solicitada.

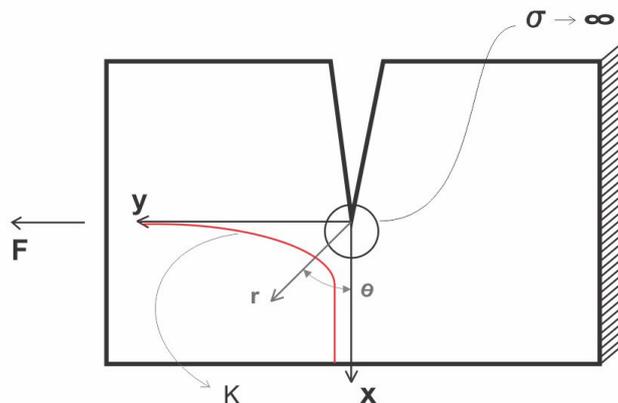


Figura 8.12: Perfil de tensiones de la MFLE en una grieta sometida al modo I o de apertura

En la región cercana al extremo de la grieta, las tensiones crecen de manera abrupta. Este fenómeno de crecimiento abrupto de un parámetro, cuyo valor tiende a infinito, es conocido generalmente como singularidad. La expresión 8.1 muestra el comportamiento teórico de las tensiones en la región cercana a la singularidad.



$$\sigma_{y(x)} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) \tag{8.1}$$

donde,  
 $K$  = factor de intensidad de tensiones.  
 Evaluando sobre el eje  $x$ , se tiene que

$$r = x$$

$$\theta = 0^\circ, \text{ siendo entonces; } f(\theta) = 1$$

Se obtiene así el perfil de tensiones normales en en función del eje  $x$

$$\sigma_{y(x)} = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \tag{8.2}$$

Para  $x \ll 1$ , es decir cerca del origen; es posible ajustar una curva, variando el factor de intensidad de tensiones, sobre los resultados obtenidos a través del método de los elementos finitos.

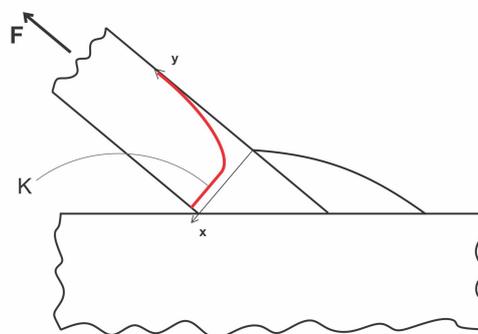


Figura 8.13: Analogía de la MFLE con una unión soldada

Al realizar la analogía entre la MFLE y la unión soldada se trata al cordón de soldadura como un concentrador de tensiones similar al existente en una grieta. Este tratamiento asume que la grieta existe en el tubo y estudia si bajo la acción de las cargas existentes la grieta propagará causando finalmente la falla del tubo y, por ende, de la unión.

Los resultados obtenidos del estudio por elementos finitos utilizados para efectuar este análisis no pueden estar basados en el criterio de la energía de distorsión. Sino que se debe utilizar la tensión principal máxima, verificando que la componente mayor se encuentre orientada en sentido de la directriz del tubo. Esto validaría que el tubo se encuentra sometido principalmente a esfuerzos normales.

**8.4.3.1. Criterio de falla**

Si el factor de intensidad de tensiones  $K$  es menor que la tenacidad a fractura del material  $K_c$ , entonces la grieta no propagará ante la acción de las sollicitaciones modeladas.

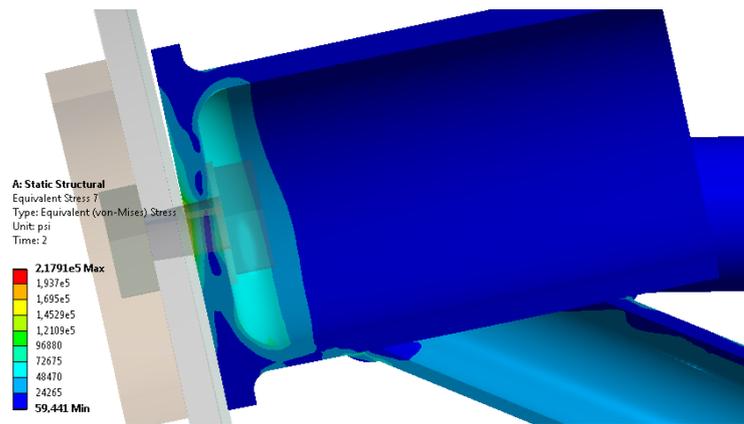
Material	$K_c(MPa\sqrt{m})$	$K_c(psi\sqrt{in})$
Acero AISI 4130 N	230	2,092 $e^5$

Cuadro 8.7: Tenacidad a fractura del Acero AISI 4130 N

#### 8.4.4. Resultados obtenidos

##### 8.4.4.1. En la toma bancada-parallamas a rotura

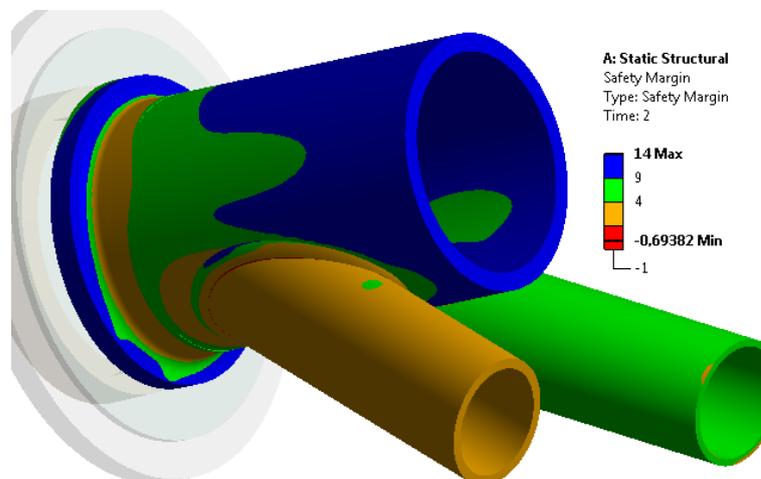
Se observa en la Figura 8.14 la pequeña separación mecánica existente entre la toma bancada-parallamas y la chapa parallamas. Esta separación se considera aceptable al ser resultado de la aplicación de la carga a rotura ( $J = 1,725$ ) en el caso de carga más crítico.



Nota: los resultados son para el CC#17 a carga última ( $J=1,725$ )

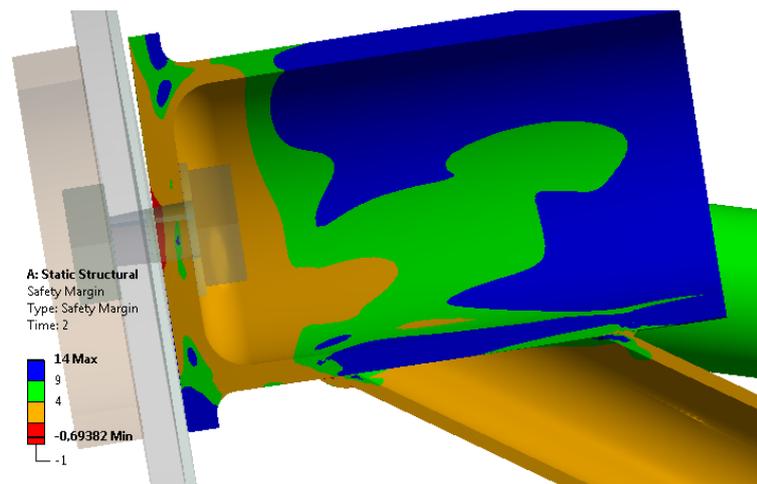
Figura 8.14: Tensiones equivalentes de von Mises a rotura en la toma bancada-parallamas #2

En las Figuras 8.15 y 8.16 se presentan los márgenes de seguridad existentes en la toma bancada-parallamas. Se observa que estos son en general elevados, excepto en la región de contacto con el bulón. Se desestiman estos resultados debido a que estos se encuentran en zonas de singularidad y el modelo no contiene las consideraciones de geometría y mallado para evaluar de manera precisa resultados en esas regiones.



Nota: los resultados son para el CC#17 a carga última ( $J=1,725$ )

Figura 8.15: Margenes de seguridad a rotura en la toma bancada-parallamas #2



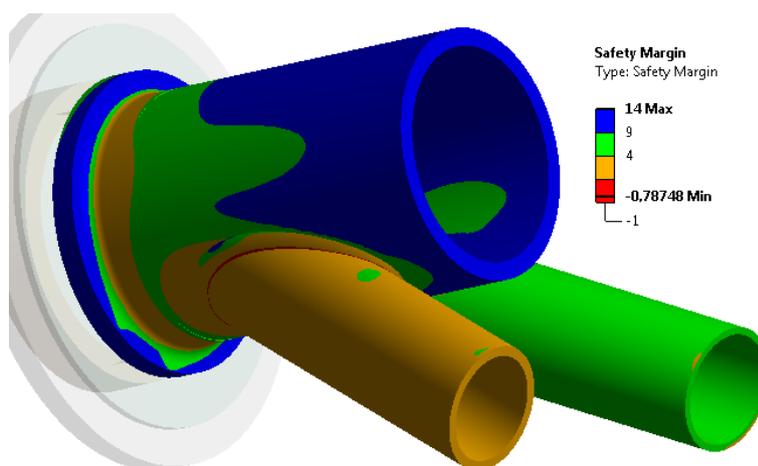
Nota: los resultados son para el CC#17 a carga última ( $J=1,725$ )

Figura 8.16: Vista en corte del margen de seguridad a rotura en la toma bancada-parallamas #2

En la vista en corte se observa que la región de la toma más alejada del bulón se encuentra poco solicitada. Por el contrario en la cercanía del cordón de soldadura; al tratarse de una región de singularidad, el margen de seguridad resulta ser menor a cero.

#### 8.4.4.2. En la toma bancada-parallamas a fluencia

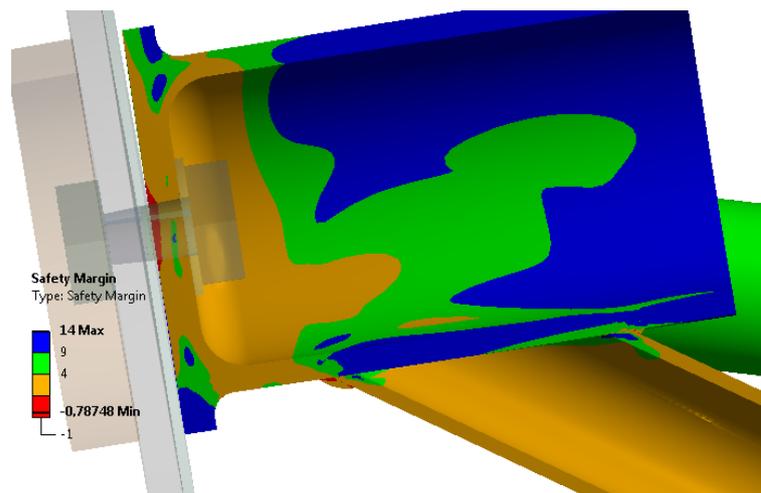
En las Figuras 8.17 y 8.18 se observan los márgenes de seguridad para el caso de carga crítica evaluados a fluencia. Los resultados son cualitativamente similares a los obtenidos a rotura. La toma bancada-parallamas contiene márgenes de seguridad elevados excepto en las zonas de singularidad antes detalladas.



Nota: los resultados son para el CC#17 a fluencia ( $J=1,35$ )

Figura 8.17: Márgenes de seguridad a fluencia en la toma bancada-parallamas #2.

La distribución del margen de seguridad a fluencia resulta ser muy similar a la Figura 8.16. Esta situación es de esperarse debido a que las condiciones de carga son, aunque menores, proporcionalmente idénticas.

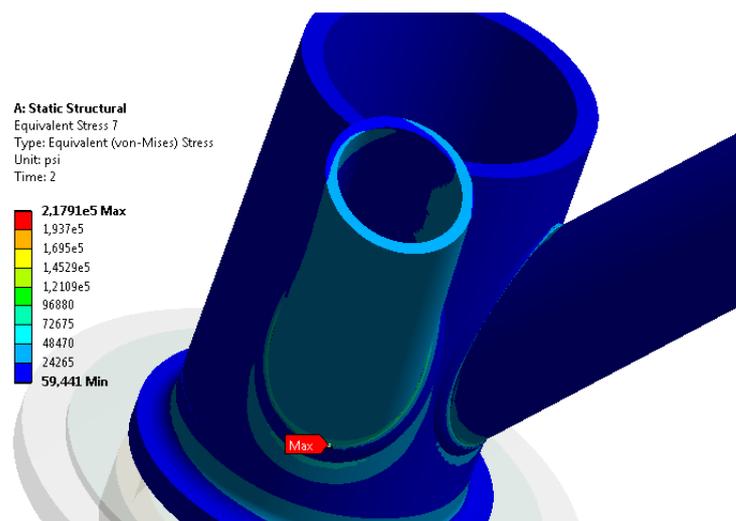


Nota: los resultados son para el CC#17 a fluencia ( $J=1,35$ )

Figura 8.18: Vista en corte del margen de seguridad a fluencia en la toma bancada-parallamas #2.

#### 8.4.4.3. En la unión soldada

Se realiza el estudio de la unión soldada mediante analogía a la mecánica de fractura lineal elástica en la región inmediata a la ubicación de la tensión máxima en el cordón de soldadura. Esta se presenta en el cordón de soldadura de el elemento tubular #2. En la Figura 8.19 se detalla la ubicación de la región analizada.



Nota: los resultados corresponden al CC#17 a rotura ( $J=1,725$ )

Figura 8.19: Ubicación de la tensión máxima equivalente de von Mises en la unión soldada entre el tubo #2 y la toma bancada-parallamas #2

Los resultados de tensión principal máxima encontrados en la línea considerada de la región de singularidad se presentan en la Figura 8.20.

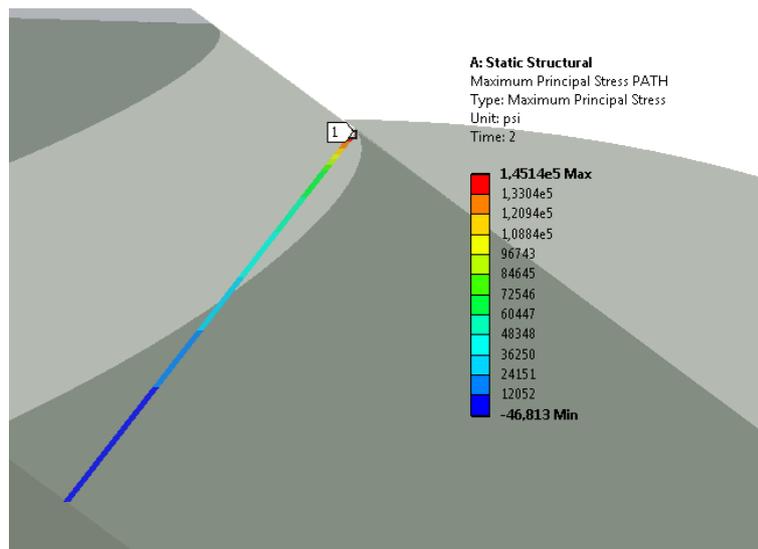


Figura 8.20: Tensiones principales máximas a lo largo del espesor del tubo #2 correspondiente a la soldadura más solicitada

Se extraen los resultados encontrados de la Figura 8.20 y se realiza el proceso de ajuste de la curva correspondiente a la ecuación 8.56. En la Figura 8.21 se observa la región cercana al origen de las tensiones obtenidas y la curva ajustada para estos niveles de tensión.

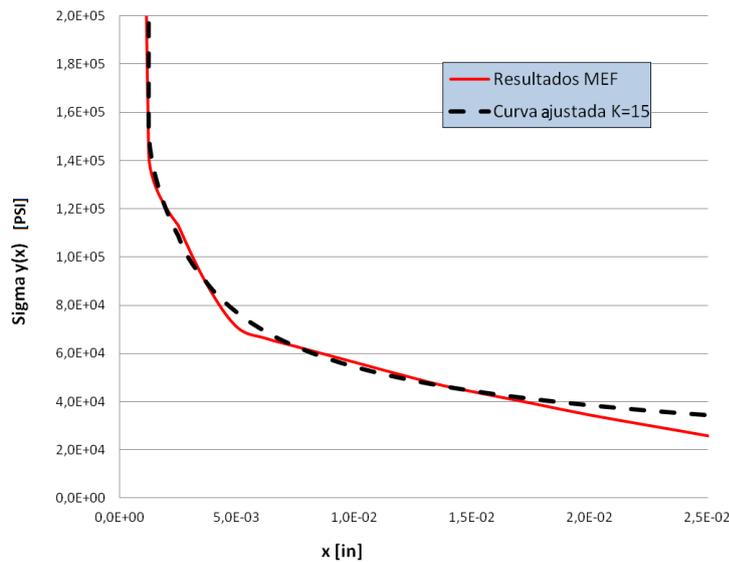


Figura 8.21: Perfil de las tensiones encontradas en el tubo de la toma bancada-parallamas #2 y la analogía a la MFLE

Factor de intensidad de tensiones $K [MPa\sqrt{m}]$	M.S.
15	14,33

Nota: M.S. considerado para el CC #17 a rotura ( $J=1,725$ )

Nota: M.S. considerado entre la toma bancada-parallamas #2 y el tubo #2

Cuadro 8.8: Margen de seguridad a carga última en el cordón de soldadura más solicitado

El factor de intensidad de tensiones ajustado para la primer parte de la curva obtenida por el método de los elementos finitos resulta ser menor que la tenacidad a fractura  $K_c$  del acero AISI 4130. Se tiene entonces que el margen de seguridad es amplio en la unión soldada más solicitada. Esto valida los métodos manuales utilizados durante la etapa de dimensionamiento de la bancada motor.

# Capítulo 9

## Estudios complementarios

### 9.1. Estudio dinámico preliminar

En este se realiza un estudio modal para encontrar las frecuencias naturales de la estructura propuesta. Sin embargo para analizar los resultados obtenidos, y asegurar preliminarmente que la bancada motor no presenta comportamientos dinámicos no deseados; se define el listado de las posibles fuentes de excitación presentes en el sistema para realizar una comparación con los resultados.

Una de las principales fuentes de excitación es el motor. Parte del espectro de frecuencias de dichas excitaciones queda definido por el rango de velocidades del motor, cantidad de cilindros y número de palas de la hélice. El motor opera en un rango de velocidades de 2000 a 2700 RPM (33,33Hz a 45 Hz).

#### 9.1.1. Teoría del análisis modal

Para realizar el análisis modal libre no amortiguado se plantea la ecuación general de movimiento y se elimina el término de amortiguamiento y de las fuerzas excitadoras. Se obtiene así la siguiente expresión

$$[M_g] (\ddot{d}) + [K_g] (d) = 0 \quad (9.1)$$

donde,

$[M_g]$  = matriz de masa del sistema;

$(\ddot{d})$  = vector de aceleraciones nodales;

$[K_g]$  = matriz de rigidez global del sistema; y

$(d)$  = vector de desplazamientos nodales.

Planteando la solución para los desplazamientos nodales de la forma

$$d = A \sin(\omega t) \quad (9.2)$$

obteniendo además la velocidad nodal  $\dot{d}$  y la aceleración nodal  $\ddot{d}$

$$\dot{d} = A \omega \cos(\omega t) \quad (9.3)$$

$$\ddot{d} = -A \omega^2 \sin(\omega t) \quad (9.4)$$

Sustituyendo en la ecuación 8.57 y operando se obtiene

$$[(K_g) - \omega^2 (M_g)] = 0 \quad (9.5)$$

Resolviendo el problema de determinantes se obtienen las frecuencias que anulan la rigidez dinámica  $[(K_g) - \omega^2 (M_g)]$  de la estructura. Al disminuir o anular la rigidez dinámica las magnitudes de aceleración, velocidad y desplazamientos nodales se incrementan.



### 9.1.2. Listado de las posibles excitaciones

Dada la arquitectura del motor Avco Lycoming O-320A son posibles las siguientes fuentes de excitación.

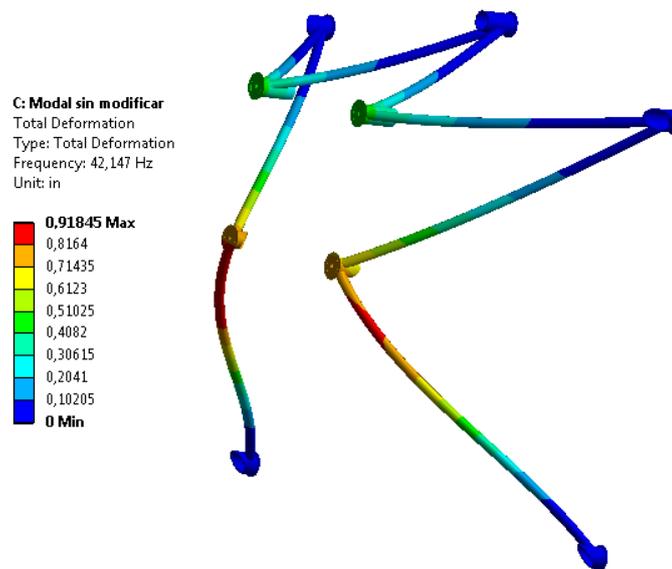
1. Como consecuencia del ciclo de trabajo del motor, es posible que exista un momento torsor variable, en el rango de frecuencias entre 33 a 45 HZ.
2. Dada la disposición opuesta de los cilindros, es posible esperar excitaciones laterales debidas a pequeños desbalances de masa y diferencias en la combustión. El rango de frecuencias para esta excitación es de 33 a 45 Hz.
3. Si bien la configuración de los cilindros es “opuesta”, estos se encuentran desplazados uno respecto del otro según una dirección paralela al eje del cigüeñal. Momentos laterales en frecuencias de 33 a 47 Hz pueden ser esperados.
4. Desbalances en la hélice puede producir fuerzas y momentos verticales y laterales a frecuencias entre 33 a 45 Hz.
5. Efectos de interferencia aerodinámica, considerando una hélice de 2 palas, pueden introducir fuerzas axiales y momentos verticales y laterales a frecuencias entre 66 y 90 Hz.
6. La presencia de un generador eléctrico solidario al motor puede introducir pequeños desbalances en dicho elemento en un rango de frecuencias de  $33 \cdot P$  hasta  $45 \cdot P$  Hz.  $P$  es la relación de transmisión, la cual para el motor O-320-A es de 2,5:1. El rango de frecuencias entonces resultantes es entre 82,5 a 112,5 Hz.
7. Durante el proceso de arranque el motor barre un rango de velocidades que va desde 0 RPM hasta el ralenti (2000 RPM). En caso de encontrarse un modo natural en el rango de 0 a 33 Hz, se asumirá que la tasa de cambio de la velocidad angular es lo suficientemente elevada como para que las amplitudes no alcancen a desarrollarse.

### 9.1.3. Modos y frecuencias encontradas en la estructura

Luego de llevado a cabo el análisis modal con el modelo MEF de los estudios previos, los siguientes modos y frecuencias naturales son encontrados:

1. 42 Hz. Modo en flexión vertical del conjunto.
2. 56 Hz. Modo en torsión del conjunto.
3. 121 Hz. Modo axial del conjunto.
4. 327 Hz. Modo en flexión de la barra media derecha.
5. 329Hz. Modo en flexión de las barras izquierdas inferior y media
6. 330 Hz. Modo en flexión de un grupo de barras. Principalmente la inferior derecha.
7. 333 Hz. Modo en flexión de las barras medias derecha e izquierda.
8. 335 Hz. Modo en flexión de la barra inferior izquierda.
9. 338 Hz. Modo en flexión de la barra inferior derecha.
10. 343 Hz. Modo en flexión de un grupo de barras. Inferiores y medias.
11. 345 Hz. Modo en flexión de un grupo de barras. Principalmente la barra izquierda media.
12. 470 Hz. Modo en flexión de la barra superior derecha.

Del estudio llevado a cabo se determina que el primer modo de oscilación natural se encuentra en el medio del rango de frecuencia operacional del motor. El primer modo, cuya frecuencia de amplitud máxima es de 42 Hz, se encuentra en el rango operacional del motor.



Nota: la deformación está ampliada en un factor 2,7x.

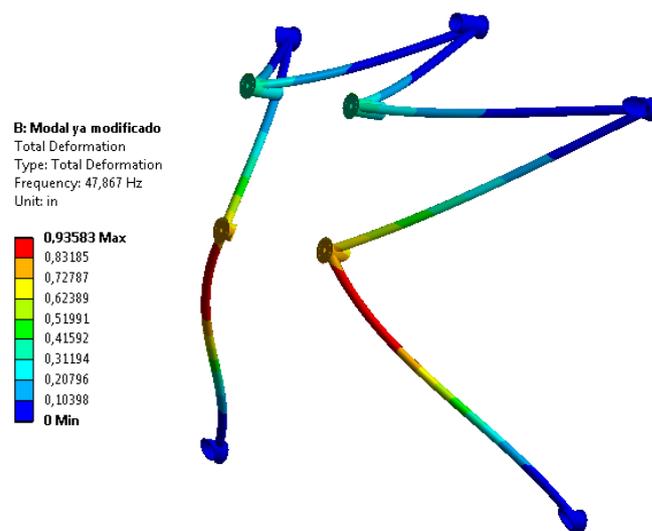
Figura 9.1: Modo de oscilación natural #1 encontrado

Se observa que este primer modo corresponde a la flexión vertical de la bancada en conjunto con el motor. Se propone rigidizar los tubos cuyos espesores son de 0,035". Por lo tanto se llevan los espesores de estos tubos a 0,049", siendo finalmente todos los espesores iguales. La intención es provocar un aumento de las frecuencias naturales de los primeros modos y colocar al primer modo de oscilación por encima de los 45 Hz.

#### 9.1.4. Modos y frecuencias para la nueva configuración

Para la nueva configuración de la estructura se obtuvieron los siguientes frecuencias de oscilación natural:

1. 48 Hz. Modo en flexión vertical del conjunto.
2. 64 Hz. Modo en torsión del conjunto.
3. 126 Hz. Modo axial del conjunto.
4. 314 Hz. Modo en flexión de las barras inferiores.
5. 317 Hz. Modo en flexión de las barras inferiores.
6. 318 Hz. Modo en flexión de las barras inferiores.
7. 323 Hz. Modo en flexión de las barras inferiores.
8. 331 Hz. Modo en flexión de la barra media derecha.
9. 334 Hz. Modo en flexión de las barras medias izquierda y derecha.
10. 341 Hz. Modo en flexión de la barra media derecha.
11. 345 Hz. Modo en flexión de la barra media izquierda.
12. 446 Hz. Modo en flexión de la barra superior derecha.

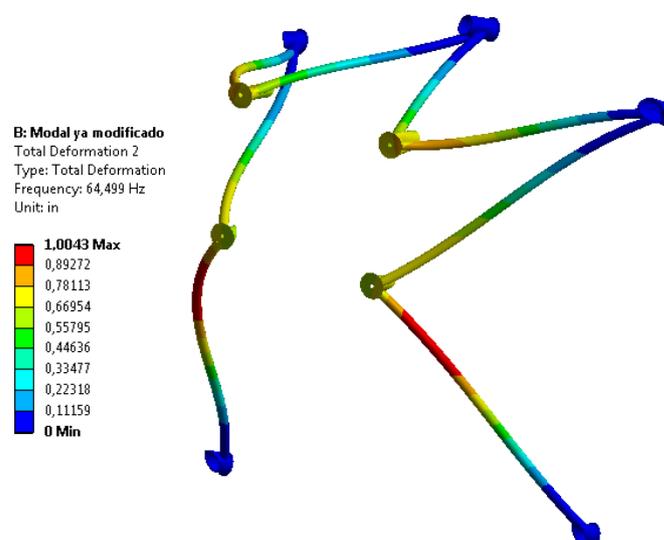


Nota: la deformación está ampliada en un factor 2,7x.

Figura 9.2: Modo de oscilación natural #1 para la nueva configuración

Estrictamente no se encuentra ningún modo de oscilación natural dentro del rango de frecuencias de las posibles excitaciones mecánicas. Sin embargo, la cercanía de las frecuencias naturales indica que es recomendable realizar un estudio dinámico en profundidad para conocer como se desarrollan las amplitudes de manera precisa en el rango de las frecuencias excitadoras.

Los picos de amplitudes encontrados con el análisis modal pueden poseer amplitudes relativamente altas en la cercanía de las frecuencias naturales determinadas. Esto se debe a que generalmente las amplitudes no crecen de manera espontanea; sino que estas poseen cierto desarrollo en el dominio de la frecuencia.



Nota: la deformación está ampliada en un factor 2,7x.

Figura 9.3: Modo de oscilación natural #2 para la nueva configuración



Nota: la deformación está ampliada en un factor 2,7x.

Figura 9.4: Modo de oscilación natural #3 para la nueva configuración

Un estudio dinámico para determinar las amplitudes en todo el rango de frecuencias en que la bancada motor es excitada puede realizarse determinando la función de respuesta en frecuencia de la estructura. Un ejemplo de una función respuesta en frecuencia típica se muestra en la Figura 9.5; sin embargo esta verificación, junto con el diseño de los aisladores mecánicos se encuentra fuera del alcance planteado para este trabajo final de grado.

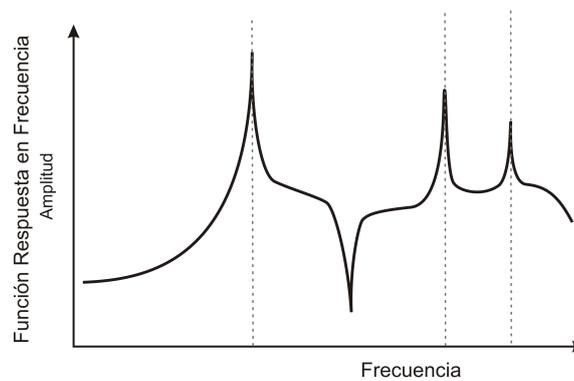


Figura 9.5: Función respuesta en frecuencia típica

## 9.2. Estudio de durabilidad

La fatiga es el proceso de cambio estructural progresivo que ocurre en un material sometido a condiciones que producen tensiones fluctuantes.

Si se aplica una carga en una muestra de algún material, y la tensión producida no excede el límite elástico del material; la muestra vuelve a su estado inicial al retirar la carga. Esta carga puede ser repetida muchas veces sin producir un detrimento de las propiedades de la muestra, siempre y cuando la carga caiga en el rango elástico del material. Esta conclusión es correcta para cargas repetidas, incluso unos pocos cientos de veces. Sin embargo no es correcta para cargas repetidas miles o incluso millones de veces. En tales casos, se reconoce que la muestra fallará a tensiones inferiores que las requeridas para producir la rotura o la fluencia cuando la carga es aplicada de una sola vez. Este fenómeno se conoce como fatiga.

La falla por fatiga se caracteriza por tener tres estados de vida

1. Iniciación de la grieta
2. Propagación de la grieta
3. Fractura final

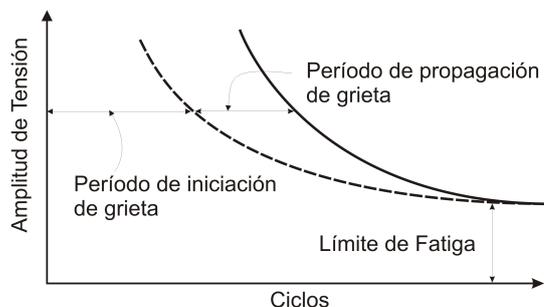


Figura 9.6: Diagrama S-N y las etapas de la falla por fatiga

La vida a fatiga es usualmente clasificada según el número de ciclos de carga en

- Fatiga de bajo ciclaje: donde  $N < 10^3$ .
- Fatiga de alto ciclaje: donde  $N > 10^3$ .
  - Vida finita:  $10^3 < N < 10^6$ .
  - Vida infinita: en general donde  $N > 10^6$ .

### 9.2.1. Métodos de estimación de vida a fatiga

La falla por fatiga es un fenómeno mucho más complicado que la falla estática, debido a que varios factores de origen más complicados deben ser tomados en cuenta. Además, los ensayos para obtener las propiedades a fatiga de los materiales son más complicados y consumen mucho más tiempo que los ensayos estáticos.

Los métodos de estimación de vida a fatiga intentan determinar la vida (número de ciclos de carga) que un elemento soportara hasta la falla. Hay tres grandes métodos, los cuales son más acertados algunos que otros para ciertos tipos de carga y para ciertos materiales. Estos son:

- Iniciación de grieta
  - El método de tensión-vida ( $\sigma - N$ ) para alto ciclaje.
  - El método de deformación vida ( $\varepsilon - N$ ) para bajo ciclaje.
- Propagación de grieta
  - Mecánica de la fractura lineal elástica (*MFLE*).



El número total de ciclos hasta la falla es la suma de los ciclos de las dos etapas iniciales del proceso de fatiga.

$$N_f = N_i + N_p \quad (9.6)$$

donde,

$N_f$  = número de ciclos totales hasta la falla;

$N_i$  = número de ciclos hasta la iniciación de grieta; y

$N_p$  = número de ciclos en la propagación de la grieta.

### 9.2.1.1. El método de tensión-vida $\sigma - N$

Este tipo de falla por fatiga ocurre bajo condiciones de tensión bajas aplicadas en una alta cantidad de ciclos. Estudios consideran a esta condición de falla por encima de los  $10^3$  ciclos. Se utiliza un enfoque donde la caracterización de la tensión es relevante para la estimación de la vida a fatiga, sin embargo no otorga explicación de por qué la fatiga ocurre en primera instancia. En diseño, las condiciones de tensión son estimadas y utilizadas para valorar la durabilidad del componente o estructura. Para esto se determina la resistencia de los materiales bajo la acción de cargas fatigantes. Especímenes son sujetos a fuerzas de magnitudes específicas mientras se cuentan los ciclos hasta la rotura. Para establecer la resistencia del material a fatiga muchas pruebas deben realizarse, debido a la naturaleza estadística del fenómeno de fatiga.

Debido al requerimiento de la estructura de la bancada motor de poseer gran durabilidad, es decir, gran cantidad de ciclos hasta la falla, es el enfoque utilizado para estimar su vida a fatiga.

## 9.2.2. Consideraciones a tener en cargas fluctuantes

### 9.2.2.1. Cargas de amplitud constante y no constante

Los tipos de carga clasificados según su amplitud pueden ser de

1. Amplitud constante
2. Amplitud no constante

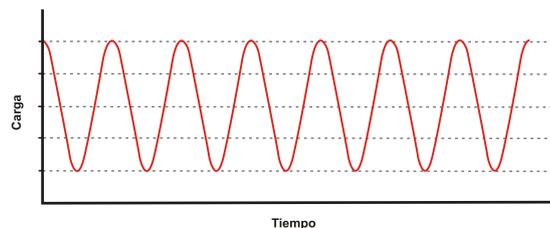


Figura 9.7: Carga de amplitud constante

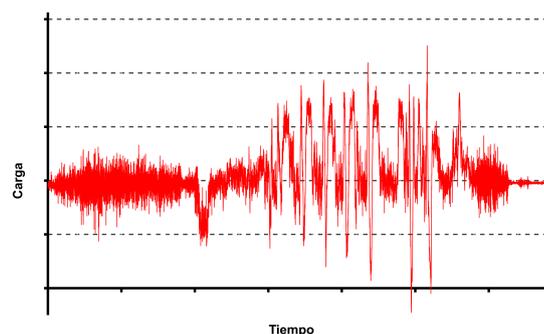


Figura 9.8: Carga de amplitud no constante

Todas las estructuras y componentes que están ciclados pueden fallar por fatiga. Cuando se tiene información y datos de entrada limitados, el análisis de fatiga utilizando cargas de amplitud constante es un modo simple y rápido para estimar la vida de un componente.

**9.2.2.2. Cargas proporcionales y no proporcionales**

Durante la aplicación de cargas cíclicas a lo largo del tiempo, la magnitud de las tensiones resultantes varía también con el tiempo; por lo tanto el tamaño del círculo de Mohr también lo hace.

En algunos casos, aún cuando el tamaño del círculo de Mohr varíe con el tiempo, la orientación de los ejes de las tensiones principales permanece fija. Cuando esto sucede se dice que la carga es proporcional. Sin embargo en otros casos, las direcciones de los ejes de las tensiones principales rotan durante la aplicación de una carga cíclica. Este fenómeno se conoce como carga no proporcional.

A modo de ejemplificar y entender el fenómeno tomemos el caso de un eje sujeto a una fuerza de tracción  $P$  y un momento torsor  $T$ , ambas de magnitud variable como se observa en la Figura 9.9.

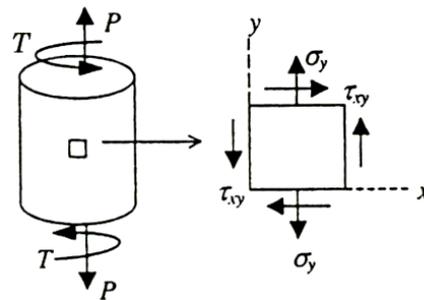


Figura 9.9: Cargas cíclicas en un eje

En el caso de las cargas proporcionales,  $T$  y  $P$  estas son aplicadas en fase, es decir que tensiones normales y de corte crecen y decrecen simultáneamente. Entonces la razón entre la tensión normal  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  se mantiene constante. De esta manera, el círculo de Mohr se ve modificado en magnitud pero el ángulo de las tensiones principales  $2\alpha$  no, como puede observarse en la Figura 9.10 para  $t = 2$  y  $t = 3$ .

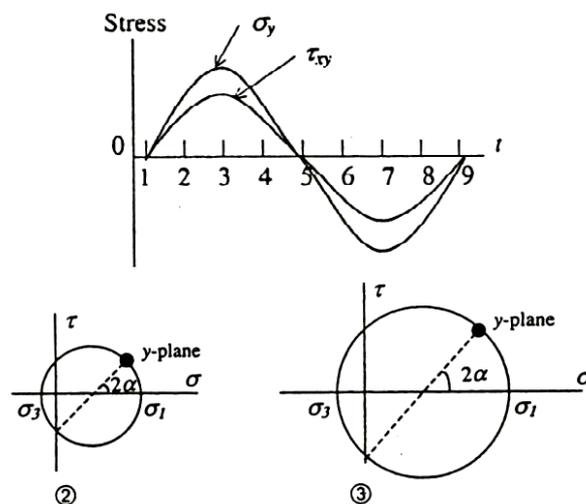


Figura 9.10: Círculo de Mohr debido a cargas cíclicas proporcionales

En el caso de las cargas no proporcionales, las cargas están desfasadas. Por lo tanto la razón  $\sigma_y/\tau_{xy}$  no se mantiene constante, sino que varía durante el ciclo de carga al igual que la Figura 9.11. Esto logra que la orientación de los ejes principales no se mantenga constante a lo largo del ciclo, modificando el ángulo  $2\alpha$  constantemente como se observa desde  $t = 1$  hasta  $t = 3$  en la Figura 9.11.

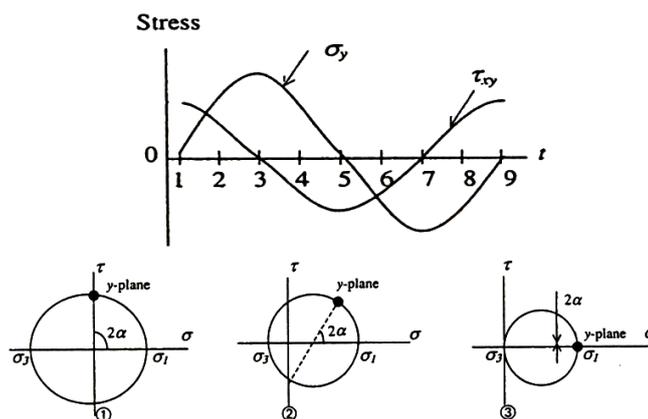


Figura 9.11: Círculo de Mohr debido a cargas cíclicas no proporcionales

### 9.2.2.3. Biaxialidad del estado tensional

Para emplear modelos para análisis de durabilidad se debe establecer si las condiciones tensoriales resultantes son mayormente uniaxial. En caso de serlo, los modelos sencillos basados en probetas de ensayo a flexión y a carga axial son utilizables, ya que los resultados de estos ensayos corresponderán con los de los tubos de la bancada motor. Este método para corroborar es práctico debido a que los modelos para fatiga multiaxial son complejos y difíciles de aplicar.

Para estudiar y determinar si el estado tensorial es mayormente uniaxial se utiliza el coeficiente de biaxialidad. Para un estado tensorial dado, el cual puede representarse por el tensor de tensiones cuyos elementos en la diagonal son las tensiones principales ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ ); el coeficiente de biaxialidad se define de la siguiente manera

$$\text{Coeficiente de biaxialidad} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \quad (9.7)$$

donde,

$\sigma_1$  = tensión principal de valor absoluto mayor; y

$\sigma_3$  = tensión principal menor.

Una infinidad de resultados pueden obtenerse, sin embargo, tres de ellos son de interés particular.

1. Un coeficiente de biaxialidad igual a 1, corresponde a un estado biaxial puro, en donde  $\sigma_1 = \sigma_3$ .
2. Un coeficiente de biaxialidad igual a 0, corresponde a un estado uniaxial total, en donde  $\sigma_3 = 0$ .
3. Un coeficiente de biaxialidad igual a -1, corresponde a un estado de corte puro, en donde  $\sigma_3 = -\sigma_1$ .

En la siguiente figura se puede interpretar de mejor manera estos 3 posibles resultados.

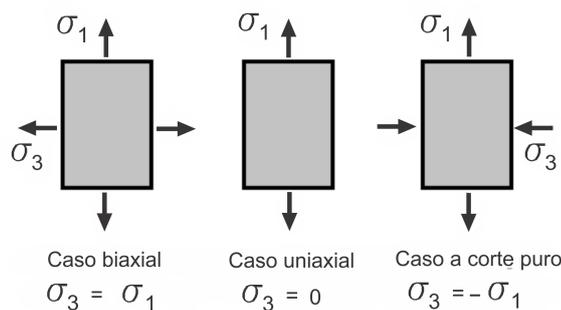


Figura 9.12: Estado biaxial, uniaxial o de corte puro



### 9.2.3. Caracterización de las tensiones variables alternadas de amplitud constante

Los siguientes definiciones se utilizan para caracterizar diferentes estados o tipos de tensiones fluctuantes.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \text{tensión media} \quad (9.8)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \text{amplitud de tensión} \quad (9.9)$$

$$\sigma_r = \|\sigma_{max} - \sigma_{min}\| = \text{rango de tensión} \quad (9.10)$$

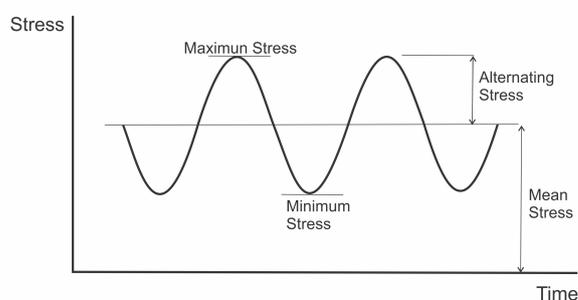


Figura 9.13: Carga fluctuante en el tiempo

Las tensiones fluctuantes periódicas pueden caracterizarse completamente mediante el uso de  $\sigma_a$  y  $\sigma_m$ . También se pueden definir otros parámetros como la relación de tensión  $R$ , y la relación de amplitud  $A$ . Especialmente la relación de tensión es ampliamente utilizada para la confección de las curvas S-N de los materiales.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (9.11)$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (9.12)$$

#### Tipos de tensiones fluctuantes de amplitud constante

##### 1. Tensión completamente reversible

a)  $\sigma_m = 0$

b)  $\sigma_a = \sigma_{max}$

##### 2. Tensión repetitiva

a)  $\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{max}}{2}$

##### 3. Tensión fluctuante general

a) Esquemática en la figura

b)  $\sigma_m \neq \sigma_a \neq 0$

c)  $\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$

$$d) \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

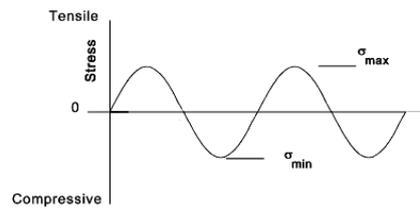


Figura 9.14: Carga totalmente reversible

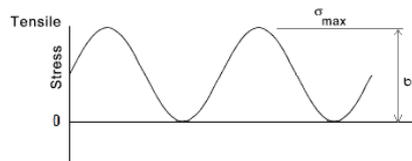


Figura 9.15: Carga tipo repetitiva

### 9.2.4. Criterio de Goodman

Los aceros poseen una tensión límite de vida infinita con lo cual es posible adoptar el criterio de vida infinita al momento de dimensionar los tubos de la bancada motor. Para esto, algún criterio debe emplearse para definir los márgenes de seguridad de cada tubo.

Según el criterio de Goodman

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_a^{eqv}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{tu}} = 1 \tag{9.13}$$

donde,

$\sigma_a^{eqv}$  = tensión alternante equivalente.

Utilizaremos la tensión alternante equivalente para obtener un margen de seguridad entre esta y la tensión límite de fatiga del material. La tensión alternante equivalente se obtiene a partir de la ecuación de Goodman para un tipo de carga definido por  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$ . Esta tiene la característica de imponer el mismo daño en la estructura que el estado “real” ( $\sigma_a$  y  $\sigma_m$ ) actuante.

Se puede representar gráficamente la ecuación de Goodman a través de la siguiente figura.

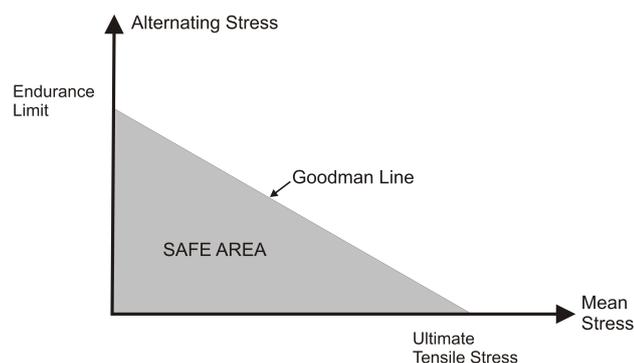


Figura 9.16: Diagrama de Goodman típico para la zona en tracción

### 9.2.5. Tensión límite de fatiga del acero AISI 4130N

Determinar el límite de fatiga es importante para los diseñadores de máquinas y elementos que están sujetos a fatiga de alto ciclaje. La práctica más comúnmente utilizada es mantener y asegurar los niveles de tensión por debajo de la tensión límite de fatiga del material.

La tensión límite de fatiga es leída del diagrama de Wöhler, la cual fue concebida originalmente para los aceros.

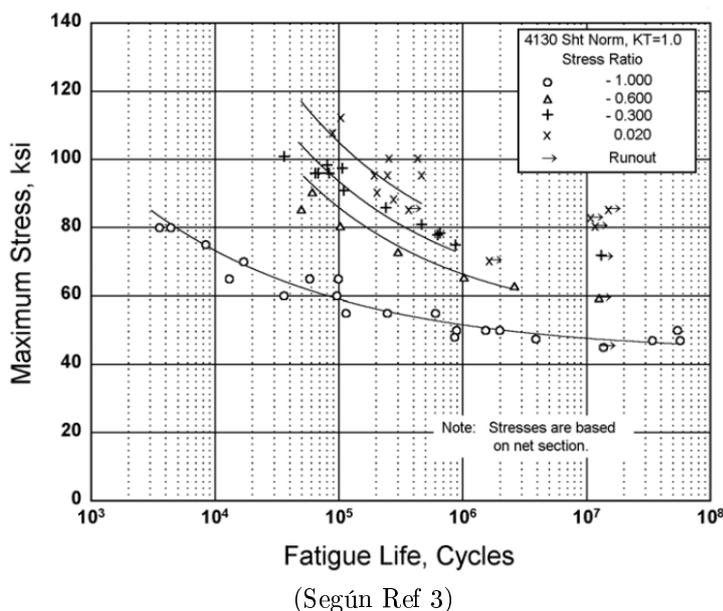


Figura 9.17: Diagrama S-N para el acero 4130N

#### Información sobre la Figura

- Producto: hoja, espesor de 0.075 in
- Detalles del espécimen:
  - Unnotched - Sin entalla.
- Condición de la superficie: Electropulida
- Parámetros de testeo:
  - Carga axial
  - Frecuencia: 1100-1800 cpm
  - Temperatura: ambiente
  - Medio ambiente: aire
- Tamaño del ensayo: 23

#### 9.2.5.1. Factores que modifican la tensión límite de fatiga

El límite de fatiga es obtenido de las curvas del diagrama  $S - N$ , sin embargo, los ensayos que producen esas curvas están bajo condiciones controladas. No es realista esperar que la pieza o elemento tenga el mismo límite de fatiga operando bajo condiciones diferentes a las que había en los ensayos para la obtención del diagrama de Wöhler.

La tensión límite de fatiga modificada  $\sigma_e$  será entonces

$$\sigma_e = k_{load} * k_{size} * k_{surf} * k_{temp} * k_{rel} * \sigma_e' \quad (9.14)$$



donde,

$\sigma'_e$  = tensión límite de fatiga de ensayo

Los factores son entonces los siguientes:

- Factor por el tipo de carga ( $k_{load}$ ):
  - Para cargas combinadas  $k_{load} = 1$
- Factor de tamaño ( $k_{size}$ ): las partes más grandes fallarán a tensiones mas bajas. Esto se debe a la mayor probabilidad de encontrar defectos en componentes más grandes.
  - Para componentes no rotantes: usar el diámetro equivalente.
  - $A_{95} = 0,0766 * d^2$
  - $d_{equiv} = \left(\frac{A_{95}}{0,0766}\right)^{1/2}$
  - $k_{size} = 0,869 * (d_{equiv})^{-0,097}$
  - $k_{size} = 0,909$
- Factor de superficie ( $k_{surf}$ ): el objeto de ensayo tiene la condición de superficie pulida. Sin embargo muchos componentes no tienen esta condición. Arañazos e imperfecciones actúan como concentradores de tensiones y reducen la vida a fatiga del componente. De la Figura 9.18 se extrae el valor para el factor de superficie.
  - Para un material con tensión última ( $\sigma_{tu}$ ) = 95ksi
  - Superficie en condición de pulido comercial.
  - $k_{surf} = 0,9$
- Factor de temperatura ( $k_{temp}$ ): la alta temperatura reduce la vida a fatiga de un componente.
  - $k_{temp} = 1$ , para  $T < 450^\circ\text{C}$
- Factor de confianza ( $k_{rel}$ ): este toma en cuenta la incertidumbre en las propiedades de los materiales.
  - $k_{rel} = 1$

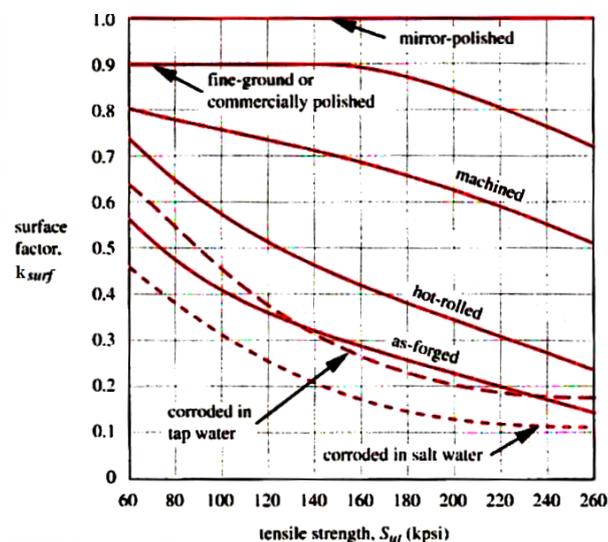


Figura 9.18: Factor de superficie para la tensión límite de fatiga



Teniendo en cuenta todos estos factores obtenemos,

$$\sigma_e = 0,818 * \sigma'_e \quad (9.15)$$

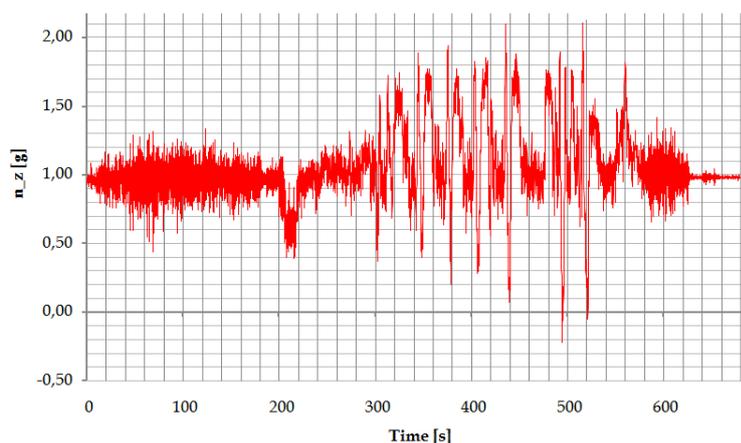
Del diagrama de Wöhler (Figura 9.17) se obtiene que  $\sigma'_e = 47ksi$ . Finalmente utilizaremos para obtener los márgenes de seguridad a vida infinita una tensión límite de fatiga modificada

$$\sigma_e = 38,47ksi$$

### 9.2.6. Cargas fluctuantes analizadas

Para dimensionar la estructura de la bancada a vida infinita se necesitan conocer las tensiones reales esperadas durante la misión de la aeronave. De mediciones reales de una aeronave cuya misión es prestar servicios de fumigación, se define un perfil de misión para nuestra aeronave.

En la Figura 9.19 se observa el factor de carga normal  $n_z$  en función del tiempo para una aeronave fumigadora. Se pueden diferenciar las etapas de carreteo, despegue, ascenso, las sucesivas maniobras propias de los fumigadores, el aterrizaje y el carreteo antes de la parada.



(Según Ref 7)

Figura 9.19: Señal completa del factor de carga normal versus tiempo

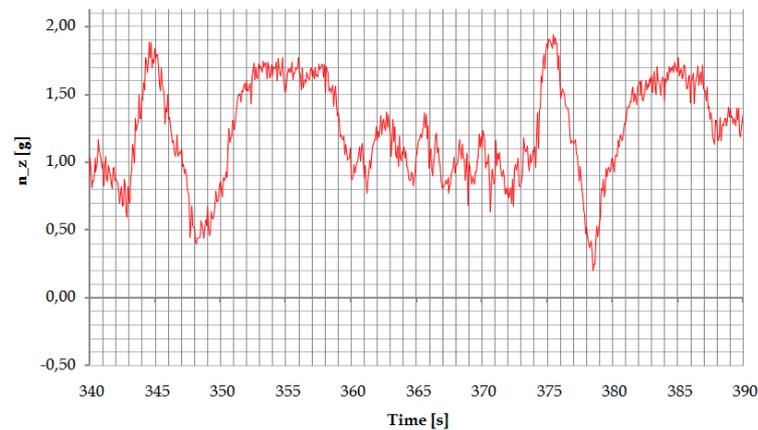
Se destaca como la aeronave está la mayor parte del tiempo en una banda alrededor del factor de carga unitario. En la misión realizada la aeronave genera picos y valles en el factor de carga normal durante las maniobras que realiza durante el fumigado.

Para definir los ciclos de carga a utilizar se define la misión según tres variables de la aeronave a lo largo del tiempo. Se consideran que las cargas resultantes son por acción del empuje, el torque motor y el factor de carga normal.

El empuje es inicialmente cero al iniciar la misión debido a no tener giro de la hélice en cabecera de pista. Es máximo (estático) al momento de presionar los frenos y ubicar el acelerador al máximo. A partir de allí irá decreciendo a medida que la aeronave tome velocidad y se coloque el acelerador en posición de crucero. Para iniciar el descenso el empuje se reduce para finalmente tomar el valor nulo una vez finalizado el aterrizaje.

El torque motor tiene un comportamiento similar al del empuje a lo largo del tiempo de la misión definida; variando entre los valores nulo, máximo (estático) y de crucero.

El factor de carga normal se considera unitario en todo momento excepto durante la maniobra considerada. La maniobra inicia al tirar de la palanca para reducir velocidad y ganar altura, posteriormente se realiza un viraje conocido como caída de ala para luego restablecer a factor de carga constante a la altura de fumigado. Durante la pasada de fumigado el factor de carga está en una banda con media alrededor de la unidad. El factor de carga desarrollado en la maniobra se detalla en la Figura 9.20.



(Según Ref 7)

Figura 9.20: Señal del factor de carga normal versus tiempo en las maniobras de fumigación

En función del análisis llevado a cabo en las variables recién comentadas, un perfil de misión es definido para estimar la durabilidad de la estructura. Se representa gráficamente en la Figura 9.21 el perfil de misión obtenido de manera cualitativa al graficar el empuje producido por la hélice, el torque motor y el factor de carga normal. Al definir el perfil de misión se considera que las maniobras son realizadas en la etapa de vuelo en crucero, donde los valores del empuje y el torque prácticamente no son modificados.

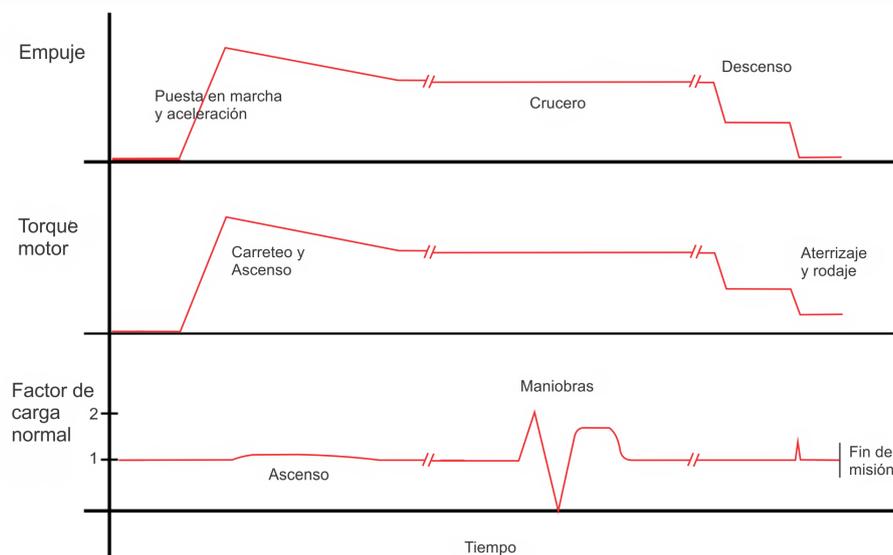


Figura 9.21: Perfil de misión definido para el empuje, torque motor y factor de carga normal

### 9.2.6.1. Interpretación del perfil de misión

Al analizar el empuje y el torque motor definido en la misión de la aeronave, se observa que ambas tienen un comportamiento monótonico a lo largo de la misión. Por lo tanto es posible definir un ciclo de carga entre los valores máximos (estáticos) y los valores nulos de ambos. Ambos casos de carga que definen el ciclo #1 se encuentran a factor de carga unitario.

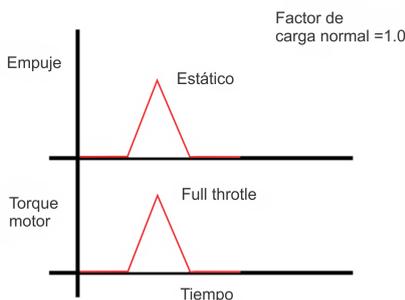


Figura 9.22: Ciclo de carga #1: Empuje y torque motor

Para interpretar la maniobra contemplada en el perfil de misión, el factor de carga normal de la aeronave es la variable representativa. La maniobra puede representarse mediante dos ciclos de cargas. El segundo ciclo corresponde a la primera etapa de la maniobra entre el factor de carga máximo alcanzado al inicio de la maniobra ( $n_z = 2$ ) y el factor de carga mínimo alcanzado ( $n_z = 0$ ). El tercer ciclo corresponde a la segunda etapa de la maniobra, el restablecimiento a factor de carga constante ( $n_z = 1,7$ ). Como se definió anteriormente, durante las maniobras el empuje y el torque motor continúan con sus respectivos valores de crucero.

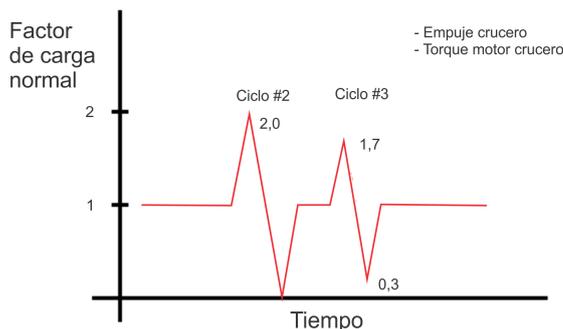


Figura 9.23: Ciclo de carga #2 y #3: Maniobra

9.2.6.2. Listado de cargas para evaluar la durabilidad

Ciclo #1	Caso #	Fx [lbs]	Fz [lbs]	Mx [inlbs]
	1		-31,72	
	2	988,81	-31,72	-3496,05

Nota: Las cargas están definidas según el perfil de misión a  $J = 1$

Cuadro 9.1: Cargas a evaluar en el ciclo #1: Empuje y torque motor estáticos a  $n_z = 1$

Ciclo #2	Caso #	Fx [lbs]	Fz [lbs]	Mx [inlbs]
	1	816,24		-2622,03
	2	816,24	-63,44	-2622,03

Nota: Las cargas están definidas según el perfil de misión a  $J = 1$

Cuadro 9.2: Cargas a evaluar en el ciclo #2: Primer etapa de la maniobra



Ciclo #3	Caso #	Fx [lbs]	Fz [lbs]	Mx [inlbs]
	1	816,24	-9,52	-2622,03
	2	816,24	-53,02	-2622,03

Nota: Las cargas están definidas según el perfil de misión a  $J = 1$

Cuadro 9.3: Cargas a evaluar en el ciclo #3: Segunda etapa de la maniobra

### 9.2.7. Resultados obtenidos

Con determinar el valor de la tensión alternante equivalente más elevada en cada elemento tubular y compararlo con la tensión límite de fatiga modificada se obtiene el margen de seguridad a vida infinita. En caso de ser mayor a cero el margen de seguridad, se asegura que no habrá nucleación de grieta en ningún elemento aún cuando infinitas misiones sean realizadas.

Elemento #	M.S.
1	5,16
2	Amplio
3	Amplio
4	Amplio
5	Amplio
6	7,50
7	7,21
8	7,24

Nota: M.S. en referencia a la tensión  $\sigma_e = 38,47ksi$  y a  $J = 1$

Cuadro 9.4: Margen de seguridad a vida infinita

Como durante la vida operacional de la aeronave habrá un número finito de misiones y los márgenes de seguridad encontrados a  $J=1$  son mayores a cero, la estructura no debería presentar novedades en lo que respecta a su durabilidad.



## Capítulo 10

# Configuración final de la bancada motor

Debido a que la estructura de la bancada motor ha sufrido cambios a lo largo del trabajo, se presenta a continuación las características y propiedades de los tubos, chapas y piezas mecanizadas que en conjunto conforman la bancada motor. En la Figura 10.1 se presenta la geometría y configuración final de la bancada motor.

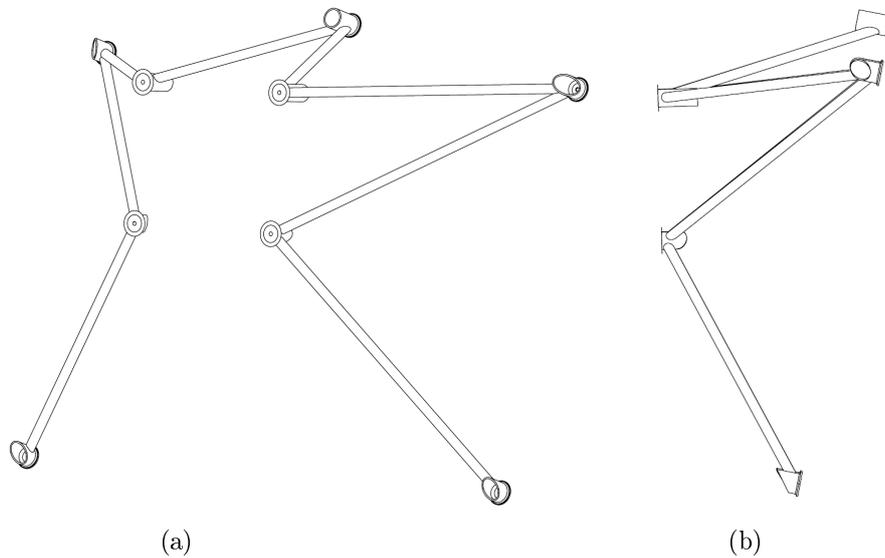
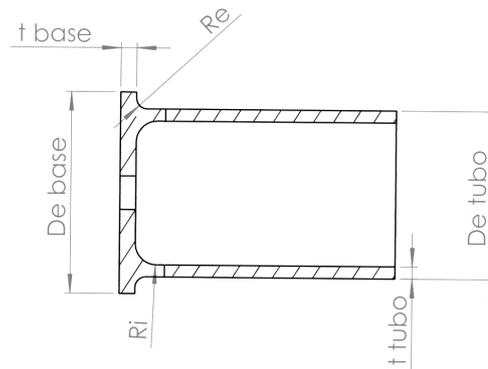


Figura 10.1: Esquema final de la bancada motor

Con respecto a la geometría presentada al inicio del Capítulo 8, esta posee ajustes en los espesores  $t_{base}$  y  $t_{tubo}$  propuestos durante la verificación por el método de los elementos finitos. En la Figura 10.2 se detallan los parámetros geométricos finales a presentar de las tomas de sujeción y tubos de la bancada motor. Además, se presentan los pesos discriminados individuales de cada tubo y toma de sujeción. Por último, el peso final de la bancada motor se presenta sin consideración de los accesorios extras como los bulones, arandelas, tacos de motor (aisladores); ya que estos, aunque son necesarios para la instalación y operación de la misma, poseen diferentes números de parte.



Nota: las cotas presentadas se utilizarán para describir todas las tomas de la bancada motor

Figura 10.2: Principales parámetros geométricos de las tomas de la bancada motor

Elemento	Material	Propiedades						
		De base	t base	Re	Ri	De tubo	t tubo	Peso [lbs]
<b>Tubos de bancada motor</b>								
#1, #4	Acero AISI 4130	-	-	-	-	5/8	0,049	0,42
#2, #3								0,33
#5, #6								0,48
#7, #8								0,50
<b>Tomas sujeción bancada motor - parallamas</b>								
#2	Acero AISI 4340	1-1/2	0,117	0,078	0,157	1-1/4	0,09	0,23
#1, #3, #4, #5								0,16
<b>Tomas sujeción motor</b>								
#6, #7	Acero AISI 4130	1-5/8	0,063	-	-	1-1/8	0,058	0,16
#8, #9								0,09
<b>Bancada motor</b>								<b>4,81</b>

Nota: todas las medidas están expresadas en pulgadas.

Nota: se detalla el peso por elemento, teniendo que ser considerada la cantidad de elementos para obtener el peso final de la bancada motor.

Nota: el peso final de la bancada motor no contempla el aporte de los cordones de soldadura.

Cuadro 10.1: Propiedades finales de los elementos estructurales de la bancada motor

# Capítulo 11

## Conclusión

El presente trabajo final de grado logró los objetivos planteados al inicio del mismo. En este se desarrolló un código que resuelve las fuerzas, desplazamientos y tensiones en una estructura espacial de barras mediante el método de los desplazamientos para elementos lineales de dos nodos con seis grados de libertad en cada nodo. El código es utilizado para el dimensionamiento de la estructura de la bancada motor bajo el estándar regulatorio FAR parte 23. Este también es utilizado para dimensionar teniendo en consideración la posibilidad de la inestabilización geométrica de los elementos tubulares; y la durabilidad de los mismos. Se dimensiona a vida infinita la estructura al verificar que los niveles de tensión nunca alcanzan la tensión límite de fatiga del material acero calidad AISI/SAE 4130. Los resultados y, por ende, el desarrollo del código es respaldado por el estudio mediante el método de los elementos finitos; el cual arroja resultados cualitativamente similares. Se obtiene así un código económico y potente para la solución preliminar de diversos problemas estructurales.

La verificación realizada mediante el método de elementos finitos respalda el diseño de la bancada motor y el código de análisis desarrollado. El estudio dinámico preliminar mediante este método devolvió frecuencias y modos naturales dentro del rango de frecuencias de operación del motor Avco Lycoming O-320A de la aeronave. Esto provoca la necesidad de incrementar el espesor de ciertos tubos y con esto; desplazar el valor de las primeras frecuencias naturales de la estructura. Desde el punto de vista de la fabricación, este resultado es ventajoso al definirse la estructura con tubos de iguales características (diámetro 5/8" y espesor 0,049").

Al incrementar el espesor de los tubos, en los cordones de soldadura no crecen las longitudes efectivas, sin embargo si incrementa el pie de la soldadura. Esto se traduce en mejores propiedades en las costuras de soldadura; siendo conservativa la modificación desde el punto de vista de las uniones soldadas. Por otro lado, los tubos de mayor espesor logran transmitir mayores cargas y resulta nuevamente ventajosa la modificación tanto desde el punto de vista estático, como de la durabilidad de la estructura.

Entonces el presente trabajo final de grado arroja como resultado un diseño de bancada motor de bajo peso (4,81 [lbs] o su equivalente a una masa de 2,18 [Kg]); para una aeronave experimental de bajas performances. En función de lo visto y estudiado a lo largo del desarrollo de este trabajo, el peso final de esta bancada motor aeronáutica se encuentra en el orden de las existentes en el mercado.

Dentro de los posibles trabajos futuros se encuentra el diseño de los aisladores mecánicos y el estudio de respuesta en frecuencia de la estructura. Este es de gran importancia para asegurar que la estructura de la bancada motor no sufre incrementos en los parámetros de aceleración, velocidad o desplazamientos durante la operación del motor y de la aeronave.



## Capítulo 12

# Referencias

1. Bruhn, Elmer Franklin: "Analysis and Design of Flight Vehicle Structures". (1973)
2. Federal Aviation Administration: "FAR - Federal Aviation Regulations - Part 23: Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic and Commuter Category Airplanes. Amendment 55".
3. Department of Defense: "Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures - MIL-HDBK-5-J". (2003)
4. Michael, Chun-Yung Niu: "Airframe Structural Design". Lockheed Aeronautical Systems Company, Burbank, California
5. Saouma, Victor E.: "Lecture Notes in: Structural Engineering - Analysis and Design"
6. Aalborg Universitet: "Finite Element Method II, 3D Beam Element".
7. A. Liberatto, A. Tonin y M. Zabala: "Determinación de la Nucleación de Grietas por Fatiga en Componentes de Aeronaves".



## ANEXO: Código desarrollado





```
&----- PROGRAMA ----- clear clc fprintf('\n\n\n')
fprintf('***** NUEVA CORRIDA ***** \n\n\n')
fprintf('--- TENER CUIDADO CON LA ORIENTACION DE CADA ELEMENTO ---\n\n\n\n\n')
% CASO 1 => J = 1.725 a Ftu
% CASO 2 => J = 1.35 a Fty
% CASO 3 => J = 1 para tensiones max para fatiga
ccc = 2 ;
if ccc == 1 ;
J = 1.15*1.5 ;
fprintf('CASO a J = 1.725 COMPARANDO LA TENSIÓN DE TRACCIÓN CON LA ROTURA Ftu\n\n\n\n');
elseif ccc == 2 ;
J = 1.35 ;
fprintf('CASO a J = 1.35 COMPARANDO LA TENSIÓN DE TRACCIÓN CON LA FLUENCIA Fty\n\n\n\n');
else ccc == 3 ;
J = 1 ;
fprintf('CASO A J = 1 PARA OBTENER TENSIONES PARA DIMENSIONAR A FATIGA\n\n\n\n');
end ;
% MATRIZ DE NODOS
geo = xlsread('Entrada.xlsx',1) ;
% MATRIZ CONECTIVIDAD
conect = xlsread('Entrada.xlsx',2) ;
% MATRIZ DE RESTRICCIONES
restric = xlsread('Entrada.xlsx',3) ;
% MATRIZ DE CARGAS EXTERNAS APLICADAS cargas = xlsread('Entrada.xlsx',4) ;
% MATRIZ DE VECTORES DE UNIONES PARA SOLDADURA
uniontipo = [1,28.875,1,0,0.2222 ; 2,28.875,1,0,0] ;
FM = 10e30 ; % FACTOR PARA LEVANTAR SINGULARIDAD
ntot = size((geo(:,1)),1) ;
elemtot = size((conect(:,1)),1) ;
fprintf('El numero de nodos totales leidos es%2.0f\n',ntot)
fprintf('El numero de elementos barras totales es%2.0f\n',elemtot)
% CALCULO DE ELEMENTO i
dimenKg = ntot*6 ;
Kg = zeros(dimenKg) ;
Fdist = zeros(dimenKg,1) ;
for i = 1:elemtot
Ke = zeros(12,12) ;
elem = conect(i,1) ;
n1 = conect(i,2) ;
n2 = conect(i,3) ;
x3 = conect(i,10) ;
y3 = conect(i,11) ;
z3 = conect(i,12) ;
for j = 1:ntot
if n1 == geo(j,1)
x1 = geo(j,2) ;
y1 = geo(j,3) ;
z1 = geo(j,4) ;
elseif n2 == geo(j,1)
x2 = geo(j,2) ;
y2 = geo(j,3) ;
z2 = geo(j,4) ;
end
end
L = sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2) ;
% COEFICIENTES DE MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTO i
A = conect(i,4) ;
E = conect(i,5) ;
G = conect(i,6) ;
Iy = conect(i,7) ;
Iz = conect(i,8) ;
Jp = conect(i,9) ;
a1 = E*A/L ;
```



```
b1 = 12*E*Iz/L^3 ;
c1 = 12*E*Iy/L^3 ;
d1 = G*Jp/L ;
b2 = 6*E*Iz/L^2 ;
c2 = 6*E*Iy/L^2 ;
b3 = 4*E*Iz/L ;
c3 = 4*E*Iy/L ;
b4 = 2*E*Iz/L ;
c4 = 2*E*Iy/L ;
% MATRIZ RIGIDEZ ELEMENTO i LOCAL
Ke(1,1) = Ke(1,1) + a1 ;
Ke(2,2) = Ke(2,2) + b1 ;
Ke(3,3) = Ke(3,3) + c1 ;
Ke(4,4) = Ke(4,4) + d1 ;
Ke(5,5) = Ke(5,5) + c3 ;
Ke(6,6) = Ke(6,6) + b3 ;
Ke(7,7) = Ke(7,7) + a1 ;
Ke(8,8) = Ke(8,8) + b1 ;
Ke(9,9) = Ke(9,9) + c1 ;
Ke(10,10) = Ke(10,10) + d1 ;
Ke(11,11) = Ke(11,11) + c3 ;
Ke(12,12) = Ke(12,12) + b3 ;
Ke(1,7) = Ke(1,7) + -a1 ;
Ke(7,1) = Ke(7,1) + -a1 ;
Ke(2,6) = Ke(2,6) + b2 ;
Ke(6,2) = Ke(6,2) + b2 ;
Ke(2,8) = Ke(2,8) + -b1 ;
Ke(8,2) = Ke(8,2) + -b1 ;
Ke(2,12) = Ke(2,12) + b2 ;
Ke(12,2) = Ke(12,2) + b2 ;
Ke(3,5) = Ke(3,5) + -c2 ;
Ke(5,3) = Ke(5,3) + -c2 ;
Ke(3,9) = Ke(3,9) + -c1 ;
Ke(9,3) = Ke(9,3) + -c1 ;
Ke(3,11) = Ke(3,11) + -c2 ;
Ke(11,3) = Ke(11,3) + -c2 ;
Ke(4,10) = Ke(4,10) + -d1 ;
Ke(10,4) = Ke(10,4) + -d1 ;
Ke(5,9) = Ke(5,9) + c2 ;
Ke(9,5) = Ke(9,5) + c2 ;
Ke(5,11) = Ke(5,11) + c4 ;
Ke(11,5) = Ke(11,5) + c4 ;
Ke(6,8) = Ke(6,8) + -b2 ;
Ke(8,6) = Ke(8,6) + -b2 ;
Ke(6,12) = Ke(6,12) + b4 ;
Ke(12,6) = Ke(12,6) + b4 ;
Ke(8,12) = Ke(8,12) + -b2 ;
Ke(12,8) = Ke(12,8) + -b2 ;
Ke(9,11) = Ke(9,11) + c2 ;
Ke(11,9) = Ke(11,9) + c2 ;
% MATRIZ TRANSFORMACION ELEMENTO i
v1 = [(x2-x1);(y2-y1);(z2-z1)] ;
v2b = [(x3-x1);(y3-y1);(z3-z1)] ;
v3 = cross(v1,v2b) ;
if norm(v3) < 1e-4
fprintf('--- LA ORIENTACION EN EL ELEMENTO %2.0f ES ERRONEA ---\n',elem);
pause
end
v2 = cross(v3,v1) ;
e1 = v1/norm(v1) ;
e2 = v2/norm(v2) ;
e3 = v3/norm(v3) ;
T = [e1,e2,e3] ;
```



```
z = zeros(3) ;
Tg = [T,z,z,z; z,T,z,z; z,z,T,z; z,z,z,T] ;
Keg = Tg*Ke*Tg' ;
% ENSAMBLE EN LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DEL SISTEMA
ubn1i = 6*(n1-1) + 1 ;
ubn1f = 6*n1 ;
ubn2i = 6*(n2-1) + 1 ;
ubn2f = 6*n2 ;
Kg(ubn1i:ubn1f,ubn1i:ubn1f) = Kg(ubn1i:ubn1f,ubn1i:ubn1f) + Keg([1:6],[1:6]) ;
% n1 y n1
Kg(ubn1i:ubn1f,ubn2i:ubn2f) = Kg(ubn1i:ubn1f,ubn2i:ubn2f) + Keg([1:6],[7:12]) ;
% n1 y n2
Kg(ubn2i:ubn2f,ubn1i:ubn1f) = Kg(ubn2i:ubn2f,ubn1i:ubn1f) + Keg([7:12],[1:6]) ;
% n2 y n1
Kg(ubn2i:ubn2f,ubn2i:ubn2f) = Kg(ubn2i:ubn2f,ubn2i:ubn2f) + Keg([7:12],[7:12]) ;
% n2 y n2 %
FUERZAS DISTRIBUIDAS
Fdistelemlocal = zeros(12,1) ;
py = conect(i,13) ;
pz = conect(i,14) ;
Fdistelemlocal(2) = Fdistelemlocal(2) + (py*L/2) ;
Fdistelemlocal(3) = Fdistelemlocal(3) + (pz*L/2) ;
Fdistelemlocal(6) = Fdistelemlocal(6) + (py*L^2/12) ;
Fdistelemlocal(5) = Fdistelemlocal(5) + (pz*L^2/2) ;
Fdistelemlocal(8) = Fdistelemlocal(8) + (py*L/2) ;
Fdistelemlocal(9) = Fdistelemlocal(9) + (pz*L/2) ;
Fdistelemlocal(12) = Fdistelemlocal(12) - (py*L^2/12) ;
Fdistelemlocal(11) = Fdistelemlocal(11) - (pz*L^2/12) ;
Fdistelemglobal = Tg*Fdistelemlocal ;
Fdist(ubn1i:ubn1f) = Fdist(ubn1i:ubn1f) + Fdistelemglobal([1:6]) ;
Fdist(ubn2i:ubn2f) = Fdist(ubn2i:ubn2f) + Fdistelemglobal([7:12]) ;
end
% FUERZAS PUNTUALES EXTERNAS APLICADAS
nodcar = size(cargas(:,1),1) ;
Fpunt = zeros(6*ntot,1) ;
for i = 1:nodcar n = 6*(cargas(i,1) - 1) + 1 ;
Fpunt(n:n+5) = cargas(i,2:7)*J ;
end
% FUERZA TOTAL. SUMA DE PUNTUALES Y DISTRIBUIDAS
F = Fpunt + Fdist ;
% MATRIZ RIGIDEZ Y VECTOR DE CARGA AUXILIAR PARA SOLUCION
nodrestric = size(restric(:,1),1) ;
Kg2 = Kg ;
F2 = F ;
for i = 1:nodrestric
for j = 2:7 k = (restric(i,1)*6) - 6 + (j-1) ;
if restric(i,j) == 1
% Leo en el Key si entro con FM o no! 1-> Lee!
Kg2(k,k) = FM ; F2(k) = restric(i,(j+6))*FM ;
end
end
end
% VECTOR DESPLAZAMIENTOS EN METROS Y RADIANTES
deterKg2 = det(Kg2) ;
fprintf('EL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ ES\n') ;
fprintf('DET =\n',deterKg2) ;
Desp = inv(Kg2)*F2 ;
% OBTENCION DE VECTOR DE FUERZAS Y REACCIONES
F = Kg*Desp ;
%-----*****SALIDA RESULTADOS*****-----
% ARCHIVO DE SALIDA PARA RESULTADOS Salida = 'Resultados' ;
sal = fopen([Salida '.txt'],'w') ;
fprintf(sal,'ARCHIVO DE SALIDA DE RESULTADOS\r\n\r\n') ;
```



```
% RECUPERACION DE REACCIONES
fprintf(sal,'LAS REACCIONES EN LOS NODOS CON ALGUNA RESTRICCIÓN SON: (COORD GLO-
BALES)\r\n\r\n');
for i=1:nodrestric
    n = restric(i,1) ;
    % nodo a recuperar sus reacciones
    ix = (n-1)*6 + 1 ;
    iy = (n-1)*6 + 2 ;
    iz = (n-1)*6 + 3 ;
    igx = (n-1)*6 + 4 ;
    igy = (n-1)*6 + 5 ;
    igz = (n-1)*6 + 6 ;
    rx = F(ix) ;
    ry = F(iy) ;
    rz = F(iz) ;
    mx = F(igx) ;
    my = F(igy) ;
    mz = F(igz) ;
    r = ((ry^2)+(rz^2))^0.5 ; if rx < 0 fprintf(sal,'Bulón en nodo %2.0f está más Traccionado\r\n',n);
end
fprintf(sal,'reaccion en nodo %2.0f fuerza corte es %8.2f \r\n', n,r) ;
fprintf(sal,'reaccion en nodo %2.0f fuerza en x es %8.2f \r\n', n,rx) ;
fprintf(sal,'reaccion en nodo %2.0f momento en x es %8.2f \r\n', n,mx) ;
fprintf(sal,'reaccion en nodo %2.0f momento en y es %8.2f \r\n', n,my) ;
fprintf(sal,'reaccion en nodo %2.0f momento en z es %8.2f \r\n\r\n\r\n', n,mz) ;
end
fprintf(sal,'\n\n\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n');
% OBTENCION DE FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS EN ELEMENTOS
longitudes = 'Propiedades_de_las_barras' ;
long = fopen([longitudes '.txt'],'w') ;
salf = 'Resultados_Fatiga' ;
salfat = fopen([salf '.txt'],'w') ;
soldadura = 'Soldadura' ;
sold = fopen([soldadura '.txt'],'w') ;
fprintf(sold,'ARCHIVO DE SALIDA PARA DIMENSIONAR SOLDADURAS\r\n\r\n\r\n\r\n') ;
if ccc == 1 ;
    fprintf(sold,'CASO a J = 1.725\r\n\r\n\r\n\r\n') ;
elseif ccc == 2 ;
    fprintf(sold,'CASO a J = 1.35\r\n\r\n\r\n\r\n') ;
else ccc == 3 ; fprintf(sold,'CASO A J = 1\r\n\r\n\r\n\r\n') ;
end ;
fprintf(sal,'FUERZAS, MOMENTOS, ESFUERZOS y M.S. (coord locales)\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n');
if ccc == 1 ;
    fprintf(sal,'CASO a J = 1.725 COMPARANDO LA TENSIÓN DE TRACCIÓN CON LA ROTURA
Ftu\r\n\r\n\r\n');
elseif ccc == 2 ;
    fprintf(sal,'CASO a J = 1.35 COMPARANDO LA TENSIÓN DE TRACCIÓN CON LA FLUENCIA
Fty\r\n\r\n\r\n');
else ccc == 3 ;
    fprintf(sal,'CASO A J = 1 PARA OBTENER TENSIONES MAX Y MIN PARA FATIGA P/C TU-
BO\r\n\r\n\r\n');
end ;
fprintf(sal,'\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n');
for i = 1:elemtot
    elem = conect(i,1) ; % nombre verdadero del elemento o barra...
    n1 = conect(i,2) ;
    n2 = conect(i,3) ;
    x3 = conect(i,10) ;
    y3 = conect(i,11) ;
    z3 = conect(i,12) ;
    A = conect(i,4) ;
    E = conect(i,5) ;
    G = conect(i,6) ;
```



```
Iy = conect(i,7) ;
Iz = conect(i,8) ;
Jp = conect(i,9) ;
for j = 1:ntot
if n1 == geo(j,1)
x1 = geo(j,2) ;
y1 = geo(j,3) ;
z1 = geo(j,4) ;
elseif n2 == geo(j,1)
x2 = geo(j,2) ;
y2 = geo(j,3) ;
z2 = geo(j,4) ;
end
end
L = sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2) ;
% MATRIZ DE RIGIDEZ LOCAL DEL ELEMENTO i
Ke = zeros(12,12) ;
a1 = E*A/L ;
b1 = 12*E*Iz/L^3 ;
c1 = 12*E*Iy/L^3 ;
d1 = G*Jp/L ;
b2 = 6*E*Iz/L^2 ;
c2 = 6*E*Iy/L^2 ;
b3 = 4*E*Iz/L ;
c3 = 4*E*Iy/L ;
b4 = 2*E*Iz/L ;
c4 = 2*E*Iy/L ;
Ke(1,1) = Ke(1,1) + a1 ;
Ke(2,2) = Ke(2,2) + b1 ;
Ke(3,3) = Ke(3,3) + c1 ;
Ke(4,4) = Ke(4,4) + d1 ;
Ke(5,5) = Ke(5,5) + c3 ;
Ke(6,6) = Ke(6,6) + b3 ;
Ke(7,7) = Ke(7,7) + a1 ;
Ke(8,8) = Ke(8,8) + b1 ;
Ke(9,9) = Ke(9,9) + c1 ;
Ke(10,10) = Ke(10,10) + d1 ;
Ke(11,11) = Ke(11,11) + c3 ;
Ke(12,12) = Ke(12,12) + b3 ;
Ke(1,7) = Ke(1,7) + -a1 ;
Ke(7,1) = Ke(7,1) + -a1 ;
Ke(2,6) = Ke(2,6) + b2 ;
Ke(6,2) = Ke(6,2) + b2 ;
Ke(2,8) = Ke(2,8) + -b1 ;
Ke(8,2) = Ke(8,2) + -b1 ;
Ke(2,12) = Ke(2,12) + b2 ;
Ke(12,2) = Ke(12,2) + b2 ;
Ke(3,5) = Ke(3,5) + -c2 ;
Ke(5,3) = Ke(5,3) + -c2 ;
Ke(3,9) = Ke(3,9) + -c1 ;
Ke(9,3) = Ke(9,3) + -c1 ;
Ke(3,11) = Ke(3,11) + -c2 ;
Ke(11,3) = Ke(11,3) + -c2 ;
Ke(4,10) = Ke(4,10) + -d1 ;
Ke(10,4) = Ke(10,4) + -d1 ;
Ke(5,9) = Ke(5,9) + c2 ;
Ke(9,5) = Ke(9,5) + c2 ;
Ke(5,11) = Ke(5,11) + c4 ;
Ke(11,5) = Ke(11,5) + c4 ;
Ke(6,8) = Ke(6,8) + -b2 ;
Ke(8,6) = Ke(8,6) + -b2 ;
Ke(6,12) = Ke(6,12) + b4 ;
Ke(12,6) = Ke(12,6) + b4 ;
```





```
elseif elem == 6 ;
elemsold = 1 ;
elseif elem == 7 ;
elemsold = 1 ;
elseif elem == 8 ;
elemsold = 1 ;
else ;
elemsold = 2 ;
end ;
if elemsold == 1 ;
vectorelem = [(x2-x1),(y2-y1),(z2-z1)] ;
dun1 = uniontipo(1,2) ;
vectorn1 = [uniontipo(1,3),uniontipo(1,4),uniontipo(1,5)] ;
dun2 = uniontipo(2,2) ;
vectorn2 = [uniontipo(2,3),uniontipo(2,4),uniontipo(2,5)] ;
ang1 = acos(dot(vectorn1,vectorelem)/(norm(vectorn1)*norm(vectorelem))) ;
ang2 = acos(dot(vectorn2,vectorelem)/(norm(vectorn2)*norm(vectorelem))) ;
ang1tita = ang1*180/3.1415 ; ang2tita = ang2*180/3.1415 ;
fprintf(sold,'***** %2.0f *****\r\n',elem) ;
if Fx1 < 0 ;
fprintf(sold,'Elemento en tracción\r\n\r\n') ;
else Fx1 > 0 ;
fprintf(sold,'Elemento en compresión\r\n\r\n') ;
end ;
fprintf(sold,'Nodo\tDunióntDtubotÁng\tFxt\r\n') ;
fprintf(sold,' %2.0f\t %2.3f\t %2.3f\t %2.0f\t %2.0f\r\n',n1,dun1,de,ang1tita,Fx1) ;
fprintf(sold,' %2.0f\t %2.3f\t %2.3f\t %2.0f\t %2.0f\r\n',n2,dun2,de,ang2tita,Fx2) ;
fprintf(sold,'\r\n\r\n\r\n') ;
end ;
% *****
if or (ccc==1, ccc==2) ;
if Fx1 < 0 ;
fprintf(sal,'Elemento en Tracción\r\n\r\n') ;
% CALCULO DE TENSION DE VON MISES MAXIMA EN CADA NODO EN 360°
areator = 3.1415*(de^2)/4 ;
for titagra = 1:360
tita = titagra*3.1415/180 ;
% NODO 1
qszy1 = -Fz1*de^2*t/(4*Iy)*cos(tita) ;
qsy1 = Fy1*(de^2)*t/(4*Iz)*sin(tita) ;
qtor1 = -Mx1/(2*areator) ;
tautot1 = (qszy1+qsy1+qtor1)/t ;
sigmamz1 = Mz1*(de/2)*cos(tita)/Iy ;
sigmamy1 = -My1*de/2*sin(tita)/Iz ;
sigmanor1 = -Fx1/A ;
sigmatot1 = sigmamz1+sigmamy1+sigmanor1 ;
sigmax1 = sigmatot1 ;
% NODO 2
qszy2 = Fz2*de^2*t/(4*Iy)*cos(tita) ;
qsy2 = -Fy2*(de^2)*t/(4*Iz)*sin(tita) ;
qtor2 = Mx2/(2*areator) ;
tautot2 = (qszy2+qsy2+qtor2)/t ;
sigmamz2 = -Mz2*(de/2)*cos(tita)/Iy ;
sigmamy2 = My2*de/2*sin(tita)/Iz ;
sigmanor2 = Fx2/A ;
sigmatot2 = sigmamz2+sigmamy2+sigmanor2 ;
sigmax2 = sigmatot2 ;
% CALCULO DE TENSOR DE TENSIONES IJ PARA CADA NODO
tauxy1 = tautot1*cos(tita-(3.1415/2)) ;
tauxz1 = tautot1*sin(tita-(3.1415/2)) ;
tauxy2 = tautot2*cos(tita-(3.1415/2)) ;
tauxz2 = tautot2*sin(tita-(3.1415/2)) ;
Sigmaj1 = [sigmax1,tauxy1,tauxz1;tauxy1,0,0;tauxz1,0,0] ;
```



```
Sigmaij2 = [sigmax2,tauxy2,tauxz2;tauxy2,0,0;tauxz2,0,0] ;
% CALCULO DE TENSOR DE TENSIONES PRINCIPALES
[MP1,nada] = eig(Sigmaij1) ;
[MP2,nada] = eig(Sigmaij2) ;
Sigma princ1 = MP1'*Sigmaij1*MP1 ;
Sigma princ2 = MP2'*Sigmaij2*MP2 ;
% CALCULO DE VECTOR DE TENSIONES DE VON MISES EN CADA NODO
sigma11 = Sigma princ1(1,1) ;
%nodo 1
sigma12 = Sigma princ1(2,2) ;
sigma13 = Sigma princ1(3,3) ;
sigma21 = Sigma princ2(1,1) ;
%nodo 2
sigma22 = Sigma princ2(2,2) ;
sigma23 = Sigma princ2(3,3) ;
SigmaVM1(titagra) = sqrt(((sigma11-sigma12)^2+(sigma12-sigma13)^2+(sigma13-sigma11)^2)/2);
SigmaVM2(titagra) = sqrt(((sigma21-sigma22)^2+(sigma22-sigma23)^2+(sigma23-sigma21)^2)/2);
% VECTOR TENSIONES DE CORTE MAXIMAS
tau13max1(titagra) = (sigma13-sigma11)/2 ;
%nodo 1
tau23max1(titagra) = (sigma12-sigma13)/2 ;
tau12max1(titagra) = (sigma11-sigma12)/2 ;
tau13max2(titagra) = (sigma23-sigma21)/2 ;
%nodo 2 tau23max2(titagra) = (sigma22-sigma23)/2 ;
tau12max2(titagra) = (sigma21-sigma22)/2 ;
tau1(titagra,1) = tau13max1(titagra) ;
tau1(titagra,2) = tau23max1(titagra) ;
tau1(titagra,3) = tau12max1(titagra) ;
tau2(titagra,1) = tau13max2(titagra) ;
tau2(titagra,2) = tau23max2(titagra) ;
tau2(titagra,3) = tau12max2(titagra) ;
% VECTOR TENSIONES PRINCIPALES
sig1(titagra,1) = sigma11 ;
sig1(titagra,2) = sigma12 ;
sig1(titagra,3) = sigma13 ;
sig2(titagra,1) = sigma21 ;
sig2(titagra,2) = sigma22 ;
sig2(titagra,3) = sigma23 ;
end
% LECTURA DE TENSIONES ADMISIBLES
sigmatu = conect(i,17) ;
sigmaty = conect(i,18) ;
tausu = conect(i,19) ;
% TENSION DE CORTE ABSOLUTA MAXIMA
[shearmax1,posshe1] = max(abs(tau1(:))) ;
[shearmax2,posshe2] = max(abs(tau2(:))) ;
[ishe1 jshe1] = ind2sub(size(tau1),posshe1) ;
[ishe2 jshe2] = ind2sub(size(tau2),posshe2) ;
MSshear1 = (tausu/shearmax1)- 1 ;
MSshear2 = (tausu/shearmax2)- 1 ;
fprintf(sal,'Tensión de corte absoluta en nodo%2.0f es: %8.5E a %2.0f°\r\n',n1,shearmax1,ishe1);
if MSshear1 < 0 ;
fprintf(sal,'—FALLA— M.S. = %2.2f\r\n',MSshear1) ;
else MSshear1 >= 1 ;
fprintf(sal,' M.S. = %2.2f\r\n',MSshear1) ;
end ;
fprintf(sal,'Tensión de corte absoluta en nodo%2.0f es: %8.5E a %2.0f°\r\n',n2,shearmax2,ishe2);
if MSshear2 < 0 ;
fprintf(sal,'—FALLA— M.S. = %2.2f\r\n\r\n',MSshear2) ;
else MSshear2 >= 1 ;
fprintf(sal,' M.S. = %2.2f\r\n\r\n',MSshear2) ;
end;
% DEFINICION DE LA TENSION A EMPLEAR PARA EL CALCULO DE M.S. A
```



```
% TRACCION CON J=1,725 Y J=1,35
if ccc == 1 ;
sigma = sigmatu ;
else ccc == 2 ;
sigma = sigmaty ;
end ;
% TENSION PRINCIPAL MAXIMA EN CADA NODO
[prinmax1,possig1] = max(abs(sig1(:))) ;
[prinmax2,possig2] = max(abs(sig2(:))) ;
[fil1 col1] = ind2sub(size(sig1),possig1) ;
[fil2 col2] = ind2sub(size(sig2),possig2) ;
MSprin1 = sigma/prinmax1 - 1 ;
MSprin2 = sigma/prinmax2 - 1 ;
fprintf(sal,'Tensión principal máx abs en nodo %2.0f es: %8.5E a %2.0f°\r\n',n1,prinmax1,fil1);
if MSprin1 < 0 ;
fprintf(sal,'—FALLA— M.S. = %2.2f\r\n',MSprin1) ;
else MSprin1 >= 0 ;
fprintf(sal,' M.S. = %2.2f\r\n',MSprin1) ;
end ;
fprintf(sal,'Tensión principal máx abs en nodo %2.0f es: %8.5E a %2.0f°\r\n',n2,prinmax2,fil2);
if MSprin2 < 0 ;
fprintf(sal,'—FALLA— M.S. = %2.2f\r\n',MSprin2) ;
else MSprin2 >= 0 ; fprintf(sal,' M.S. = %2.2f\r\n',MSprin1) ;
end ;
fprintf(sal,'\r\n') ;
% TENSION DE VON MISES MAXIMA EN CADA NODO SIN SIGNO. MS ;
[SigmaVM1max,posmax1] = max(SigmaVM1) ;
[SigmaVM2max,posmax2] = max(SigmaVM2) ;
MSvm1 = (sigma/SigmaVM1max) - 1 ;
MSvm2 = (sigma/SigmaVM2max) - 1 ;
fprintf(sal,'Tensión von Mises max en nodo %2.0f es %8.0f a %2.0f°\r\n',n1,SigmaVM1max,posmax1);
if MSvm1 < 0 ;
fprintf(sal,'—FALLA— M.S. = %2.2f\r\n',MSvm1) ;
else MSvm1 >= 0 ;
fprintf(sal,' M.S. = %2.2f\r\n',MSvm1) ;
end ;
fprintf(sal,'Tensión von Mises max en nodo %2.0f es %8.0f a %2.0f°\r\n',n2,SigmaVM2max,posmax2);
if MSvm2 < 0 ;
fprintf(sal,'—FALLA— M.S. = %2.2f\r\n\r\n',MSvm2) ;
else MSvm2 >= 0 ;
fprintf(sal,' M.S. = %2.2f\r\n\r\n',MSvm2) ;
end ;
else Fx1 > 0 ;
fprintf(sal,'Elemento en Compresión\r\n\r\n') ;
% CALCULO INDICE DE FALLA BAJO CARGAS COMBINADAS A COMPRESION
% CALCULO DE Fc, Fb y Fst.
dt = de/t ;
LD = L/de ;
% CALCULO DE Fc1 y Fc2
if t==0.035 ;
if de == 0.5 ;
if L <= 7 ;
Fc1 = 3.5e3 ;
else L > 7 ;
Fc1 = (0.005*(L^2)-0.354*L+5.681)*1000 ;
end ;
if L <= 9 ;
Fc2 = 3.5e3 ;
else ;
Fc2 = (0.001*(L^2)-0.169*L+4.949)*1000 ;
end ;
elseif de == 0.625 ;
if L <= 9 ;
```



```
Fc1 = 4.5e3 ;
else L > 9 ;
Fc1 = (0.006*(L^2)-0.409*L+7.717)*1000 ;
end ;
if L <= 11 ;
Fc2 = 4.3e3 ;
else L > 11 ;
Fc2 = (0.001*L^2-0.175*L+6.081)*1000 ;
end ;
elseif
de == 0.75 ;
if L <= 11 ;
Fc1 = 5.4e3 ;
else L > 11 ;
Fc1 = (0.004*(L^2)-0.367*L+8.98)*1000 ;
end ;
if L <= 14 ; Fc2 = 5.2e3 ;
else L > 14 ;
Fc2 = (0.001*(L^2)-0.205*L+7.96)*1000 ;
end ;
elseif de == 0.875 ;
if L <= 13 ;
Fc1 = 6.2e3 ;
else L > 13 ;
Fc1 = (0.002*(L^2)-0.308*L+9.858)*1000 ;
end ;
if L <= 16 ; Fc2 = 6.2e3 ;
else L > 16 ;
Fc2 = (0.0001*(L^2)-0.176*L+8.873)*1000 ;
end ;
else ;
fprintf(sal,'ESTE ELEMENTO NO TIENE UN TUBO CON DIAMETRO COMERCIAL VALIDO\r\n');
end ;
else t == 0.049 ;
if de == 0.625 ;
if L <= 6 ; Fc1 = 6e3 ;
else L > 6 ;
Fc1 = (0.004*(L^2)-0.361*L+8.248)*1000 ;
end ;
if L <= 11 ;
Fc2 = 6e3 ;
else L > 11 ;
Fc2 = (0.001*(L^2)-0.242*L+8.506)*1000 ;
end ;
elseif de == 0.75 ;
if L <= 9 ;
Fc1 = 7.7e3 ;
else L > 9 ;
Fc1 = (0.006*(L^2)-0.511*L+11.99)*1000 ;
end ;
if L <= 14 ;
Fc2 = 6e3 ;
else L > 14 ;
Fc2 = (0.002*(L^2)-0.312*L+11.33)*1000 ;
end ;
elseif de == 0.875 ;
if L <= 11 ;
Fc1 = 8.5e3 ;
else L > 11 ;
Fc1 = (0.003*(L^2)-0.39*L+12.58)*1000 ;
end ;
if L <= 16 ;
Fc2 = 8.5e3 ;
```



```
else L > 16 ;
Fc2 = (0.001*(L^2)-0.245*L+12.31)*1000 ;
end ;
elseif de == 1 ;
if L <= 12 ;
Fc1 = 10e3 ;
else L > 12 ;
Fc1 = (0.003*(L^2)-0.410*L+14.68)*1000 ;
end ;
if L <= 18 ;
Fc2 = 10.1e3 ;
else L > 18 ;
Fc2 = (0.001*(L^2)-0.274*L+14.81)*1000 ;
end ;
elseif de == 1.125 ;
if L <= 14 ;
Fc1 = 10e3 ;
else L > 14 ;
Fc1 = (0.002*(L^2)-0.391*L+16.2)*1000 ;
end ;
if L >= 20 ;
Fc2 = 11.5e3 ;
else L > 20 ;
Fc2 = (0.0001*(L^2)-0.249*L+16.27)*1000 ;
end ;
elseif de == 1.25 ;
if L <= 16 ;
Fc1 = 12.5e3 ;
else L > 16 ;
Fc1 = (0.020*(L^2)-0.397*L+18.19)*1000 ;
end ;
if L <= 23 ;
Fc2 = 12.4e3 ;
else L > 23 ;
Fc2 = (0.0001*(L^2)-0.193*L+16.76)*1000 ;
end ;
else ;
fprintf(sal,'ESTE ELEMENTO NO TIENE UN TUBO CON DIAMETRO COMERCIAL VALIDO\r\n');
end ;
end ;
% CALCULO Fb
Fb = (0.036*(dt^2)-(2.7*dt)+156.7)*1000 ;
% CALCULO Ft u
Ftu = 95e3 ;
% CALCULO Fst
fst5 = (0.007*(dt^2)-0.744*dt+63.30)*1000 ;
fst10 = (0.007*(dt^2)-0.739*dt+61.53)*1000 ;
fst20 = (0.007*(dt^2)-0.766*dt+60.51)*1000 ;
if LD <= 5 ; Fst = (0.007*(dt^2)-0.744*dt+63.30)*1000 ;
elseif 5 > LD >= 10 ;
FAPO = (LD - 5)/5 ;
Fst = FAPO*fst10 + (1-FAPO)*fst5 ;
elseif 10 > LD > 20 ;
FAPO = (LD - 10)/10 ;
Fst = FAPO*fst20 + (1-FAPO)*fst10 ;
else LD >= 20 ;
Fst = (0.007*(dt^2)-0.766*dt+60.51)*1000 ;
end ;
% CALCULO FS
Fs=1.2*Fst ;
% CALCULO FC
Fc=(Fc1+Fc2)/2;
if elem == 9 ;
```





```
sigmatot2 = sigmamz2+sigmay2+sigmanor2 ;
sigmax2 = sigmatot2 ;
% CALCULO DE TENSOR DE TENSIONES IJ PARA CADA NODO
tauxy1 = tautot1*cos(tita-(3.1415/2)) ;
tauxz1 = tautot1*sin(tita-(3.1415/2)) ;
tauxy2 = tautot2*cos(tita-(3.1415/2)) ;
tauxz2 = tautot2*sin(tita-(3.1415/2)) ;
Sigmaj1 = [sigmax1,tauxy1,tauxz1;tauxy1,0,0;tauxz1,0,0] ;
Sigmaj2 = [sigmax2,tauxy2,tauxz2;tauxy2,0,0;tauxz2,0,0] ;
% CALCULO DE TENSOR DE TENSIONES PRINCIPALES
[MP1,nada] = eig(Sigmaj1) ;
[MP2,nada] = eig(Sigmaj2) ;
Sigmaprinc1 = MP1'*Sigmaj1*MP1 ;
Sigmaprinc2 = MP2'*Sigmaj2*MP2 ;
% CALCULO DE VECTOR DE TENSIONES DE VON MISES EN CADA NODO
sigma11 = Sigmaprinc1(1,1) ;
%nodo 1
sigma12 = Sigmaprinc1(2,2) ;
sigma13 = Sigmaprinc1(3,3) ;
sigma21 = Sigmaprinc2(1,1) ;
%nodo 2
sigma22 = Sigmaprinc2(2,2) ;
sigma23 = Sigmaprinc2(3,3) ;
SigmaVM1
(titagra) = sqrt(((sigma11-sigma12)^2+(sigma12-sigma13)^2+(sigma13-sigma11)^2)/2) ;
SigmaVM2(titagra) = sqrt(((sigma21-sigma22)^2+(sigma22-sigma23)^2+(sigma23-sigma21)^2)/2);
% VECTOR TENSIONES PRINCIPALES
sig1(titagra,1) = sigma11 ;
sig1(titagra,2) = sigma12 ;
sig1(titagra,3) = sigma13 ;
sig2(titagra,1) = sigma21 ;
sig2(titagra,2) = sigma22 ;
sig2(titagra,3) = sigma23 ;
end
% COEFICIENTE DE BIAXIALIDAD
for k = 1:360 ;
prinmax1 = max(sig1(k,:)) ;
prinmax2 = max(sig2(k,:)) ;
prinmin1 = min(sig1(k,:)) ;
prinmin2 = min(sig2(k,:)) ;
coefbiax1(k) = prinmin1/prinmax1 ;
coefbiax2(k) = prinmin2/prinmax2 ;
end ;
% SIGNED VON MISES PARA FATIGA
if elem == 1 ;
elemfat = 1 ;
elseif elem == 2 ;
elemfat = 1 ;
elseif elem == 3 ;
elemfat = 1 ;
elseif elem == 4 ;
elemfat = 1 ;
elseif elem == 5 ;
elemfat = 1 ;
elseif elem == 6 ;
elemfat = 1 ;
elseif elem == 7 ;
elemfat = 1 ;
elseif elem == 8 ;
elemfat = 1 ; else ;
elemfat = 2 ;
end ;
if elemfat == 1 ;
```



```
fprintf(sal,'Tita\tVM1\tSVM1\tCB1\tVM2\tSMV2\tCB2\r\n');
fprintf(salfat,'*****\r\n');
fprintf(salfat,'***** ELEMENTO %2.0f *****\r\n',elem);
fprintf(salfat,'*****\r\n');
fprintf(salfat,'Tita\tSVM1\tSVM2\r\n');
for k = 1:360
    if abs(coefbiax1(k)) < 1;
        SignedsigmaVM1(k) = SigmaVM1(k);
    else abs(coefbiax1(k)) > 1;
        SignedsigmaVM1(k) = -SigmaVM1(k);
    end;
    if coefbiax1(k) < -1;
        CB1(k) = 1/(coefbiax1(k));
    else;
        CB1(k) = coefbiax1(k);
    end;
    if abs(coefbiax2(k)) < 1;
        SignedsigmaVM2(k) = SigmaVM2(k);
    else abs(coefbiax2(k)) > 1;
        SignedsigmaVM2(k) = -SigmaVM2(k);
    end;
    if coefbiax2(k) < -1;
        CB2(k) = 1/(coefbiax2(k));
    else;
        CB2(k) = coefbiax2(k);
    end
    fprintf(sal,' %2.0f\t %2.0f\t %2.0f\t %2.0f\t %2.0f\t %2.0f\t %2.0f\r\n',k,SigmaVM1(k),SignedsigmaVM1(k),
    CB1(k),SigmaVM2(k),SignedsigmaVM2(k),CB2(k));
    fprintf(salfat,' %2.0f\t %2.0f\t %2.0f\r\n',k,SignedsigmaVM1(k),SignedsigmaVM2(k));
    end
end % end if or elem == ....
fprintf(sal,'\r\n');
end % end if de ccc == 1,2 o ccc == 3
fprintf(sal,'\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n\r\n');
fprintf(salfat,'\r\n\r\n\r\n');
end
fclose('all');
```