

## **Dedicatoria**

A mis padres y hermana por su esfuerzo, sacrificio, apoyo y cariño, a mi novia por acompañar y aconsejar, a los familiares que siempre ofrecieron su ayuda y a los compañeros y amigos con quienes compartí tardes de estudios.

**Instituto Universitario Aeronáutico**  
**Facultad de Ingeniería**

**Trabajo Final de Grado Ingeniería en**  
**Telecomunicaciones**

**Fecha:** 15 de Octubre de 2015

**Alumno:** Quinteros Adrian Roberto

**DNI:** 33061762

**Título**

**Modelo matemático del mecanismo de  
acceso distribuido en una red WLAN en  
configuración Punto de Acceso**

## Índice general

Dedicatoria .....	i
Instituto Universitario Aeronáutico .....	ii
Título .....	iii
Listado de figuras .....	viii
Listado de Símbolos.....	ix
Resumen.....	1
1 Introducción .....	2
1.1 Contexto .....	3
Figura 1.....	3
1.2 Descripción Funcional .....	4
1.2.1 Subcapa de control de acceso al medio (MAC).....	4
1.2.2 Control de acceso distribuido .....	6
1.2.3 Control de acceso centralizado .....	6
1.2.4 Conceptos Preliminares.....	7
Figura 2.....	9
1.3 Motivación .....	9
1.4 Objetivos .....	10
1.4.1. Objetivo General .....	10
1.4.2 Objetivos Específicos.....	10
1.5 Organización del trabajo .....	11
2. Modelado matemático del algoritmo de retroceso exponencial o de Backoff .....	12
2.1 Conceptos de Markov .....	12
2.2 Proceso estocástico Bidimensional .....	14
2.2.1 Justificación .....	14
Figura 3.....	17
2.3 Análisis del Diagrama .....	17
2.3.1 Espacio de estados .....	17
2.3.2 Probabilidades no nulas de transición .....	18
2.3.3 Vector de distribución de probabilidad.....	21
2.4 Probabilidad de ocupación del estado genérico $u_{i,k}$ :.....	22

2.4.1 Probabilidad de ocupación del estado $s(t) = i$ :	23
Figura 4.....	23
2.4.2 Probabilidad de ocupación del estado $s(t) = 0$ :	27
2.4.3 Probabilidad de ocupación del estado $s(t) = m$ .....	29
2.5 Probabilidad de transmisión “ $\tau$ ” .....	33
2.5.1 Relación entre cualquier estado de ocupación $u_{i,k}$ y el estado $u_{0,0}$ .....	33
2.5.2 Ecuación de normalización.....	36
2.5.3 Probabilidad de colisión “ $p$ ”:	43
2.6 Sistema de Ecuaciones no lineal: .....	44
2.6.1 Métodos de resolución de ecuaciones no lineales .....	44
2.6.2 Resolución del sistema a través del método del punto Fijo .....	46
2.6.3 Probar convergencia de la probabilidad de transmisión “ $\tau$ ” .....	48
3. Modelos matemáticos.....	52
3.1 Introducción .....	52
Figura 5.....	52
3.2 Obtención del Throughput.....	52
3.2.1 Relación de un terminal con el resto .....	52
3.3 Carga útil y duración promedio de un Time Slot.....	56
3.3.1 Carga útil .....	56
3.3.2 Tiempo normalizado de un Time Slot .....	56
3.4 Primer modelo matemático Factor Ruido.....	58
3.4.1 Cálculo del Delay en términos de Tiempo de Success y Tiempo de colisión .....	58
Figura 6.....	59
3.4.2 Factor Ruido .....	60
Figura 8.....	61
Figura 9.....	62
Figura 10.....	63
3.5 Cálculo del Segundo modelo analítico “Tráfico” .....	65
Figura 11.....	65
Figura 12.....	66

3.5.1 Análisis del diagrama.....	66
3.5.2 Probabilidades no nulas de transición .....	67
3.5.3 Obtención de la probabilidad de transmisión “ $\tau$ ” .....	70
3.5.4 Resolución del modelo de Tráfico .....	79
Figura 13.....	79
3.6 Tercer modelo matemático “Primer Ajuste - Probabilidad busy ( $p_b$ )” .....	82
Figura 14.....	83
3.6.2 Calculo del modelo matemático “Factor de Ruido con el Primer Ajuste” .....	91
Figura 15.....	91
3.7 Cuarto modelo matemático “Segundo ajuste - estado de no activación ( $u_{-1,0}$ )”: .....	93
3.7.1 Análisis del diagrama de estados .....	94
Figura 16.....	94
3.7.2 Cálculo del modelo matemático “Factor ruido con Segundo Ajuste” .....	104
Figura 17.....	104
4 .Simulador .....	107
4.1 Omnet ++ Definición .....	107
4.1.1 Arquitectura funcional Omnet++ .....	107
4.1.2 Integración de Omnet ++ en el entorno de Linux .....	108
4.2.1 Arquitectura modular del terminal .....	113
4.2.2 Arquitectura modular del Access Point.....	115
4.2.3 Configuración del archivo “ini” .....	117
4.3 Simulación de la red punto de acceso.....	119
4.3.1 Resultados obtenidos.....	122
4.3.2 Cálculo del rendimiento del sistema a partir de los datos de la simulación .....	124
4.4 Comparar rendimiento del modelo Práctico con el modelo Analítico.....	136
4.4.1 Comparar el rendimiento de una red de diez terminales.....	136
Figura 18.....	137
Figura 19.....	138
Figura 20.....	140
Figura 21.....	141
Figura 22.....	142

Figura 23.....	144
4.4.2 Comparar rendimiento con redes de cantidades variables de terminales .....	146
4.4.2.1 Resultados del simulador .....	146
Figura 24.....	147
Figura 25.....	149
4.4.2.2 Resultados Teóricos .....	150
5. Acceso Coordinado Distribuido Mejorado (EDCA).....	155
5.1 Introducción .....	155
5.2 Propuesta de un modelo analítico: .....	156
Conclusiones .....	161
Bibliografía .....	162

## Listado de figuras

Figura 1	.....	Modelo OSI
Figura 2	.....	Relación de tiempos DCF
Figura 3	.....	Diagrama de transiciones DCF
Figura 4	.....	Distribución de probabilidades estado genérico
Figura 5	.....	Modelos matemáticos a desarrollar
Figura 6	.....	Periodo de success en acceso básico
Figura 7	.....	Periodo de colisión en acceso básico
Figura 8	.....	Periodo de colisión en acceso mejorado
Figura 9	.....	Periodo de success en acceso mejorado
Figura 10	.....	Diagrama de implementación de la red de análisis (factor ruido)
Figura 11	.....	Diagrama de transiciones DCF (factor ruido)
Figura 12	.....	Diagrama de transiciones de modelo de tráfico
Figura 13	.....	Diagrama de implementación de la red de análisis (tráfico)
Figura 14	.....	Diagrama de transiciones de modelo de primer ajuste (busy)
Figura 15	.....	Diagrama de implementación de la red de análisis (busy)
Figura 16	.....	Diagrama de transiciones de modelo de segundo ajuste (busy y estado de primer intento)
Figura 17	.....	Diagrama de implementación de la red de análisis (busy y estado de primer intento)
Figura 18	.....	Resultados Omnet++ de simulación 1 (10 terminales)
Figura 19	.....	Resultados Omnet++ de simulación 2 (10 terminales)
Figura 20	.....	Resultados Omnet++ de simulación 3 (10 terminales)
Figura 21	.....	Resultados Omnet++ de simulación 4 (10 terminales)
Figura 22	.....	Resultados Omnet++ de simulación 5 (10 terminales)
Figura 23	.....	Resultados Omnet++ de simulación 6 (10 terminales)
Figura 24	.....	Resultados Omnet++ de simulación 1 (15 terminales)
Figura 25	.....	Resultados Omnet++ de simulación 2 (20 terminales)



## Listado de Símbolos

$\tau$	.....	Probabilidad de transmisión
$p$	.....	Probabilidad de colisión
$\sigma$	.....	Time Slot
$n$	.....	Número de Estaciones que conforman una Red
$S$	.....	Rendimiento de un canal inalámbrico
$W$	.....	Ventana de Contienda
$m$	.....	Estados de retransmisión

## Resumen

El protocolo de comunicaciones para redes de área local inalámbrica (WLAN) estandarizado bajo la norma IEEE 802.11, forma parte de un conjunto de estándares definidos por el instituto de ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE) para redes de extensión de área local.

Dicho estándar opera principalmente en la subcapa de Control de acceso al medio (MAC) que se encarga de coordinar el acceso de un conjunto de terminales a un medio inalámbrico compartido, mediante las técnicas de acceso distribuido y de acceso centralizado.

El acceso distribuido es un método de acceso por contienda que resulta de combinar el protocolo de acceso múltiple por percepción de portadora con evasión de colisiones (CSMA/CA) junto con un algoritmo de retroceso exponencial (Backoff).

Actualmente existen trabajos de investigación en los cuales se capturan los detalles de operación de la norma, tanto los de la capa de acceso como los de capa física, a través del empleo de ecuaciones matemáticas.

En particular, en este trabajo se describe el modo en que interactúan los protocolos CSMA/CA y Backoff para garantizar la ocupación exitosa del medio compartido durante el proceso de contienda cuando las reglas de operación se sustentan en el acceso básico. Representando dicha interacción mediante la implementación de un modelo matemático que contemple todas las variables que forman parte del proceso y que posibilite por lo tanto al análisis parcial del mecanismo de acceso distribuido de una forma práctica.

# Capitulo 1

## **1 Introducción**

Se presenta el tema que será abordado junto a este trabajo final de grado. Para ello se indicará el marco teórico conceptual del mismo junto a las definiciones técnicas que ayuden a comprender el contexto y alcance de la investigación a llevar a cabo.

Inicialmente y a partir del modelo de referencia OSI se muestra la capa de aplicación del estudio de investigación. Posteriormente y en base al documento de la norma WLAN IEEE 802.11 se expresan los conceptos teóricos del tema a tratar.

Por último se hace referencia al modo en que será organizado el desarrollo del trabajo junto a los temas a tratar en cada unos de los capítulos.

## 1.1 Contexto

El protocolo de redes inalámbricas (WLAN) 802.11 opera a nivel de Capa Física y de Capa de Enlace de Datos, de acuerdo con el modelo de interconexión de sistemas abiertos (OSI) que define la organización internacional para la estandarización (ISO). Y en el mismo se detallan los mecanismos de control de acceso al medio (MAC) junto con las especificaciones de capa física para la conectividad de un terminal a la red.

Se observa a continuación en la Figura 1 la relación existente entre en el Estándar IEEE 802.11 y el modelo de referencia OSI:

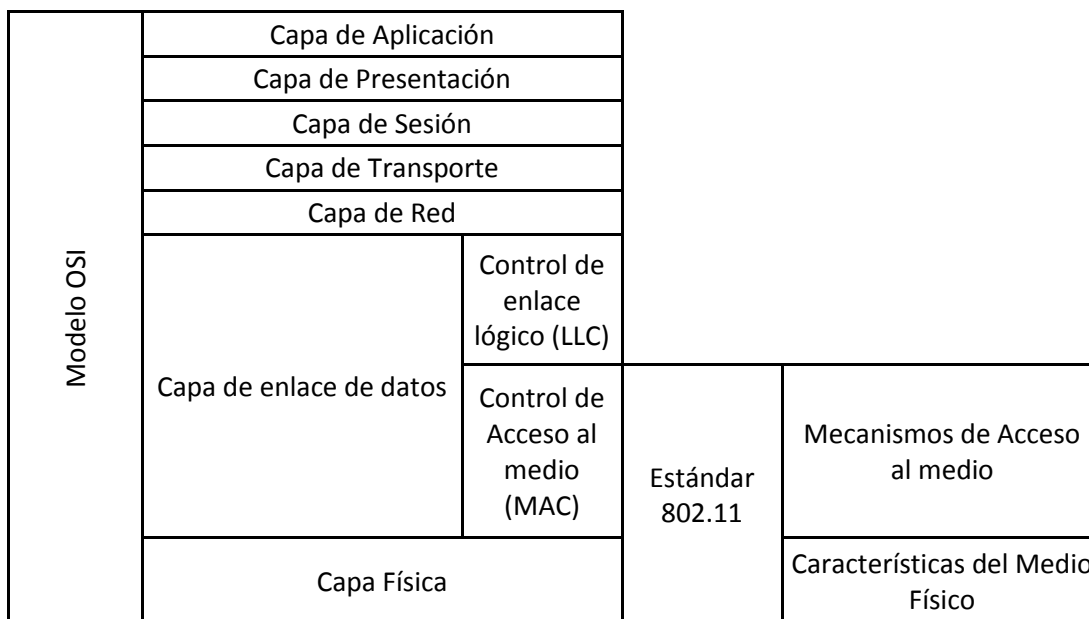


Figura 1

La primera versión del protocolo se publicó en el año 1997 bajo el nombre de 802.11-1997 [1], este primer documento sirvió como disparador a partir de la cual se conformaron grupos de trabajo abocados a la incorporación de mejoras en el estándar.

Estos grupos fueron responsables de la aparición de diferentes versiones del protocolo 802.11, como por ejemplo las normas 802.11a, 802.11b y 802.11g, que permitieron alcanzar mayores velocidades a nivel de capa física o como la norma 802.11e que se ocupó de los asuntos referentes al soporte de calidad de servicio.

Cada mejora que se publica abiertamente (enmiendas) es analizada y evaluada posteriormente por el grupo de proyecto con el propósito de poder incorporar dichas mejoras, redefinir por lo tanto los conceptos técnicos tanto de la subcapa MAC como de la capa física y publicar por lo tanto una nueva versión.

La versión más actual data del año 2012 [2], y es aquella sobre la cual se basa este proyecto de investigación.

Encontrar una manera de evaluar el desempeño o performance del protocolo WLAN 802.11 ha sido materia de interés para distintos investigadores.

Giuseppe Bianchi [3] en el año 2000 propuso un marco teórico para computar el rendimiento o Throughput del medio inalámbrico modelando la interacción de los protocolos CSMA/CA y Backoff mediante el empleo de las propiedades de los procesos estocásticos.

La publicación de dicha investigación fue recibida con mucha aceptación por parte de otros investigadores, quienes adoptaron el enfoque utilizado por Bianchi y continuaron abordando el estudio en profundidad de la norma. Tal es el caso de Hu y Peng [4] quienes en 2002 le sumaron al modelo de Bianchi el factor de límites por retransmitir luego de ocurrida una colisión. Por su lado Xiao [5] en 2003 estudio la posibilidad de asignar distintos grados de prioridad a los paquetes que cada estación intenta enviar por el medio compartido.

Basado en la publicación de Bianchi, es posible desandar el enfoque de procesos estocásticos como mecanismo de modelado, mediante el uso de conceptos de probabilidad estadística que posibiliten obtener una serie de ecuaciones matemáticas no lineales, las cuales una vez resueltas con el método apropiado permitan caracterizar el mecanismo de acceso distribuido. Y por lo tanto evaluar el desempeño de dicho mecanismo.

## **1.2 Descripción Funcional**

### **1.2.1 Subcapa de control de acceso al medio (MAC)**

La subcapa MAC del nivel de enlace de datos en el estándar IEEE 802.11 WLAN provee el acceso compartido y coordinado de un conjunto de estaciones dispuestas en cualquiera de las siguientes 3 arquitecturas:

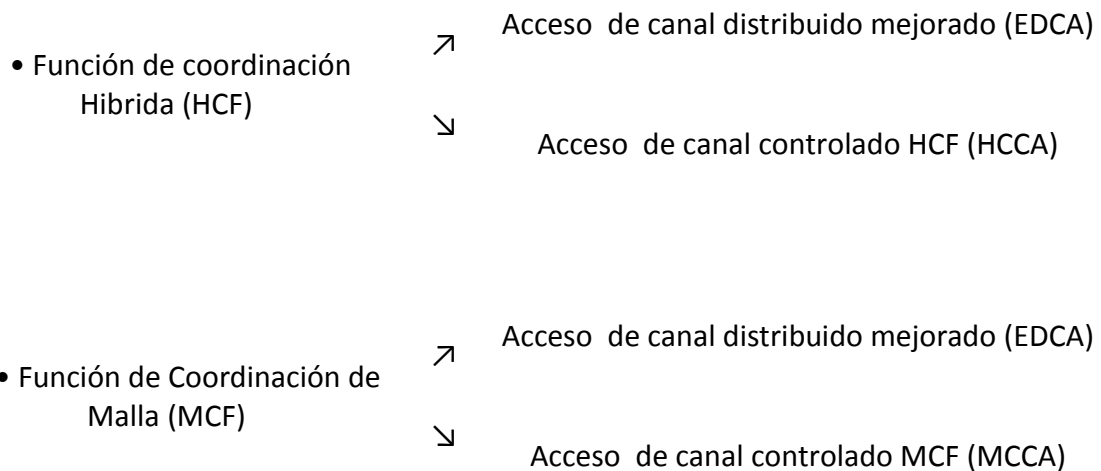
- Red Ad Hoc: Es la configuración más simple formada por un grupo de estaciones que se encuentran en el mismo radio de cobertura y que se comunican únicamente entre sí.
- Red de Infraestructura: Arquitectura que dispone de un dispositivo central llamado Punto de Acceso o Access Point (AP) que posibilita la comunicación de los

dispositivos que se ubiquen en la zona de alcance del Access Point con dispositivos ubicados en otras redes , así como también la interconexión entre ellos mismos.

- Red de Malla: Es una configuración que combina la arquitectura de una red Ad Hoc junto con la figura de los Puntos de Acceso, con el propósito de extender el alcance de la red. Ya que de esta forma, todas aquellas estaciones que no se encuentren en la zona de alcance del Access Point, pueden transmitir información dirigida hacia otras redes utilizando como puente algún terminal cercano que si tenga llegada al punto de Acceso.

Para la coordinación del acceso compartido del medio inalámbrico, se precisa de 2 técnicas. La técnica de control de acceso distribuido y de control de acceso centralizado. Estos dos métodos a su vez se materializan mediante la ejecución de las siguientes cuatro funciones:

- Función de coordinación distribuida (DCF)
- Función de coordinación Puntual (PCF)



### **1.2.2 Control de acceso distribuido**

Es un método de acceso por contienda que resulta de combinar el protocolo CSMA/CA (acceso múltiple por percepción de portadora con evasión de colisiones) junto con un algoritmo de retroceso exponencial o algoritmo de backoff.

Todas las estaciones cada vez que quieran transmitir deben detectar primero el estado en que se encuentra el canal, si el canal está libre se transmite las tramas y se espera confirmación para saber si ocurrió o no una colisión. En el caso en el que canal se encuentre ocupado o bien si hubo una colisión se hace uso del algoritmo de backoff, mediante el cual se selecciona al azar un tiempo de espera para postergar la transmisión. Una vez cumplido el tiempo de espera, la estación podrá intentar la retransmisión. En caso que una nueva colisión ocurriera el procedimiento se repetiría una vez más.

La función DCF es el método de acceso distribuido más elemental a una red WLAN para el envío asincrónico de datos y se puede implementar tanto en redes de infraestructura como en redes Ad Hoc.

Aunque si la información que se quiere transmitir es sensible a retrasos o si se busca soportar calidad de servicio (Qos) se dispone de las funciones HCF/EDCA y MCF/EDCA. La primera de ellas se aplica a redes de infraestructura, mientras que la segunda en redes de malla. La sub-función EDCA es la misma tanto para HCF como para MCF, y está basada en la función DCF con el agregado que le confiere a cada terminal la capacidad de asignar diferentes grados de prioridad a las tramas que pretende transmitir y de esta forma se pueden crear colas de espera para cada tipo de información que aguardara por ser enviada a través de la red una vez conseguido el acceso del canal.

### **1.2.3 Control de acceso centralizado**

Es un método de acceso libre de contienda, en el que un nodo de la red cumple el rol de coordinador concediéndole uno por uno a los terminales de la red que se encuentre en la zona de cobertura el derecho de transmitir durante un determinado intervalo de tiempo.

La función PCF es el método de acceso centralizado más elemental que solo es posible de implementar en redes de infraestructura, ya que se necesita que el Access Point oficie de coordinador.

Cuando se busca proporcionar calidad de servicio (Qos) se dispone de las funciones HCF/HCCA y MCF/MCCA.

#### 1.2.4 Conceptos Preliminares

**CS:** La función de percepción de portadora se ejecuta tanto de forma virtual como de forma de física y permite determinar si el medio se encuentra libre u ocupado. Cada estación envía junto a su trama, información adicional referida al tiempo en el que espera ocupar el canal, dicha información es utilizada por las restantes estaciones, las cuales establecen una condición de canal ocupado activando un vector NAV (Network Allocation Vector) con el valor durante el cual la red estará ocupada y permanecen luego en modo de escucha a nivel de capa física a la espera que el canal se libere y puedan intentar una vez más el envío de la información en cola.

**Contador de Backoff:** Variable de configuración que representa el tiempo de postergación de un nuevo intento por retransmitir un paquete en una red WLAN operando bajo el mecanismo de Control acceso distribuido.

**Ventana de contienda (Cw):** Conjunto de valores tiempos de postergación que un terminal puede tomar o elegir para retrasar los nuevos intentos para transmitir una trama de información que se vio interrumpido en su proceso de envío por la red.

**Estado de retransmisión:** Variable que lleva la cuenta de la cantidad de intentos por retransmitir que una terminal ha realizado con el propósito de enviar la información que le quedo pendiente.

**ACK:** Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo, que se espera como respuesta por parte del receptor y que asegura que el paquete ha arribado correctamente.

**Algoritmo de Retroceso exponencial o de Backoff:** Las estaciones cada vez que desean transmitir por primera vez una trama deben censar primero el estado en que se encuentra el canal, si el canal esta libre y si dicha condición se mantiene durante una cantidad de tiempo igual a DIFS ( $t = DIFS$ ), la estación podrá enviar por el canal su trama y aguardar la confirmación que la información haya sido recibida correctamente (ACK). O bien determinar de si ocurrió una colisión.

En caso que el canal se encuentre ocupado o bien si la información enviada se vio interrumpida por una colisión se deberá ejecutar el algoritmo de retroceso exponencial con el fin de retrasar una cantidad aleatoria de tiempo el nuevo intento por enviar la trama.

El algoritmo inicia su proceso con la selección al azar de un tiempo de retroceso, de entre un conjunto de valores posibles (**ventana de contienda**), en base a él cual se inicializa un contador (**contador de Backoff**). Mientras dure la postergación por enviar la información



el terminal continuara censando el estado de el canal y cuando determine que se ha liberado, en vez de de transmitir las tramas que quedaron en cola iniciará un proceso de decremento del **contador de backoff** hasta que este llegue a cero, el decremento se interrumpirá si el canal es ocupado por otra estación y solo cuando el contador llegue a cero, el terminal podrá transmitir la trama que quedo en cola. En caso que ocurra una colisión con la trama que aguardaba por ser enviada, la estación intentará la retransmisión de la misma aunque para ello deberá repetir todo el procedimiento una vez más. Cuando se repite el proceso, la **ventana de contienda** de la cual se toma un valor para configurar el **contador de backoff**, doblega su tamaño y esto ocurre por cada nuevo intento de retransmisión, pero sin embargo existe un límite con los intentos por retransmitir. Una nueva variable (**estado de retransmisión**) se ocupa de llevar la cuenta de la cantidad de intentos por transmitir, de manera tal que una vez alcanzado dicho límite se descarte la trama.

**EDCA:** El acceso coordinado distribuido mejorado es una sub función del proceso más elemental de acceso al medio DCF, que se ocupa de dar sustento al envío de tramas que son sensibles a demoras en la red. Esto se logra creando categorías de prioridad y permitiendo que tanto las variables de **contador de backoff** y de **estado de retransmisión** dependan de estas categorías de prioridad, de manera tal de achicar el tiempo de espera en comparación con cualquier otra trama cuya sensibilidad a un retraso sea menor.

**Time Slot:** Mínima unidad de duración tiempo, utilizado para contar los tiempos de espera en el proceso de postergación de la trama en términos del valor configurado para el Contador de Backoff.

**IFS:** El sistema hace uso de una escala de tiempo discreta, en donde la mínima unidad de tiempo queda expresada en función de la duración de un time slot, el cual se define como la cantidad de tiempo que le lleva a un terminal determinar de si el medio se encuentra libre u ocupado. Están definidos en el estándar sin embargo cantidades de tiempos de separación de eventos conocidas como los intervalos de tiempo entre tramas (IFS), que son los siguientes:

- 1) SIFS (Espacio inter-trama Short): Es el periodo más corto y es utilizado para transmitir los reconocimientos.
- 2) DIFS (Espacio inter-trama DCF): Cada estación que forma parte el sistema solo podrá transmitir o intentar transmitir solo si él canal se encuentra en estado de libre o desocupado y que dicha condición se mantiene durante al menos una cantidad de tiempo que es igual al valor de DIFS.
- 3) PIFS (Espacio inter-trama PCF): Es utilizado en los periodos de contienda en un esquema de acceso coordinado.

- 4) EIFS (Espacio inter-trama Extendido): Para cuando se detecta una trama errónea
- 5) AIFS (Espacio inter-trama Arbitrario): Cuando se hace uso de la Sub función de soporte de Qos (EDCA) los tiempos de postergación se configuran de modo variable conforme la prioridad de la trama a transmitir.

A continuación se observa la relación entre los tiempos:

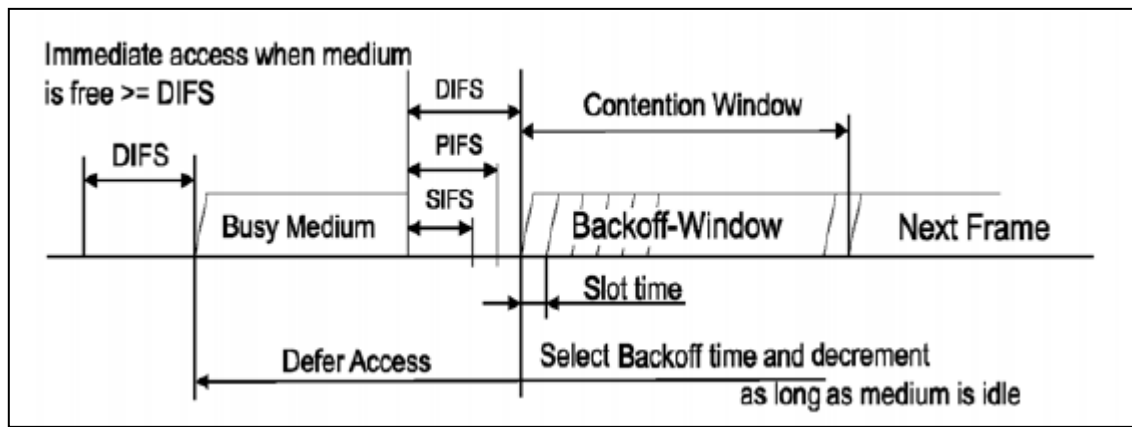


Figura 2

De acuerdo a lo expuesto en la figura 2 y conforme a lo establecido en la Norma, se cumple que:

$$DIFS = SIFS + 2 \text{ Time Slot} = PIFS + \text{Time Slot}$$

$$PIFS = SIFS + \text{Time Slot}$$

**FHSS (Frequency Hopping Spread Spectrum):** La modulación de espectro expandido con salto de frecuencia FHSS. Es una técnica mediante la cual tanto el transmisor como el receptor que se encuentran en sintonía conmutan de una frecuencia a otra de entre un grupo de valores permitidos dentro de su ancho de banda a lo largo del tiempo con el propósito de dar mayor fiabilidad a la emisión de la información y evitar así las interferencias.

### 1.3 Motivación

El modelo TCP/IP sobre el que se basa internet facilita el intercambio de datos entre equipos conectados a la red, la simplicidad del modelo radica en la estructura jerárquica de capas, en donde la misión de cada capa es la de proveer de servicios al nivel inmediatamente superior y que dicho proceso resulte de forma transparente. En este contexto, el trabajo en conjunto de los protocolos CSMA/CA y Exponencial de Backoff, tendiente a asegurar el uso eficiente del canal compartido y la menor ocurrencia de colisiones resulta de especial importancia para la capa inmediatamente superior o capa de

red. De modo que poder caracterizar el proceso mediante un modelo matemático permitirá evaluar el desempeño la Subcapa de control de Acceso al Medio (MAC) de una red WLAN en configuración distribuida en términos de la eficiencia del canal inalámbrico compartido (rendimiento y demora) en el contexto de diferentes situaciones prácticas para sacar conclusiones sobre limitaciones e inconvenientes que esta capa puede tener para el manejo de los paquetes de datos provenientes de capas superiores.

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1. Objetivo General**

Obtener un modelo matemático de él mecanismo de acceso distribuido en una red inalámbrica WLAN 802.11 basado en la Teoría de Cadenas de Markov para calcular el rendimiento (tasa media de transferencia *exitosa de información*) y el delay (tiempo de demora para transmitir) en el canal inalámbrico compartido y validar el modelo matemático mediante simulación.

### **1.4.2 Objetivos Específicos**

- Estudiar los mecanismos de control de acceso al medio (MAC) definidos en el estándar IEEE 802.11.
- Obtener una descripción matemática que capture de forma aproximada los detalles de operación de él mecanismo acceso distribuido a una red WLAN.
- Calcular el rendimiento y la demora en el canal compartido.
- Utilizar el simulador de redes Omnet++ para implementar el protocolo WLAN IEEE 802.11 en una red en modo punto de acceso.
- Comparar los resultados del modelo matemático con los resultados capturados de la simulación.

## **1.5 Organización del trabajo**

En el Capítulo 2 se desarrolla todo el marco teórico que permite obtener una representación matemática del algoritmo de retroceso exponencial a partir de la cual se podrá encontrar luego una fórmula matemática que mida el rendimiento de un canal inalámbrico compartido en configuración punto de acceso.

En el capítulo 3 se exponen distintos modelos matemáticos, cada uno de los cuales representa un escenario de análisis distinto conforme a las condiciones de estudio fijadas previamente.

En el capítulo 4 se introduce el Software de Simulación que será empleado para validar la fórmula matemática obtenida en el capítulo 2.

Y por último en el capítulo 5 se exponen los conceptos de la funcionalidad de soporte de calidad de servicio (Qos) de la norma junto a la parametrización de dichos conceptos.

## Capítulo 2

### 2. Modelado matemático del algoritmo de retroceso exponencial o de Backoff

#### 2.1 Conceptos de Markov

Un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias dependientes del tiempo  $[X_t, t \in T]$  donde el conjunto de posibles valores que dichas variables pueden tomar se conoce como espacio de estado. Los espacios de estados pueden ser cantidades discretas o continuas al igual que los intervalos de tiempo en que las variables evolucionan en el tiempo. Si las variables aleatorias cambian a intervalos regulares o discretos de tiempo y si los distintos valores que pueden adoptar lo hacen también. Se dice que el proceso estocástico es una Cadena.

**“Cadena: Sistema cuyos cambios de estados discretos evolucionan a lo largo de intervalos regulares de tiempo”**

De modo que para un proceso estocástico discreto o cadena, su evolución en el tiempo se puede representar como:

$$[X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_{n-1} = x_{n-1}, X_n = x_n]$$

Evolución en la que los cambios de estados ocurren en los instantes de tiempo discretos

$$i = 0, 1, \dots, n-1, n$$

Y en donde el conjunto de posibles valores que adopta será discreto e igual a:

$$X_i = [x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n] \text{ Con } i = 0, 1, \dots, n-1, n$$

El principal interés de análisis de un proceso estocástico radica en encontrar la probabilidad o distribución de probabilidad de alcanzar alguno de los tantos estados del espacio. Por lo que resulta útil introducir los conceptos de probabilidad de cambio de

estado y probabilidad de ocupación de estado. Los cuales se expresan de la siguiente forma:

**Probabilidad de cambio de estado o de transición:** Si en el instante de tiempo  $t = n - 1$  la probabilidad es  $x_{n-1} = i$  y si en el instante de tiempo  $t = n$  es de  $x_n = j$ , entonces la probabilidad de transición se expresa como

$$p_{ij} = P(x_n = j | x_{n-1} = i)$$

**Probabilidad de ocupación de un estado:** De la definición anterior se puede ver que la probabilidad de ocupar un estado particular se expresa como

$$P(x_n = l)$$

O sea en el instante de tiempo  $t = n$  el estado adopta toma el valor de "l"

Habiendo introducido estos 2 conceptos, se puede ahora resaltar la propiedad más importante del proceso o cadena y es que la historia pasada del proceso se puede resumir solo con el cambio de estado actual. Esto está ligado al hecho que a un estado en particular se llega siempre desde cualquier otro estado con la misma probabilidad de transición y esto hace parte a la característica funcional del sistema, la cual queda definida y fijada previamente antes de cualquier desarrollo. Es decir, si se concentra todo el interés en determinar la posibilidad de alcanzar un estado en particular y si se intenta encontrar la relación con todos los estados anteriores:

$$P(X_n = x_n | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_{n-1} = x_{n-1})$$

Sería posible ver que:

$$P(X_n = x_n | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_{n-1} = x_{n-1}) = P(X_n = x_n | X_0 = x_{n-1})$$

$$P(X_n = x_n | X_0 = x_{n-1}) = p_{x_{n-1}x_n}$$

$$p_{x_{n-1}x_n}(n) = P(X_n = x_n | X_0 = x_{n-1})$$

Es decir que el valor actual depende del cambio de estado, por lo cual para realizar el análisis de un estado cualquiera resulta útil conocer solo el cambio a o transición a dicho estado, además de advertir que el cambio de estado desde " $x_{n-1}$ " hacia " $x_n$ " es independiente del instante de tiempo " $n$ " en el cual se realice el análisis.

Resumiendo este concepto, se tiene que:

**“Cadena de Markov: Sistema cuyos cambios de estados discretos evolucionan a lo largo de intervalos regulares de tiempo y en donde el valor actual del proceso depende solo del cambio actual del estado”**

## **2.2 Proceso estocástico Bidimensional**

Si se definen  $b(t)$  y  $s(t)$  como las variables aleatorias que representan a él contador de Backoff y al estado de retransmisión respectivamente, se tiene entonces dos variables aleatorias que juntas constituyen un proceso estocástico cada una con espacio de estado discreto. Si para estos dos procesos se adopta una escala de tiempo discreta. Entonces, el proceso estocástico bidimensional  $[s(t), b(t)]$  que representa el funcionamiento del algoritmo de Backoff es una cadena. Teniendo en cuenta que una vez configurado el contador de Backoff, este reduce su valor en una unidad cada vez que detecta el medio libre y teniendo en cuenta además que a un determinado estado de retransmisión se llega proveniente del estado de retransmisión inmediatamente anterior luego de ocurrida una colisión de la trama que se pretendía enviar. Entonces, se observa que esta cadena cumple con la propiedad Markoviana, por lo cual:

**“El proceso bidimensional  $[s(t), b(t)]$  que representa el funcionamiento del algoritmo de backoff se puede modelar mediante una Cadena de Markov.”**

### **2.2.1 Justificación**

El Contador de Backoff  $b(t)$  se inicializa con algún valor elegido al azar de la Ventana de contienda ( $C_W$ ) que está conformada de “ $C_W$ ” valores distintos y que son:

$$C_W = [0, 1, \dots, C_W - 1]$$

Sin embargo, el conjunto de valores enteros que forman parte de dicha ventana depende del estado de retransmisiones  $s(t)$  en que se encuentra una estación, a saber, la ventana dobla su tamaño por cada nuevo intento de retransmisión. Es por ello, que en su primer intento por transmitir la ventana de contienda “ $C_W$ ”, presenta su tamaño más pequeño  $C_W = C_{W \min}$ , aquel donde:

$$C_{W \min} = [0, 1, \dots, C_{W \min} - 1]$$

Mientras que cuando alcanza el último estado de retransmisión permitido, el tamaño de la ventana será máximo o sea  $C_W = C_{W \max}$ , aquel donde:

$$C_{W \max} = [0, 1, \dots, C_{W \max} - 1]$$

Para contemplar la dependencia entre las variables  $b(t)$  y  $s(t)$  se realiza lo siguiente:

Si se define al él conjunto de posibles de la variable  $s(t)$ , como:

$$s(t) = [0, 1, \dots, m]$$

Entonces,  $s(t) = m$  queda expresado como el máximo estado de retransmisión posible, y si se recuerda que este valor es aquel para el cual la ventana de contienda resulta  $C_{W \max}$  y si por otra parte se iguala el menor tamaño de la ventana de contienda con una variable "W", tal que:

$$W = C_{W \min}$$

Se obtiene entonces una expresión genérica para la ventana  $C_W$ , en donde el tamaño de la misma va a depender de la variable  $i = s(t)$  de la siguiente forma:

$$C_W = W_i = [0, 1, \dots, W_i - 1]$$

$$C_W = W_i = 2^i W$$

De manera tal que:

En su primer intento por transmitir  $i = 0$ , el tamaño de la ventana de contienda  $C_W$  resulta:

$$C_W = W_0 = W = C_{W \min}$$

$$W_0 = [0, 1, \dots, W_0 - 1]$$

Mientras que en el último estado de retransmisión posible  $i = m$ , la ventana de contienda  $C_W$  resulta:

$$C_W = W_i = 2^i W = C_{W \max}$$



$$W_i = [0, 1, \dots, W_i - 1]$$

Se observa por lo tanto el crecimiento binario en el tamaño del conjunto de valores o ventana de contienda por cada nuevo intento de retransmisión, de ahí el nombre de exponencial binario.

Del proceso, conocemos que cuando el terminal tiene un paquete para transmitir, debe censar el estado en que se encuentra el canal, si el canal esta libre y si dicha condición se mantiene durante una cantidad de tiempo igual a  $t = DIFS$ , la estación podrá entonces transmitir. De lo contrario activará el proceso de postergación, mediante el cual las variables  $[s(t), b(t)]$ , quedarán configuradas inicialmente como:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = 0 \\ W_0 = [0, 1, \dots, W_0 - 1] \end{cases}$$

Luego tendremos que el contador de Backoff restara una unidad solo si el canal esta libre en el salto de cada time slot hasta que llegue al valor de  $b(t) = 0$ . Una vez alcanzado dicho estado ( $b(t) = 0$ ) podrá transmitir aunque en este punto si una nueva colisión hubiera ocurrido, el terminal incrementaría en uno la variable  $s(t)$  y elegiría un nuevo valor de una nueva ventana, de modo que el conjunto  $[s(t), b(t)]$  quedará configurado como:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = 1 \\ W_1 = [0, 1, \dots, W_1 - 1] \end{cases}$$

El proceso iterativo continua, siempre y cuando no hubiera sido posible el envío de la trama cada vez que el contador alcanzo el valor cero para cada uno de los estados por los cuales paso, producto de un nuevo salto de retransmisión. Hasta llegar a él último estado permitido  $i = m$ , o sea aquel para el cual el conjunto  $[s(t), b(t)]$  resulta igual a:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = m \\ W_m = [0, 1, \dots, W_m - 1] \end{cases}$$

De modo que en base a este proceso iterativo del funcionamiento del conjunto del Contador de Backoff  $b(t)$  y del estado de retransmisión  $s(t)$ , es posible notar que todos

los posibles valores del proceso quedan representados por el siguiente diagrama que lleva la cuenta de la operación del algoritmo:

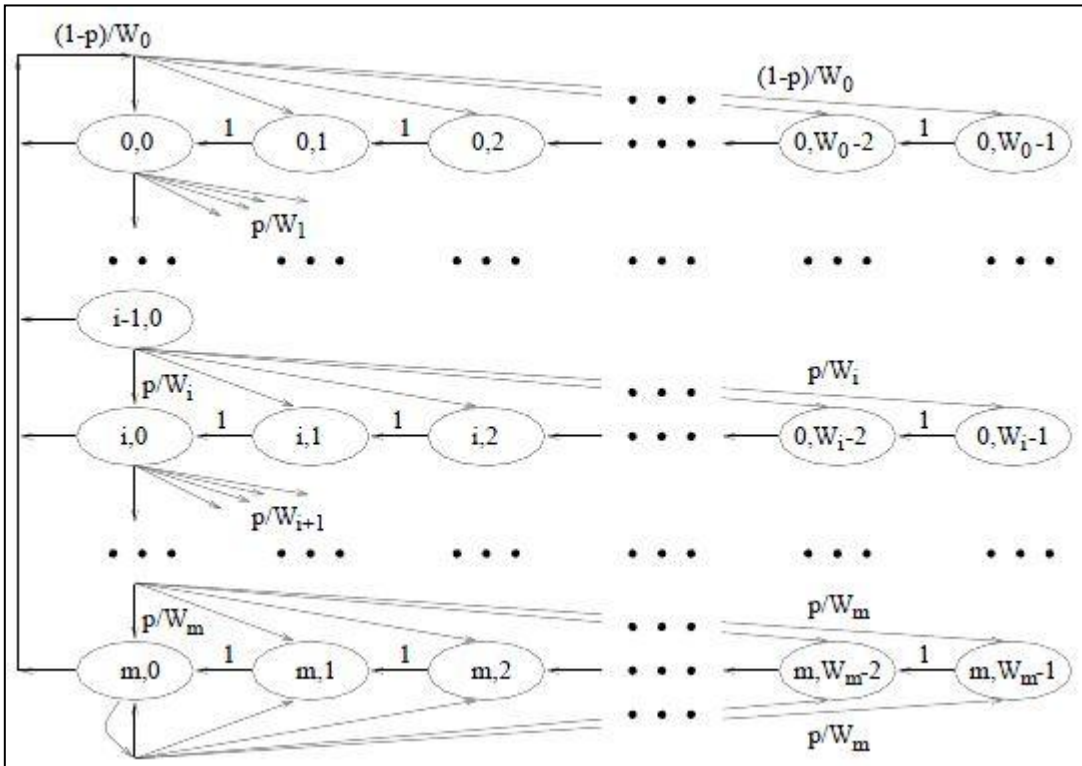


Figura 3

## 2.3 Análisis del Diagrama

### 2.3.1 Espacio de estados

Conforme a la figura, se puede ver que todos los posibles valores o espacio de estados que adopta el conjunto  $[s(t), b(t)]$  resultan iguales a:

$$[s(t), b(t)] = [(0,0), (0,1), \dots, (0, W_0 - 1); (1,0), (1,1), \dots, (1, W_1 - 1), \dots, (m,0), (m,1), \dots, (m, W_m - 1)]$$

Es decir, la variable estado de retransmisión  $s(t)$  queda acotada al conjunto

$$s(t) = [0, 1, \dots, m]$$

Mientras que el valor de la variable del Contador de Backoff  $b(t)$  depende de

$$W_i = [0, 1, \dots, W_i - 1],$$

Dónde  $i = s(t) = [0, 1, \dots, m]$ .

De forma que el proceso  $[s(t), b(t)]$  tal cual se detalla en la figura, resulta igual a:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = [0, 1, \dots, m] \\ W_i = [0, 1, \dots, W_i - 1] \end{cases}$$

### 2.3.2 Probabilidades no nulas de transición

**“En el contexto de un sistema en el que cada estación o terminal que forma parte del mismo aguarda su oportunidad para enviar una trama. La probabilidad de colisión lleva la cuenta del envío simultáneo de una trama por parte de dos estaciones distintas en el mismo instante de tiempo. Esta probabilidad quedará definida en términos de la variable “ $p$ ”. En tanto que la posibilidad del envío exitoso por el canal compartido quedará definido en términos de la variable “ $\tau$ ”, donde se cumple la relación de probabilidad “ $\tau + p = 1$ ””**

Obsérvese que las únicas probabilidades no nulas que se indican en el diagrama son las que se detallan a continuación:

$$1) P[(i, k) | (i, k + 1)] = 1$$

Fijando por ejemplo el estado de retransmisión del conjunto:

$$s(t) = [0, 1, \dots, i, \dots, m - 1, m]$$

Con el valor de  $s(t) = i$

Se puede ver por lo tanto que esta probabilidad de transición no nula refleja el decremento del contador en una unidad cada vez que el canal se encuentra libre luego que el proceso de ejecución del algoritmo se encuentre activo. De modo genérico se expresa el decremento desde un valor de  $b(t) = k + 1$  a un valor de  $b(t) = k$ .

Es decir, si la variable  $b(t)$  queda configurada conforme a estos valores

$$W_i = [0, 1, \dots, k - 1, k, k + 1, \dots, W_i - 1]$$

Entonces el paso desde el estado " $b(t) = k + 1$ " hacia " $b(t) = k$ " representa la reducción en una unidad del contador.

$$2) P[(0,k) | (i,0)] = \frac{(1-p)}{W_0}$$

Refleja el hecho que si estando en el estado de retransmisión  $s(t) = i$ . Es decir,

$$s(t) = [0, 1, \dots, i, \dots, m-1, m]$$

Y si el contador  $b(t)$  finalmente llega el valor en cero, entonces si la trama enviada por el canal resulta ser exitosa  $(1-p)$ . Entonces, el proceso se ejecutará una vez más solo si se busca transmitir otra trama. Lo cual implica reiniciar la variable de retransmisión a cero  $s(t) = 0$  y configurar el contador de Backoff con alguno de los valores de la ventana de contienda correspondiente a él estado  $s(t) = 0$ , es decir la variable  $b(t)$  tomará alguno de los siguientes valores:

$$W_0 = [0, 1, \dots, k, \dots, W_0 - 2, W_0 - 1]$$

Es decir el conjunto  $[s(t), b(t)]$ , quedará configurado como:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = 0 \\ W_0 = [0, 1, \dots, W_0 - 1] \end{cases}$$

Con la salvedad que todos los elementos del conjunto " $W_0$ " pueden ser elegidos con la misma probabilidad, de modo que a los fines prácticos si del siguiente conjunto:

$$W_0 = [0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, W_0 - 1]$$

Se analiza el caso de  $b(t) = k$ , entonces finalmente será posible observar que la probabilidad de transición resulta igual a:

$$P[(0,k) | (i,0)] = \frac{(1-p)}{W_0}$$

$$3) P[(i,k) | (i-1,0)] = \frac{P}{W_i}$$

Si para el estado de retransmisión  $s(t) = i - 1$  y con el contador en cero  $b(t) = 0$ , aquel terminal que detectará una colisión luego del envío de la trama por el canal, debería incrementar en una unidad la variable de intentos para transmitir  $s(t) = i$  y elegir un nuevo valor para el contador  $b(t)$  de la nueva ventana de contienda

$$W_i = [0, 1, \dots, k, \dots, W_i - 2, W_i - 1]$$

Con la particularidad que todos los elementos de este nuevo conjunto tienen igual probabilidad de ser elegidos, de modo que si se adopta la misma simplificación del caso anterior, es decir, aquella donde:

Sea el conjunto de posibles valores de donde el contador se configura igual a:

$$W_i = [0, 1, \dots, k - 1, k, k + 1, \dots, W_i - 1]$$

Si se usa la simplificación de  $b(t) = k$ , entonces se tiene que:

$$P[(i,k) | (i-1,0)] = \frac{P}{W_i}$$

$$4) P[(m,k) | (m,0)] = \frac{P}{W_m}$$

Si estando en el último estado de retransmisión posible, aquel para el cual  $s(t) = m$ , con el contador en cero  $b(t) = 0$ , se detectará una colisión luego del intento de envío de la trama, entonces, el proceso se repetiría nuevamente aunque la variable  $s(t)$  permanecería en el mismo estado, o sea  $s(t) = m$ . Mientras que el contador se debería configurar una vez más con alguno de estos valores:

$$W_m = [0, 1, \dots, k, \dots, W_m - 2, W_m - 1]$$

Y a la espera de llegar nuevamente a cero para intentar transmitir de nuevo.

Como los valores del conjunto son igualmente probables, por lo que la probabilidad de transición es igual a:

$$P[(m, k) | (m, 0)] = \frac{P}{W_m}$$

En base a este análisis de probabilidades no nulas antes mencionado, asumiremos de forma general que el paso de un estado  $(i_0, k_0)$  hacia otro igual a  $(i_1, k_1)$ ,

$$P[s(t+1) = i_1, b(t+1) = k_1 | s(t) = i_0, b(t) = k_0]$$

Quedará definido como:

$$P[s(t+1) = i_1, b(t+1) = k_1 | s(t) = i_0, b(t) = k_0] = u_{i_0 k_0, i_1 k_1}$$

De modo que se introduce una variable “ $u$ ” que contempla las transiciones desde cualquier estado del conjunto  $[s(t), b(t)]$ . De manera tal que el paso desde  $(i_0, k_0)$  hacia  $(i_1, k_1)$  puede ser referido como  $u_{i_0 k_0, i_1 k_1}$ .

### 2.3.3 Vector de distribución de probabilidad

**“En el contexto de un conjunto de elementos sobre el cual se pretende determinar la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos, se define el vector de distribución de probabilidad como la variable que cuantifica la porción que le corresponde a cada uno de ellos. Donde además se cumple la propiedad que la suma de las probabilidades asignadas a cada uno de los elementos del conjunto resulta igual a 1”**

Si se fija la variable estado de retransmisión “ $s(t)$ ” Con el valor de  $s(t) = i$

Entonces el contador  $b(t)$  tomará un valor del conjunto  $W_i = [0, 1, \dots, k, \dots, W_i - 1]$

Es decir el proceso  $[s(t), b(t)]$ , se encuentra configurado como:

$$\begin{cases} s(t) = i \\ W_i = [0, 1, \dots, k, \dots, W_i - 1] \end{cases}$$

Es posible por lo tanto relacionar la probabilidad de elección de cada uno de los valores del grupo “ $W_i$ ” en términos de una nueva variable que es el vector distribución de probabilidad.

El Vector de distribución de probabilidad del contador de Backoff para el estado  $s(t) = i$  queda definido de la siguiente forma:

$$\lambda^i = (\lambda_0^i, \lambda_1^i, \dots, \lambda_k^i, \dots, \lambda_{W_i-2}^i, \lambda_{W_i-1}^i)$$

En donde las componentes del vector de distribución de probabilidad “ $\lambda^i$ ” son equivalentes a la probabilidad de ocupación de un estado en particular.

Esto significa que:

$$(\lambda_0^i, \lambda_1^i, \dots, \lambda_k^i, \dots, \lambda_{W_i-2}^i, \lambda_{W_i-1}^i) = (u_{i,0}, u_{i,1}, \dots, u_{i,k}, \dots, u_{i,W_i-2}, u_{i,W_i-1})$$

Entonces, se cumplen las siguientes igualdades:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_0^i = u_{i,0} \\ \lambda_1^i = u_{i,1} \\ \lambda_k^i = u_{i,k} \\ \lambda_{W_i-2}^i = u_{i,W_i-2} \\ \lambda_{W_i-1}^i = u_{i,W_i-1} \end{array} \right.$$

A los fines prácticos si tan solo se tiene en cuenta la expresión para cuando el contador toma el valor  $b(t) = k$ , o sea:

$$\left\{ \begin{array}{l} s(t) = i \\ b(t) = k \end{array} \right.$$

Entonces,  $\lambda_k^i = u_{i,k}$

#### 2.4 Probabilidad de ocupación del estado genérico $u_{i,k}$ :

En la sección “2.1 Conceptos de Markov” se dio la definición de la probabilidad de ocupación de un estado. Lo que se hará a continuación es encontrar una expresión matemática para dicha probabilidad, aunque para ellos se analizará primero este concepto para los siguientes 3 estados de retransmisión.

### 2.4.1 Probabilidad de ocupación del estado $s(t) = i$ :

Al igual que se hizo antes, se tomara el caso en que las variables  $[s(t), b(t)]$  adoptan algunos de estos valores:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = i \\ W_i = [0, 1, \dots, k, \dots, W_{i-2}, W_i - 1] \end{cases}$$

Retomando la figura del diagrama de transiciones la cual se presento en la sección “2.2.1 Justificación”, es posible observar que para el caso en que  $s(t) = i$ , el diagrama refleja lo siguiente:

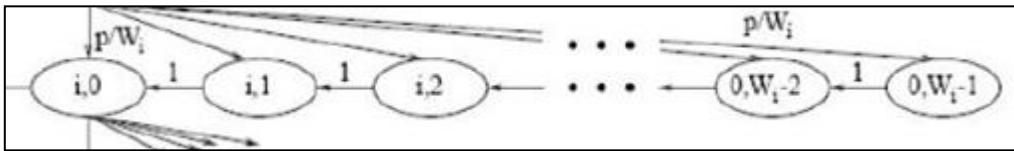


Figura 4

Se puede ver que al estado  $s(t) = i$  se llega proveniente desde el estado  $s(t) = i - 1$  luego de ocurrida una colisión “ $p$ ”.

De manera que para lograr encontrar la probabilidad de ocupación de cualquiera de los nuevos valores del contador  $b(t)$  en el estado  $s(t) = i$ . Se necesita primero expresar la definición de los vectores de probabilidad de los estados  $s(t) = i$  y  $s(t) = i - 1$  respectivamente.

El vector de distribución de probabilidad para el estado  $s(t) = i - 1$  es igual a:

$$\lambda^{i-1} = (\lambda_0^{i-1}, \lambda_1^{i-1}, \dots, \lambda_k^{i-1}, \dots, \lambda_{W_{i-1}-2}^{i-1}, \lambda_{W_{i-1}-1}^{i-1})$$

Mientras que el vector de distribución de probabilidad para el estado  $s(t) = i$  es:

$$\lambda^i = (\lambda_0^i, \lambda_1^i, \dots, \lambda_k^i, \dots, \lambda_{W_i-2}^i, \lambda_{W_i-1}^i)$$



Si solo se busca encontrar la probabilidad de ocupación del estado  $u_{i,k}$  o lo que es lo mismo  $\lambda_k^i = u_{i,k}$ , sería factible ver que esto se puede calcular como:

$$\lambda_k^i = \sum_{j=0}^{W_{i-1}-1} \lambda_j^{i-1} [u_{i-1,j,ik}] \text{ Con } k = [0, 1, \dots, W_i - 1]$$

Esta expresión refleja la transición desde cada uno de los estados  $s(t) = i - 1$  al valor en consideración  $\lambda_k^i = u_{i,k}$ .

Si se tiene en cuenta que la expresión antes mencionada:

$$\lambda_k^i = \sum_{j=0}^{W_{i-1}-1} \lambda_j^{i-1} [u_{i-1,j,ik}]$$

Es igual a:

$$\lambda_k^i = \left[ \lambda_0^{i-1} * u_{i-10,ik} + \lambda_1^{i-1} * u_{i-11,ik} + \dots + \lambda_k^{i-1} * u_{i-1k,ik} + \dots + \lambda_{W_i-2}^{i-1} * u_{i-1W_i-2,ik} + \lambda_{W_i-1}^{i-1} * u_{i-1W_i-1,ik} \right]$$

$$\lambda_k^i = \left[ \lambda_0^{i-1} * u_{i-10,ik} + \lambda_1^{i-1} * u_{i-11,ik} + \dots + \lambda_{W_i-2}^{i-1} * u_{i-1W_i-2,ik} + \lambda_{W_i-1}^{i-1} * u_{i-1W_i-1,ik} \right]$$

$$\lambda_k^i = u_{i,k} = \left[ \lambda_0^{i-1} * u_{i-10,ik} + \lambda_1^{i-1} * u_{i-11,ik} + \dots + \lambda_{W_i-2}^{i-1} * u_{i-1W_i-2,ik} + \lambda_{W_i-1}^{i-1} * u_{i-1W_i-1,ik} \right]$$

Sería posible ver que, conforme a la figura diagrama o bien a partir de la definición del principio de funcionamiento, desde el estado  $s(t) = i - 1$  se pasa a él estado  $s(t) = i$  solo cuando el contador  $b(t)$  llevo a la cuenta cero e intento transmitir una trama que finalmente colisionó "p", por lo que el único termino no nulo de la suma de los productos de la ecuación de arriba que expresa las transiciones desde todos los estados en  $s(t) = i - 1$  al el estado de ocupación  $u_{i,k}$  es:

$$\lambda_0^{i-1} * u_{i-10,ik}$$

Por lo que:

$$\lambda_k^i = \lambda_0^{i-1} * u_{i-10,ik}$$

$$\lambda_k^i = u_{i,k} = \lambda_0^{i-1} * u_{i-10,ik}$$

O sea el producto entre la probabilidad de ocupación del estado

$$[s(t), b(t)] = [i-1, 0] = [s(t) = i-1, b(t) = 0]$$

$$[s(t) = i-1, b(t) = 0] = u_{i-1,0} = \lambda_0^{i-1}$$

Y la probabilidad de transición desde  $[s(t) = i-1, b(t) = 0]$  hacia el estado

$$[s(t) = i, b(t) = k]$$

O sea

$$[s(t) = i, b(t) = k] = u_{i,k} = \lambda_k^{i-1}$$

De la expresión que se acaba de encontrar:

$$\lambda_k^i = u_{i,k} = \lambda_0^{i-1} * u_{i-1,ik}$$

Se puede afinar un poco más el caculo si se advierte que la probabilidad de transición del estado  $[s(t), b(t)] = [i-1, 0]$

Hacia el estado  $[s(t), b(t)] = [i, k]$  O sea  $u_{i-1,ik}$ ,

Resulta igual a  $u_{i-1,ik} = p$

Por lo que la probabilidad de ocupación del estado  $[s(t), b(t)] = [i, k]$ , es igual a:

$$\lambda_k^i = u_{i,k} = \lambda_0^{i-1} * u_{i-1,ik}$$

$$\lambda_k^i = u_{i,k} = \lambda_0^{i-1} * p$$

$$\lambda_k^i = u_{i,k} = u_{i-1,0} * p$$

#### 2.4.1.1 Decremento del contador a un estado de ocupación particular

A la última expresión de  $\lambda_k^i = u_{i,k} = u_{i-1,0} p$ , se le debe agregar por último un factor multiplicativo que lleva la cuenta del decremento del contador  $b(t)$  a un valor genérico de  $b(t) = k$  en el estado  $s(t) = i$ .

**“En un conjunto de “n” elementos con igual probabilidad de ocurrencia, un evento probabilístico que contemple un subconjunto del primero se obtiene solo de sumar la cantidad de elementos que cumple la condición del evento dividido por la totalidad “n” del total de elementos”.**

En la ventana  $W_i$  existen “ $W_i$ ” elementos diferentes, que van desde el cero y hasta  $W_i - 1$ , teniendo en cuenta que cualquiera de estos elementos pueden ser elegidos para configurar el contador con la misma probabilidad (son igualmente probables) la ocurrencia de un evento en particular se obtiene de sumar la cantidad de elementos que están incluidos en la ocurrencia de dicho evento dividido por la cantidad total de los elementos del conjunto.

La cantidad de elementos del conjunto es “ $W_i$ ”, resta definir cada evento o escenario en particular, y esto último implicaría determinar el valor en que se encuentra el reloj o contador, o sea hasta cuanto se decremento desde el máximo valor posible o bien visto de otra forma cuanto resta para que llegue a cero.

De manera tal que si para un espacio de muestra conformado por

$$W_i = (0, 1, \dots, k, \dots, W_i - 1)$$

La Probabilidad que el contador se haya decrementado una determinada cantidad o que el contador se encuentre en un valor determinado se puede expresar en términos de la cantidad de estados por los que el contador estuvo con anterioridad.

Entonces, si se analiza el caso en que el contador se encuentra en un valor cualquiera “ $k$ ” del conjunto del estado por ejemplo “ $i$ ”, o sea:

$$W_i = (0, 1, \dots, k, \dots, W_i - 1)$$

Entonces:

Como existen “ $W_i$ ” elementos diferentes. En el estado  $k$ , el contador se decremento “ $W_i - k$ ” veces, es decir el reloj paso por “ $W_i - k$ ” estados hasta finalmente ubicarse en el estado  $k$ , esto es fácil de visualizar si se plantea el caso en que el reloj llega finalmente a 0, ya que en un conjunto de  $W_i$  elementos diferentes, para llegar a cero el reloj debe haber pasado por todos estos elementos incluido el estado cero, o sea  $W_i - 0$ ,

Por lo que, teniendo en cuenta que todos los eventos son igualmente probables, en el estado  $k$ , la probabilidad de encontrarse en dicho estado es o será:

$$Factor = \frac{W_i - k}{W_i}$$

Este factor permite definir con mayor precisión la probabilidad de ocupación de un estado en particular  $[s(t), b(t)] = [i, k]$  de la siguiente forma:

$$u_{i,k}$$

$$u_{i,k} = \lambda_k^i$$

$$u_{i,k} = \lambda_k^i = u_{i-1,0} P = \lambda_0^{i-1} P$$

$$u_{i,k} = \lambda_k^i = \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \lambda_0^{i-1} P$$

$$u_{i,k} = \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \lambda_0^{i-1} P$$

$$u_{i,k} = \left( \frac{W_i - k}{W_i} \right) u_{i-1,0} P$$

En base a la expresión genérica de:

$$u_{i,k} = \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] u_{i-1,0} P$$

Se va a calcular las probabilidades de ocupación en dos estados de interés y que son  $s(t) = 0$  y  $s(t) = m$

#### 2.4.2 Probabilidad de ocupación del estado $s(t) = 0$ :

En el estado  $s(t) = 0$ , el vector de distribución es:

$$\lambda^0 = (\lambda_0^0, \lambda_1^0, \dots, \lambda_k^0, \dots, \lambda_{W_0-2}^0, \lambda_{W_0-1}^0)$$

Un estado genérico del contador para este estado sería aquel para el cual el mismo se encuentre configurado con  $b(t) = k$ , o sea:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = 0 \\ b(t) = k \end{cases}$$

$$[s(t), b(t)] = u_{0,k} = \lambda_k^0$$

Es decir se busca encontrar una expresión que represente la ocupación de cualquier valor de  $b(t)$  en el estado  $s(t) = 0$ , aunque para ello se comenzara primero por analizar el caso en que  $b(t) = 0$ , o sea:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = 0 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

$$[s(t), b(t)] = u_{0,0} = \lambda_0^0$$

Y avanzar luego con  $u_{0,k} = \lambda_k^0$

Bajo esta simplificación se tiene que al estado  $u_{0,0}$  se llega proveniente desde cualquiera de los estados de retransmisión

$$u_{i,0} \text{ Con } i = (0, 1, \dots, m-1, m)$$

Una vez que el contador llego a cero  $b(t) = 0$  y luego de que una transmisión fuera exitosa  $(1-p)$ .

De manera tal que se puede expresar la probabilidad de ocupación del estado  $u_{0,0}$  como la sumatoria

$$u_{0,0} = (1-p) \sum_{j=0}^m u_{j,0} \text{ Para } i = 0 \text{ Y } k = 0$$

Que resulta ser la expresión que contemple todos los posibles estados desde los cuales se llega al estado  $u_{0,0}$  cero.

En orden de encontrar una expresión que sea válida para cualquier valor del contador  $b(t)$  en el estado  $s(t) = 0$ , es decir una expresión para cualquiera de estos valores:

$$b(t) = (u_{0,0}, u_{0,1}, \dots, u_{0,k}, \dots, u_{0,W_0-2}, u_{0,W_0-1})$$

$$b(t) = (\lambda_0^0, \lambda_1^0, \dots, \lambda_k^0, \dots, \lambda_{W_0-2}^0, \lambda_{W_0-1}^0)$$

Se debe tener en cuenta el término del “factor de decremento del contador” definido en la sección 2.4.1.1, o sea por ejemplo si se realiza el análisis para un valor genérico para el contador  $b(t) = k$ . Se debería entonces encontrar la probabilidad de ocupación del estado:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = 0 \\ b(t) = k \end{cases}$$

$$[s(t), b(t)] = u_{0,k} = \lambda_k^0$$

Pero, en el estado  $s(t) = 0$  el factor de decremento se calcula teniendo en cuenta los  $W_0$  valores distintos que forman parte del conjunto:

$$W_0 = (0, 1, \dots, k, \dots, W_0 - 2, W_0 - 1)$$

De modo que dicho factor resulta ser igual a:

$$\left[ \frac{W_0 - k}{W_0} \right]$$

Incorporando el factor de decremento a la expresión, quedaría:

$$u_{0,k} = \left[ (1 - p) \frac{W_0 - k}{W_0} \right] \sum_{j=0}^m u_{i,0}$$

### 2.4.3 Probabilidad de ocupación del estado $s(t) = m$

Por último, en este apartado se hará mención a lo que sucede una vez se alcanza el estado  $s(t) = m$ , o sea el último estado posible del proceso estocástico, el contador  $b(t)$  se puede configurar con alguno de los siguientes valores:

$$W_m = (0, 1, \dots, k, \dots, W_m - 2, W_m - 1)$$

El vector de distribución de probabilidad para este estado, es:

$$(\lambda_0^m, \lambda_1^m, \dots, \lambda_k^m, \dots, \lambda_{W_m-2}^m, \lambda_{W_m-1}^m)$$

Si nuevamente se comienza por encontrar una expresión para cuando  $b(t) = 0$ , o sea para cuándo:

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = m \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

Se deberá entonces determinar la probabilidad de ocupación del estado  $u_{m,0} = \lambda_0^m$ .

A este estado se llega desde el estado  $s(t) = m - 1$  luego de ocurrida una colisión, o sea:

$$\lambda_0^{m-1} p = u_{m-1,0} P$$

Y además desde el propio estado  $s(t) = m$  cuando ocurre nuevamente una colisión, o sea:

$$\lambda_0^m p = u_{m,0} P$$

En base a esto, la probabilidad de ocupación del estado  $[s(t), b(t)] = u_{m,0}$  resulta igual a:

$$u_{m,0} = u_{m,0} P + u_{m-1,0} P$$

$$u_{m,0} - u_{m,0} P = u_{m-1,0} P$$

$$u_{m,0} = u_{m-1,0} \left[ \frac{P}{1 - P} \right]$$

La expresión de la probabilidad de ocupación o estacionaria genérica, que contemple cualquier valor de  $b(t)$ , por ejemplo  $b(t) = k$ :

$$[s(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = m \\ b(t) = k \end{cases}$$

Debe incorporar el factor de decremento, el cual es igual a;

$$\left[ \frac{W_m - k}{W_m} \right]$$

De modo que la expresión final sería:

$$u_{m,k} = \left[ \frac{p}{1-p} \right] \left[ \frac{W_m - k}{W_m} \right] u_{m-1,0}$$

Siendo que al analizar la expresión de ocupación en los valores de  $s(t) = 0$ ,  $s(t) = m$  y  $s(t) = i$  se encontró que las probabilidades de ocupación:

$$\begin{cases} u_{0,k} \\ u_{i,k} \\ u_{m,k} \end{cases}$$

Eran iguales a:

$$\begin{cases} u_{0,k} = \left[ (1-p) \frac{W_0 - k}{W_0} \right] \sum_{j=0}^m u_{j,0} \\ u_{i,k} = \left( \frac{W_i - k}{W_i} \right) u_{i-1,0} p \\ u_{m,k} = \left[ \frac{p}{1-p} \right] \left[ \frac{W_m - k}{W_m} \right] u_{m-1,0} \end{cases}$$

Entonces lo que se va a hacer ahora es representar la probabilidad de ocupación de cualquier estado  $u_{i,k}$  partiendo de las tres ecuaciones de arriba. Ya que estas tres expresiones pueden ser escritas también de la siguiente forma:

$$u_{i,k} = \begin{cases} \left[ (1-p) \frac{W_0 - k}{W_0} \right] \sum_{j=0}^m u_{j,0} & i = 0 \\ \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] u_{i-1,0} p & 0 < i < m \\ \left[ \frac{p}{1-p} \right] \left[ \frac{W_m - k}{W_m} \right] u_{m-1,0} & i = m \end{cases}$$



A modo de simplificar este análisis, si se fija el valor del contador  $b(t) = 0$  para cada uno de los 3 estados de  $s(t)$ , se puede ver que:

$$u_{i,0} = \begin{cases} (1-p) \sum_{j=0}^m u_{j,0} & i=0 \\ u_{i-1,0} p & 0 < i < m \\ \left[ \frac{p}{1-p} \right] u_{m-1,0} & i=m \end{cases}$$

Entonces, se puede notar que básicamente lo que se hizo fue el reemplazo de estas expresiones por su definición, o sea:

$$u_{i,0} = \begin{cases} u_{0,0} = (1-p) \sum_{j=0}^m u_{j,0} \\ u_{i,0} = u_{i-1,0} p \\ u_{m,0} = u_{m-1,0} \left[ \frac{p}{1-p} \right] \end{cases}$$

Por lo que resulta práctico observar que, la ocupación  $u_{i,0}$  se puede representar también como:

$$u_{i,0} = \begin{cases} u_{0,0} & i=0 \\ u_{i,0} & 0 < i < m \\ u_{m,0} & i=m \end{cases}$$

De modo que si se deja de lado la restricción de  $b(t) = 0$  y se considera por lo tanto el caso más general, aquel para el cual el contador sea igual a  $b(t) = k$ , entonces se puede ver que la cantidad  $u_{i,k}$ , es igual a

$$u_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} \begin{cases} u_{0,0} & i = 0 \\ u_{i,0} & 0 < i < m \\ u_{m,0} & i = m \end{cases}$$

$$u_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} u_{i,0}$$

A partir de lo cual se puede notar que el término  $u_{i,k}$  resulta por lo tanto equivalente a:

$$u_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} u_{i,0} \text{ Con } 0 \leq i \leq m \text{ y } 0 \leq k \leq W_i - 1$$

## 2.5 Probabilidad de transmisión “ $\tau$ ”

### 2.5.1 Relación entre cualquier estado de ocupación $u_{i,k}$ y el estado $u_{0,0}$

A partir de la formula:

$$u_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} u_{i,0} \text{ Con } 0 \leq i \leq m \text{ y } 0 \leq k \leq W_i - 1$$

Se va indicar como encontrar la probabilidad de transmisión. Para ello primero se obtiene el valor de la probabilidad  $u_{0,0}$ . Aunque para esto resulta útil discriminar una cantidad de especial importancia, que es la dependencia de cualquier estado de ocupación con el estado en el que  $[s(t) = 0, b(t) = 0]$ , es decir el estado  $u_{0,0}$ .

#### 2.5.1.1 Estados $s(t) = i$ y $b(t) = 0$

Si el proceso  $[s(t), b(t)]$  queda configurado con los siguientes valores:

$$\begin{cases} s(t) = i \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

Entonces la probabilidad de ocupación  $u_{i,0}$ , resulta igual a:

$$u_{i,0} = u_{i-1,0} P$$

Ahora, si se fija el valor de las variables  $[s(t), b(t)]$  en:

$$\begin{cases} s(t) = i - 1 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

La probabilidad de ocupación  $u_{i-1,0}$ , resulta igual a:

$$u_{i-1,0} = u_{i-2,0}P$$

De modo que retomando la expresión de la ocupación  $u_{i,0}$ , se puede reescribir el término como:

$$u_{i,0} = u_{i-1,0}P$$

$$u_{i,0} = u_{i-1,0}P = (u_{i-2,0}P)P$$

$$u_{i,0} = u_{i-2,0}P^2$$

Entonces, extendiendo el análisis para todos los estados hasta llegar al estado cero, o sea ir calculando para

$u_{i-3,0}, u_{i-4,0}, \dots, u_{0,0}$  O lo que es lo mismo

$$\begin{cases} s(t) = i - 3 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s(t) = i - 4 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

.

.

$$\begin{cases} s(t) = 0 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

Y reemplazando cada expresión en función de su valor anterior, se puede llegar a expresar la ocupación  $u_{i,0}$  en términos de  $u_{0,0}$  de la siguiente forma:

$$u_{i,0} = u_{0,0}P^i$$

### 2.5.1.2 Estados $s(t) = m$ y $b(t) = 0$

Por último, se expresa la dependencia de cualquier ocupación con el estado  $s(t) = m$  con el estado  $u_{0,0}$ :

Partiendo desde:

$$\begin{cases} s(t) = m \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

Y recordando que el estado  $u_{m,0}$  se expresa como:

$$u_{m,0} = u_{m-1,0}P + u_{m,0}P$$

$$u_{m,0} - u_{m,0}P = u_{m-1,0}P$$

$$u_{m,0}(1 - p) = u_{m-1,0}P$$

$$u_{m,0} = u_{m-1,0} \left[ \frac{p}{1 - p} \right]$$

Sin embargo teniendo en cuenta que el termino  $u_{m-1,0}$  es igual a

$$u_{m-1,0} = u_{m-2,0}P$$

Entonces, reemplazando por el valor anterior, la expresión  $u_{m,0}$  se puede reescribir como:

$$u_{m,0} = u_{m-1,0} \left[ \frac{p}{1 - p} \right]$$

$$u_{m,0} = (u_{m-2,0}P) \left[ \frac{p}{1 - p} \right]$$

$$u_{m,0} = u_{m-2,0} \left[ \frac{p^2}{1 - p} \right]$$

De modo que si se tiene presente que a su vez el término  $u_{m-2,0}$  depende de  $u_{m-3,0}$  de la forma

$$u_{m-2,0} = u_{m-3,0}P$$

Se podrá por lo tanto encontrar la relación de  $u_{m,0}$  con  $u_{0,0}$ , extendiendo el análisis para todos los estados hasta llegar al estado cero, o sea incluir:

$u_{m-3,0}, u_{m-4,0}, \dots, u_{0,0}$  o lo que es lo mismo

$$\begin{cases} s(t) = m - 3 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s(t) = m - 4 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

.

.

$$\begin{cases} s(t) = 0 \\ b(t) = 0 \end{cases}$$

Por lo que, la ocupación  $u_{m,0}$  depende de  $u_{0,0}$  de la siguiente forma:

$$u_{m,0} = u_{0,0} \left[ \frac{P^m}{1 - P} \right]$$

### 2.5.2 Ecuación de normalización

**“En un sistema probabilístico la suma de la distribución de probabilidad entre todos los distintos valores del sistema resulta igual a 1”**

El hecho que la suma total de las probabilidades de ocupación resulte igual a 1, permite definir la ecuación de normalización como:

$$\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

Es posible ver que si se usa la definición de la ocupación  $u_{i,k}$

$$u_{i,k} = \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] u_{i,0}$$

Que se obtuvo anteriormente, la propiedad resulta igual a:

$$\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

$$\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] u_{i,0} = 1$$

$$\sum_{i=0}^m \left[ \sum_{k=0}^{W_i-1} \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \right] u_{i,0} = 1$$

Pero de acuerdo a la propiedad de

$$\sum_{k=0}^{W_i-1} \frac{W_i - k}{W_i} = \frac{W_i + 1}{2} = 1$$

La ecuación de Normalización, queda expresada como:

$$\sum_{i=0}^m \left[ \frac{W_i + 1}{2} \right] u_{i,0} = 1$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^m u_{i,0} [W_i + 1] = 1$$

Pero como

$$W_i = 2^i W$$

Resulta entonces,

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^m u_{i,0} [2^i W + 1] = 1$$

Ahora, lo que se hace es valuar la Sumatoria en  $i = m$  y entonces resulta que:

$$\frac{1}{2} \left[ \sum_{i=0}^{m-1} u_{i,0} (2^i W + 1) + u_{m,0} (2^m W + 1) \right] = 1$$

Aunque,

$$u_{i,0} = p^i u_{0,0} \text{ y } u_{m,0} = \frac{p^m u_{0,0}}{1-p}$$

$$\frac{1}{2} \left[ \sum_{i=0}^{m-1} p^i u_{0,0} (2^i W + 1) + \frac{(p^m u_{0,0})(2^m W + 1)}{(1-p)} \right] = 1$$

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left[ \sum_{i=0}^{m-1} [W(2p)^i + p^i] + \frac{W(2p)^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} \right] = 1$$

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left[ \sum_{i=0}^{m-1} W(2p)^i + \sum_{i=0}^{m-1} p^i + \frac{W(2p)^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} \right] = 1$$

Pero, si se tiene en cuenta que a partir de la propiedad matemática que indica que la

sumatoria de la serie de potencia  $\sum_{i=a}^b v^n$ , es igual a;

$$\sum_{i=a}^b v^n = \frac{1-v^{b+1}}{1-v}$$

Entonces, los términos  $\sum_{i=0}^{m-1} W(2p)^i$  y  $\sum_{i=0}^{m-1} p^i$ , se pueden escribir como:

$$\sum_{i=0}^{m-1} W(2p)^i = W \left[ \sum_{i=0}^{m-1} (2p)^i \right] = W \left[ \frac{1-(2p)^m}{1-(2p)} \right]$$

Y por otro lado

$$\sum_{i=0}^{m-1} p^i = \sum_{i=0}^{m-1} p^i = \frac{1-p^m}{1-p}$$

La ecuación queda entonces,

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left[ W \left[ \frac{1-(2p)^m}{1-(2p)} \right] + \frac{1-p^m}{1-p} + \frac{W(2p)^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} \right] = 1$$

Se puede observar que la conjunción de los términos

$$\frac{1-p^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} = \frac{1}{1-p}$$

De manera tal que:

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left[ W \left[ \frac{1-(2p)^m}{1-(2p)} \right] + \frac{W(2p)^m}{1-p} + \frac{1}{1-p} \right] = 1$$

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left[ W \left[ \frac{1-(2p)^m}{1-(2p)} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right] + \frac{1}{1-p} \right] = 1$$

Operando solo sobre el término  $\left[ \frac{1-(2p)^m}{1-(2p)} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right]$

Se obtiene que

$$\left[ \frac{1-(2p)^m}{1-(2p)} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right]$$

$$\left[ \frac{1-(2p)^m}{1-(2p)} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right] = \frac{(1-p)[1-(2p)^m] + (2p)^m[1-(2p)]}{[1-(2p)](1-p)} =$$

$$\frac{1-(2p)^m - p(1-(2p)^m) + (2p)^m - 2p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} =$$

$$\frac{1-(2p)^m - p + p(2p)^m + (2p)^m - 2p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} =$$



$$\frac{1-p-p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} =$$

$$W \left[ \frac{1-p-p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

Retomando el término inicial, resulta:

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left[ W \left[ \frac{1-p-p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right] + \frac{1}{1-p} \right] = 1$$

Operando sobre el término  $W \left[ \frac{1-p-p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right] + \frac{1}{1-p}$ , se obtiene:

$$W \left[ \frac{1-p-p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right] + \frac{1}{1-p}$$

$$\frac{W - Wp - Wp(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} + \frac{1}{1-p} =$$

$$\frac{W - Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} =$$

Si se suma y resta el término  $Wp$ , resulta entonces:

$$\frac{W - Wp - Wp + Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} =$$

$$\frac{W - 2Wp + Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} =$$

$$\frac{Wp(1 - (2p)^m) + W - 2Wp + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} = 1$$

Trabajando solo sobre el término  $W - 2Wp + 1 - 2p$

Se observa que es igual a  $(W + 1)(1 - 2p) = W - 2Wp + 1 - 2p$

Entonces se tiene que:

$$\frac{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}{(1 - 2p)(1 - p)} = 1$$

De manera tal que juntando todo, resulta igual a :

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left[ \frac{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

De modo que la probabilidad de ocupación del estado cero finalmente resulta:

$$u_{0,0} = \frac{2(1 - 2p)(1 - p)}{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}$$

Sin embargo, para finalmente encontrar la probabilidad de transmisión lo que se hace es pensar que si y solo si, será posible transmitir estando en el estado en el que el contador es cero, sin importar en cual estado de transmisión se encuentre el terminal o sea , para cualquier  $s(t)$  comprendido entre:

$$s(t) = [0, 1, \dots, i, \dots, m - 1, m]$$

De modo que, se puede establecer una condición de transmisión, siendo que el terminal solo transmite cuando se encuentre en  $u_{0,0}$  o en  $u_{1,0}$ , o en cualquiera de estos valores del siguiente conjunto:

$$(u_{0,0}, u_{1,0}, \dots, u_{i,0}, \dots, u_{m-1,0}, u_{m,0})$$

La condición de transmisión será igual a:

$$\sum_{j=0}^m u_{j,0}$$

$$\sum_{j=0}^m u_{j,0} = u_{0,0} + u_{1,0} + \dots + u_{i,0} + \dots + u_{m-1,0} + u_{m,0}$$

Se representará ahora la probabilidad de transmisión utilizando para ello la variable que lleva la cuenta de la probabilidad de transmisión “ $\tau$ ”, entonces se puede advertir que dicha variable se define como:

$$\tau = \sum_{j=0}^m u_{j,0}$$

$$\tau = \sum_{j=0}^m u_{j,0} = u_{0,0} + u_{1,0} + \dots + u_{i,0} + \dots + u_{m-1,0} + u_{m,0}$$

Aunque si se recuerda que al estado cero se llega proveniente desde todos los demás estado para cuando se transmitió con éxito una trama y se necesita reprogramar nuevamente el proceso de Backoff ya que hay otra trama en espera por ser enviada, entonces:

$$u_{0,0} = (1-p) * \sum_{j=0}^m u_{j,0}$$

$$u_{0,0} = (1-p) * (u_{0,0} + u_{1,0} + \dots + u_{i,0} + \dots + u_{m-1,0} + u_{m,0})$$

$$u_{0,0} = (1-p) * \tau$$

Entonces se encuentra la siguiente relación:

$$\tau = \frac{u_{0,0}}{(1-p)}$$

Pero sin embargo, ya se conoce  $u_{0,0}$ , entonces reemplazando y despejando

$$u_{0,0} = \frac{2(1-2p)(1-p)}{Wp[1-(2p)^m] + (W+1)(1-2p)} = (1-p) * \sum_{j=0}^m u_{j,0}$$

$$\tau = \frac{2(1-2p)}{Wp[1-(2p)^m] + (W+1)(1-2p)}$$

Por último se encontrará un valor para la cantidad o variable de probabilidad de colisión “ $p$ ”.

### 2.5.3 Probabilidad de colisión “ $p$ ”:

Siendo que se adopto la variable “ $\tau$ ” para representar la probabilidad de transmisión se tiene entonces que si se define un sistema conformado por “ $n$ ” estaciones, cada una con probabilidad de transmisión igual a:

$$P(\tau_1) = \tau_1$$

$$P(\tau_2) = \tau_2$$

.

$$P(\tau_{n-1}) = \tau_{n-1}$$

$$P(\tau_n) = \tau_n$$

Bajo la restricción de  $P(\tau_1) = P(\tau_2) = P(\tau_{n-1}) = P(\tau_n) = \tau$ .

Se tendrá entonces que la condición de canal libre ocurrirá cuando las “ $n$ ” estaciones se encuentran sin transmitir simultáneamente, es decir bajo la condición de:

$$\text{Canal desocupado o libre} = (1 - \tau)^n$$

De modo que una estación percibirá el canal libre o desocupado y podrá por lo tanto transmitir, si se cumple que el resto de las estaciones no lo estén ocupando o lo que es lo mismo:

$$(1 - \tau)^{n-1}$$

Mientras que detectará que la trama que envió ha colisionado si por lo menos una de las restantes estaciones que forma parte del sistema transmitió simultáneamente su respectiva trama, o sea bajo la condición de:

$$\text{Al menos una de las restantes envía su trama: } 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

Dicha condición es lo que se llamara la probabilidad de colisión “ $p$ ”:

$$p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

Finalmente se llega al conjunto de ecuaciones:

$$\begin{cases} \tau = \frac{2(1-2p)}{Wp[1-(2p)^m] + (W+1)(1-2p)} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \end{cases}$$

## 2.6 Sistema de Ecuaciones no lineal:

Las expresiones de las ecuaciones de probabilidad de transmisión y colisión que fueron obtenidas anteriormente, permiten definir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \tau = \frac{2(1-2p)}{Wp[1-(2p)^m] + (W+1)(1-2p)} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \end{cases}$$

Dicho sistema, presenta uno de sus términos de grado “ $n$ ” lo cual le confiere su característica de sistema no lineal. De manera que debe ser resuelto utilizando algún método de cálculo matemático acorde a este tipo de ecuaciones.

### 2.6.1 Métodos de resolución de ecuaciones no lineales

Los sistemas no lineales presentan la particularidad que más allá que existan tantas incógnitas como ecuaciones tenga el sistema, pueden tener una, varias o ninguna solución. El hecho que en algunos casos no exista una única solución impide que la cantidad de operaciones necesarias para encontrar la solución sea finita, por el contrario puede ser necesario múltiples pasos hasta encontrar valores de aproximación a una solución posible del sistema. En este punto, resulta útil destacar los siguientes métodos iterativos de resolución de ecuaciones:

#### 2.6.1.1 Método de la bipartición

Sea  $f(x)$  una función no lineal continua definida en el intervalo  $[a, b]$  con la particularidad que  $f(a)f(b) < 0$ . Se trata de encontrar un valor  $x^*$  tal que  $f(x^*) = 0$ .

Para lo cual se comienza por elegir un punto de inicio que se encuentre entre  $[a, b]$  y resulta conveniente comenzar por calcularlo de esta forma:

$$x_1 = \frac{a+b}{2}$$

Si tras valuar la función en ese punto  $f(x_1)$ , se encuentra que  $f(x_1) \neq 0$ , entonces se deberá elegir un segundo punto para continuar evaluando la función. Pero para ello se debe determinar si:

$$f(a)f(x_1) < 0$$

O bien si:

$$f(x_1)f(b) < 0$$

Si se cumpliera el primer caso, entonces el segundo punto de valuación lo encontraríamos en el conjunto  $[a, x_1]$ . Nuevamente si se expresa el punto  $x_2$  como:

$$x_2 = \frac{a + x_1}{2}$$

Y si luego de valuar en dicho punto  $f(x_2) \neq 0$  entonces el proceso repetitivo debería continuar eligiendo un punto de valuación de un nuevo intervalo que será igual a:

$$[a, x_2] \text{ En caso que } f(a)f(x_2) < 0$$

O bien

$$[x_2, x_1] \text{ En caso que } f(x_2)f(x_1) < 0$$

Hasta encontrar una solución o una aproximación para la función o ecuación  $f(x)$ .

### 2.6.1.2 Método de aproximaciones sucesivas o del punto fijo

Sea  $f(x)$  una función no lineal continua definida en el intervalo  $[a, b]$ , mediante este método se pretende expresar la función  $f(x)$  de la forma  $x = g(x)$ , donde a través de la función continua  $g(x)$  se genera la sucesión finita  $[x_i + 1 = g(x_i)]_0^\infty$  partiendo desde un punto de inicio  $x_0$ , y en donde dicha sucesión converge al valor de la solución o a una aproximación de la misma.

Entonces, partiendo desde  $x_0$ , se tendrá un nuevo valor:

$$x_1 = g(x_0)$$

A través del cual se debería verificar si se cumple con:

$$x_1 = g(x_0) = x_0$$

En ese caso el punto de partida  $x_0$ , termina siendo el valor de convergencia de la sucesión y por lo tanto la solución de la función  $f(x)$ .

Si esta igualdad no fuera cierta, entonces en base a este nuevo valor de  $x_1$ , se debe obtener un nuevo valor  $x_2$  de la siguiente forma:

$$x_2 = g(x_1)$$

Con la particularidad que si  $g(x_1) = g(x_2)$ , entonces la sucesión converge al valor solución  $x_2 = x_1$

De lo contrario, se debe continuar con el proceso, es decir calcular un nuevo valor:

$$x_3 = g(x_2)$$

Y nuevamente si  $g(x_2) \neq g(x_3)$ , entonces el proceso continuara de la siguiente forma:

$$x_4 = g(x_3)$$

$$x_5 = g(x_4)$$

El proceso repetitivo continuará hasta poder encontrar un valor o valores de convergencia que nos den la solución o una aproximación de la función  $f(x)$

### 2.6.2 Resolución del sistema a través del método del punto Fijo

Se va a adoptar como método de solución para los sistemas no lineales al método del punto fijo y se va a utilizar además el entorno de operación del programa de cálculo matemático MATLAB para crear las funciones que se expresan en dichos sistemas de modo de calcular los valores de cada uno de los pasos iterativos del proceso de resolución.

Sea el siguiente sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} \tau = \frac{2(1-2p)}{Wp[1-(2p)^m] + (W+1)(1-2p)} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \end{cases}$$

Si se reemplaza la ecuación de probabilidad de colisión " $p$ " en la expresión de probabilidad de transmisión " $\tau$ ", se obtiene un término matemático:

$$\tau = f(\tau)$$

Que es igual a:

$$\tau = \frac{2[1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1})]}{W(1 - (1 - \tau)^{n-1})[1 - (2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))^m] + (W + 1)(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))}$$

Para poder iniciar con el método iterativo se debe llevar adelante la valuación de la función en el punto  $\tau_0$ , siendo este valor una cantidad elegida al azar que permite iniciar el proceso, que tan solo debe cumplir con la condición de  $0 \leq \tau_0 \leq 1$ . De manera de obtener un nuevo valor:

$$\tau_1 = f(\tau_0)$$

Aunque en este punto se debería recordar una vez más que la probabilidad de transmisión depende también de otras variables que son:

“ $n$ ”: La cantidad de terminales que forman parte del sistema.

“ $W$ ”: El mínimo valor de la ventana de contienda

“ $m$ ”: El máximo de intentos por retransmitir.

Estas variables deben ser configuradas a un determinado valor, el cual es fijo durante todo el proceso de resolución del sistema de ecuaciones.

De modo que junto con el cálculo del valor de “ $\tau_1$ ”, se deben incluir también a las variables antes expuestas, por lo que el punto de partida queda correctamente definido como:

$$\tau_1 = f(\tau, n, W, m) | \tau_0$$

Por lo tanto el valor de “ $\tau_1$ ” lo obtendríamos de reemplazar en la ecuación:

$$\tau_1 = \frac{2[1 - 2(1 - (1 - \tau_0)^{n-1})]}{W(1 - (1 - \tau_0)^{n-1})[1 - (2(1 - (1 - \tau_0)^{n-1}))^m] + (W + 1)(1 - 2(1 - (1 - \tau_0)^{n-1}))}$$

A partir del valor de “ $\tau_1$ ”, obtenido se debería validar si se cumple con:

$\tau_1 = f(\tau_0) = \tau_0$ , o lo que es lo mismo probar que  $\tau_0 = \tau_1$  y que por lo tanto el primer valor elegido es en realidad el valor de convergencia de la sucesión. En caso que esto no



sea cierto, se debería continuar con el proceso, lo cual implica encontrar un nuevo valor de la siguiente forma:

$$\tau_2 = f(\tau, n, W, m) | \tau_1$$

Nuevamente se debe verificar si cumple:

$$\tau_2 = f(\tau_1) = \tau_1$$

De ser esto correcto, entonces la sucesión converge al valor de  $\tau_2 = \tau_1$  y por lo tanto el proceso se resuelve en un solo paso. De lo contrario, se debe continuar el proceso hasta encontrar la convergencia de la expresión. Si dicha convergencia ocurriera en por ejemplo el paso "i", es decir cuando:

$$\tau_i = f(\tau, n, W, m) | \tau_{i-1}$$

Entonces se cumpliría que:

$$\tau_i = f(\tau_{i-1}) = \tau_{i-1}$$

Y entonces la solución sería el valor  $\tau_i = \tau_{i-1}$  en el paso "i" del método repetitivo y esa cantidad resultaría igual al valor de convergencia o probabilidad de transmisión del proceso iterativo, de manera tal que tal que:

$$\tau_i = \tau_{i-1} = \tau$$

### 2.6.3 Probar convergencia de la probabilidad de transmisión "τ"

Se va a proceder a encontrar una solución al sistema:

$$\text{Proceso "CSMA/CA-BACKOFF"} = \begin{cases} \tau = \frac{2(1-2p)}{Wp[1-(2p)^m] + (W+1)(1-2p)} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \end{cases}$$

Para ello se debe:

- 1) Fijar valores para las variables  $(n, W, m)$  de modo de proceder luego con el cálculo de la función:

Siendo que se utilizará como técnica de modulación la opción de FHSS (Frequency Hopping Spread Spectrum) espectro expandido con salto de frecuencia FHSS la cual se

definió anteriormente. Se deberá tener en cuenta entonces que bajo esta técnica los tres parámetros antes mencionados, conforme a lo establecido en el estándar IEEE 802.11 adoptan los siguientes valores:

- a)  $\sigma$  : El tiempo de duración de cada time slot toma el valor de  $\sigma = 50\mu s$
- b)  $m$  : El máximo de retransmisiones es de 6. Entonces se podría elegir cualquier comprendido entre  $[0,1,2,3,4,5,6]$ .
- c)  $W = W_0$  : El mínimo valor de la ventana de contienda o sea el conjunto más pequeño de donde se debe tomar luego un valor para configurar el contador de Backoff en el estado  $s(t) = 0$  es de  $W_0 = 16$ . Y siendo que la ventana dobla su tamaño conforme a la relación  $W_i = 2^i W_0$  con "i" configurada a un valor de hasta  $i = m = 6$ , se tiene entonces que el valor máximo de la ventana será igual a  $W_m = 2^i W_0 = 2^6 16 = 1024$ .

Se fijaran las variables con los valores de  $(n, W, m) = (3, 32, 3)$ , de manera que la sucesión

$$\tau = f(\tau, n, W, m)$$

$$\tau = \frac{2[1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1})]}{W(1 - (1 - \tau)^{n-1})[1 - (2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))^m] + (W + 1)(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))}$$

Se construye a partir de  $\tau = f(\tau, 3, 32, 3)$ .

- 2) El siguiente paso será calcular  $\tau_1 = f(\tau, n, W, m)|_{\tau_0}$

Se utilizará la herramienta matemática MATLAB para crear una función que contenga las variables antes mencionadas y a partir de la cual, se deba fijar un punto de inicio de modo de dar curso al método iterativo.

Se comenzará por elegir el valor de inicio  $\tau_0 = 0$ , de manera que el proceso repetitivo nos conduce a:

$$\tau_1 = f(\tau_0, 3, 32, 3) = f(0, 3, 32, 3) = 0.0606$$

$$\tau_2 = f(\tau_1, 3, 32, 3) = f(0.0606, 3, 32, 3) = 0.0528$$

$$\tau_3 = f(\tau_2, 3, 32, 3) = f(0.0528, 3, 32, 3) = 0.0539$$

$$\tau_4 = f(\tau_3, 3, 32, 3) = f(0.0539, 3, 32, 3) = 0.0537$$

$$\tau_5 = f(\tau_4, 3, 32, 3) = f(0.0537, 3, 32, 3) = 0.0537$$

Siendo que  $\tau_4 = \tau_5 = 0.0537$ . El valor de convergencia es  $\tau = 0.0537$

Si se elije como punto de inicio igual a  $\tau_0 = 0.2$ , se encuentra que:

$$\tau_1 = f(\tau_0, 3, 32, 3) = f(0.2, 3, 32, 3) = 0.0284$$

$$\tau_2 = f(\tau_1, 3, 32, 3) = f(0.0284, 3, 32, 3) = 0.0571$$

$$\tau_3 = f(\tau_2, 3, 32, 3) = f(0.0571, 3, 32, 3) = 0.0533$$

$$\tau_4 = f(\tau_3, 3, 32, 3) = f(0.0533, 3, 32, 3) = 0.0538$$

$$\tau_5 = f(\tau_4, 3, 32, 3) = f(0.0538, 3, 32, 3) = 0.0537$$

Siendo que  $\tau_4 = \tau_5 = 0.0537$ . El valor de convergencia es  $\tau = 0.0537$

Se puede mostrar calculando para cada caso que cualquiera sea el punto de inicio  $\tau_0$ , la sucesión  $\tau = f(\tau, 3, 32, 3)$  converge al valor  $\tau = 0.0537$ . Por ejemplo dados los siguientes puntos de inicio, se observa que:

Parametrización				
$\tau$ inicial	n	W	m	convergencia de $\tau$
0	3	32	3	0.0537
0.2	3	32	3	0.0537
0.4	3	32	3	0.0537
0.6	3	32	3	0.0537
0.8	3	32	3	0.0537
1	3	32	3	0.0537

Se puede ver por lo tanto que mediante la aplicación del método iterativo del punto fijo es posible obtener una solución para el sistema no lineal de ecuaciones o lo que es lo mismo resolver la ecuación que modela el comportamiento del protocolo de retroceso exponencial o de Backoff.

**“Una vez que se fijaron los valores de las variables  $(n, W, m)$ , entonces no importa el valor inicial  $\tau_0$  que se elija para iniciar el proceso iterativo, la función converge siempre al mismo valor”.**

Se muestra a continuación el valor de convergencia de la función  $f(\tau, n, W, m)$  para distintos valores de las variables “ $n$ ”, es decir para redes conformadas por por distintos grupos de dispositivos inalámbricos.

Convergencia función $f(\tau, n, W, m)$	
Variables iniciales de $n$	Convergencia de $\tau$
3	$\tau = 0.0537$
8	$\tau = 0.0409$
10	$\tau = 0.03715$

Conforme la red se encuentre compuesta por un mayor número de dispositivos menor es la probabilidad de poder transmitir.

# Capítulo 3

## 3. Modelos matemáticos

### 3.1 Introducción

Se van a desarrollar en este capítulo cada uno de los modelos matemáticos que se exhiben en la siguiente figura:

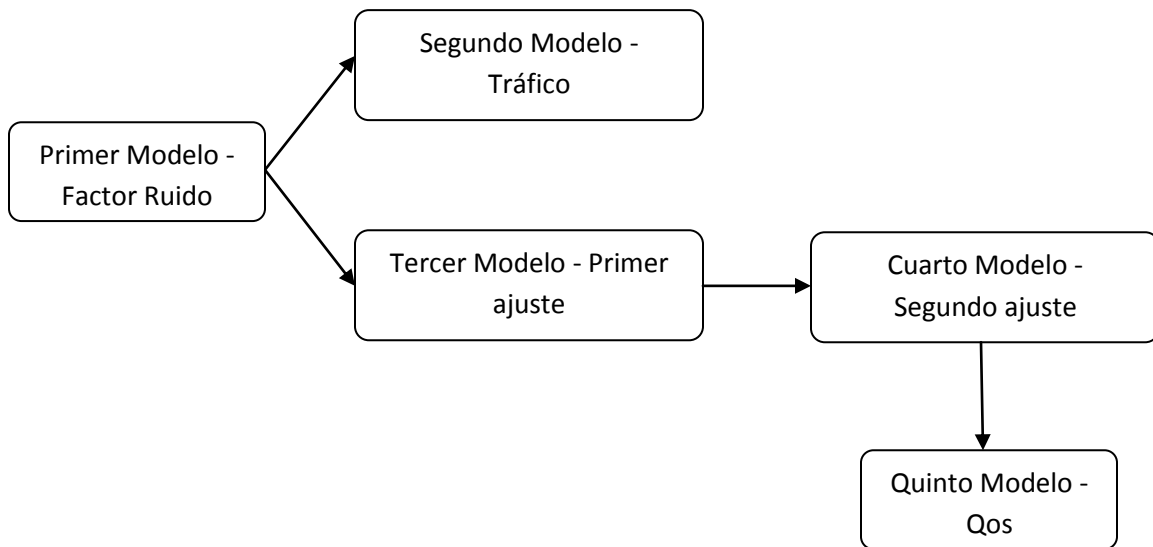


Figura 5

### 3.2 Obtención del Throughput

#### 3.2.1 Relación de un terminal con el resto

Se va a expresar ahora el modo en que interactúa un terminal en el contexto del sistema. Ya se dio una pequeña introducción cuando se presentó el concepto de probabilidad de colisión. Sin embargo ahora se va a profundizar este análisis para lograr encontrar una expresión que lleva la cuenta de la ocupación exitosa del canal compartido por parte de cualquiera de las estaciones que forman parte del sistema.

### 3.2.1.1 Probabilidad de lograr el envío de una trama

“Sea  $B$  un evento cuya probabilidad  $P(B) \neq 0$ , entonces la probabilidad de ocurrencia de un evento cualquiera  $A$  condicionado por la ocurrencia del evento  $B$ , se expresa como  $P(A|B)$  y es igual a  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ”

Usando el Teorema de Bayes como punto de partida se puede notar que si se tiene presente que:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Entonces a partir de la propiedad de:

$$P(B \cap A) = P(A \cap B)$$

La probabilidad del evento  $A$  condicionada por el evento  $B$  se puede reescribir como:

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

A partir de esta ecuación y se definen los eventos  $A$  y  $B$  de la siguiente forma:

“Sea  $P(A)$  la probabilidad que una estación cualquiera (sin importar cual) pueda transmitir condicionada por el hecho que el canal se encontraba ocupado  $P(B)$ ”.

Se tendrá entonces que:

- a)  $P(A|B)$  simboliza el proceso de contienda por lograr transmitir una trama una vez que el medio inalámbrico se libera, mientras que el término  $P(B|A)$  representa el hecho que el canal quede ocupado por solo una estación o lo que es lo mismo que el resto no transmita.

En este punto, si se recuerda el concepto de:

**“Dado un conjunto  $[A_1, A_2, \dots, A_k, \dots, A_{n-1}, A_n]$  si se define un evento C tal que garantice la ocurrencia de alguno de estos valores del conjunto, entonces dicho evento se puede calcular como**

$$P(C) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k) + \dots + P(A_{n-1}) + P(A_n) "$$

Y si se tiene en cuenta además que en un sistema conformado por “n” estaciones, cada una con probabilidad de transmisión igual a:

$$P(\tau_1) = \tau_1$$

$$P(\tau_2) = \tau_2$$

.

$$P(\tau_{n-1}) = \tau_{n-1}$$

$$P(\tau_n) = \tau_n$$

Bajo la restricción de  $P(\tau_1) = P(\tau_2) = P(\tau_{n-1}) = P(\tau_n) = \tau$ .

La cantidad  $P(A)$ , resulta igual a:

$$P(A) = n\tau$$

Indicando el hecho que la estación 1 o bien la 2 o bien la estación “n”, será quien transmita.

- b) Mientras que para calcular  $P(B)$ , se deberá tener presente que para el canal este siendo ocupado en un determinado instante, al menos alguna de las “n” estaciones que forma parte del sistema se debe encontrar activa y transmitiendo, es decir que  $P(B) = 1 - (1 - \tau)^n$ , o sea que al menos una estación transmita.

c) Por otro lado, tendremos que la cantidad  $P(B | A)$ , simboliza el hecho que si una estación transmite el resto de las estaciones no lo haga. Es decir que

$$P(B | A) = (1 - \tau)^{n-1}$$

De modo que la probabilidad de lograr el envío de una trama (Success), lo representaremos mediante:

$$P(s) = \frac{P(A)P(B | A)}{P(B)} = \frac{n\tau(1 - \tau)^{n-1}}{1 - (1 - \tau)^n}$$

### 3.2.1.2 Probabilidad que el canal se encuentre ocupado solo por una estación

Anteriormente, en la “Sección 3.2.1.1” se dio la definición para encontrar la probabilidad “ $P(s)$ ” que representa el hecho que luego de llamar a el proceso de postergación de tramas, finalmente se logre enviar una trama que se encontraba en espera, sin embargo eso no quita que la misma colisione con alguna otra trama enviada por otra estación. De modo que resulta de especial interés poder representar cual es la posibilidad que en un determinado instante de lectura, por el canal compartido tan solo una trama este siendo transmitida. Es decir La probabilidad que por el canal en un determinado time slot ( $T_s$ ) se esté ejecutando exactamente una sola transmisión.

Basados en la expresión anterior de  $P(s)$ , es posible notar que el producto entre:

$$P(s)P(B)$$

$$P(s)P(B) = P(A)P(B|A) = n\tau(1-\tau)^{n-1}$$

Lleva la cuenta de tal condición ya que representa la ocurrencia simultánea de los eventos

$P(A)$ : Que una estación, sin importar cual transmita.

$P(B|A)$ : Que mientras tanto el resto ( $n-1$ ) no lo haga.

### 3.2.1.3 Probabilidad de colisión

Si bien fue expuesto anteriormente “Sección 2.5.3” la probabilidad de colisión desde la perspectiva de un terminal, el cual una vez concluido con su proceso de Backoff inicia su transmisión aunque por otro lado a su vez alguna de las restantes estaciones (no importa cual) inicia su transmisión también, de modo que se computaba tal colisión como:

$$p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

Se introduce sin embargo ahora que en el contexto de todos los terminales operando en la red, en un Time Slot ( $T_s$ ) cualquiera los eventos simultáneos de “si al menos alguna de las estaciones se encuentre transmitiendo” y “no poder lograr el envío de la trama por la red ( $1 - P(s)$ )” llevan la cuenta de la fracción de tiempo durante el cual no será posible ocupar correctamente una trama. Es decir:



$$1 - P(s) = 1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}$$

$$P(B) = 1 - (1-\tau)^n$$

### 3.3 Carga útil y duración promedio de un Time Slot

#### 3.3.1 Carga útil

Carga útil o Payload  $E[P]$  es la cantidad de bits de carga útil que conforman la trama que se envía por el canal. Esta cantidad de acuerdo al estándar está acotada entre determinados valores dependiendo la técnica de modulación de la capa física. Siendo que el método adoptado es el de FHSS (Frequency Hopping Spread Spectrum) espectro expandido con salto de frecuencia FHSS. Para esta técnica el tamaño más grande de un paquete está fijado en:

$$E[P] = 4095 \text{ bytes} = 32760 \text{ bits}$$

#### 3.3.2 Tiempo normalizado de un Time Slot

En un instante de lectura cualquiera el canal se va a encontrar en cualquiera de los siguientes 3 estados:

- a) Ocupado correctamente.
- b) Una colisión en curso.
- c) Desocupado.

Las probabilidades de ocurrencia de cada una de estos 3 estados se definen como:

- a) Ocupado correctamente:

$$P(s)P(B) = P(A)P(B|A) = n\tau(1-\tau)^{n-1}$$

- b) Una colisión en curso:

$$P(B)[1 - P(s)] = \left[1 - (1-\tau)^n\right] \left[1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}\right]$$

- c) Desocupado:

$$1 - P(B) = 1 - \left[1 - (1-\tau)^n\right]$$

Si ponderamos estas 3 cantidades por una variable de tiempo que lleva la cuenta de la duración de cada uno de los estados, es decir introduciendo las variables:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ocupado} \\ \text{Colisión} \\ \text{Libre} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} T_s : \text{Tiempo de success} \\ T_c : \text{Tiempo de colisión} \\ \sigma : \text{Duración de un TimeSlot} \end{array} \right.$$

Se podría ver que:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_s [n\tau(1-\tau)^{n-1}] \\ T_c [1-(1-\tau)^n] \left[ 1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n} \right] \\ \sigma [1 - [1-(1-\tau)^n]] \end{array} \right.$$

De modo que un Time Slot presenta la siguiente expresión normalizada de los posibles estados en que puede encontrarse:

$$E[slot] = \sigma [1 - (1 - (1 - \tau)^n)] + T_s [n\tau(1 - \tau)^{n-1}] + T_c [1 - (1 - \tau)^n] \left[ 1 - \frac{n\tau(1 - \tau)^{n-1}}{1 - (1 - \tau)^n} \right]$$

En base a esta cantidad, se puede finalmente decir que la el rendimiento o Throughput normalizado del canal inalámbrico compartido es igual al cociente entre:

$$S_n = \frac{[P(s)P(B)]E[P]}{E(slot)}$$

$$S_n = \frac{[P(s)P(B)]E[P]}{\sigma [1 - (1 - (1 - \tau)^n)] + T_s [n\tau(1 - \tau)^{n-1}] + T_c [1 - (1 - \tau)^n] \left[ 1 - \frac{n\tau(1 - \tau)^{n-1}}{1 - (1 - \tau)^n} \right]}$$

$$S_n = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma[1-(1-(1-\tau)^n)] + T_s[n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_c[1-(1-\tau)^n] \left[1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}\right]}$$

### 3.4 Primer modelo matemático Factor Ruido.

#### 3.4.1 Cálculo del Delay en términos de Tiempo de Success y Tiempo de colisión

Del proceso de operación del mecanismo de acceso distribuido se sabe que cuando un terminal tiene un paquete para transmitir, debe censar el estado en que se encuentra el canal, si el canal esta libre y si dicha condición se mantiene durante una cantidad de tiempo igual a  $t = DIFS$ , la estación podrá entonces transmitir. De lo contrario activará el proceso de postergación, es decir activará el mecanismo de retroceso exponencial.

Dicho mecanismo fue representado por el conjunto de variables  $[S(t), b(t)]$ , que representan respectivamente el estado de retransmisión y el valor del contador de Backoff. Dicho proceso estocástico, fue analizado mediante la teoría de los procesos estocásticos de Markov con el propósito de poder determinar la probabilidad de transmisión de un terminal. De dicho análisis se obtuvo un sistema no lineal de ecuaciones:

$$\begin{cases} \tau = \frac{2(1-2p)}{Wp[1-(2p)^m] + (W+1)(1-2p)} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \end{cases}$$

El método iterativo del punto fijo posibilito encontrar una expresión para obtener una sucesión de valores que llevará finalmente al valor de convergencia de la serie o lo que es lo mismo el valor de la probabilidad del sistema, esto es:

$$\tau = f(\tau)$$

$$\tau = \frac{2[1-2(1-(1-\tau)^{n-1})]}{W(1-(1-\tau)^{n-1})[1-(2(1-(1-\tau)^{n-1}))^m] + (W+1)(1-2(1-(1-\tau)^{n-1}))}$$

En función del valor de probabilidad obtenido se puede finalmente encontrar el valor de la ocupación exitosa del canal o Throughput, el cual resulta igual a:

$$S_n = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma \left[ 1 - (1 - (1 - \tau)^n) \right] + T_s [n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_c [1 - (1 - \tau)^n] \left[ 1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1 - (1 - \tau)^n} \right]}$$

Con esta última ecuación se está en condiciones de parametrizar el uso del canal, el cual es el propósito de este proyecto final de grado, aunque para poder dar una expresión numérica de esta fórmula resta por encontrar los valores de las variables  $T_s$  y de  $T_c$ .

Un terminal en la forma de acceso más elemental definida en el estándar, sigue los siguientes pasos para la coordinación con el Access Point cuando tiene una trama por transmitir:

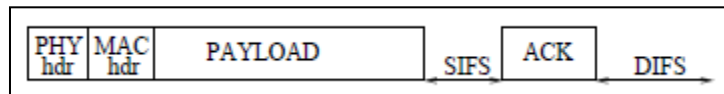


Figura 6

Inmediatamente después de la espera de un tiempo mayor o igual a  $t = DIFS$  la estación transmite su trama, la misma tiene una determinada longitud de carga útil más las cabeceras de control de la Subcapa MAC y capa física. Luego que el Access Point recibe la trama, debe esperar una cantidad de tiempo igual a  $t = SIFS$  para enviar la confirmación de la correcta recepción de la información. Una vez que el transmisor recibe el ACK, se da comienzo a un nuevo ciclo de contienda en el que todas las estaciones deberán aguardar nuevamente una cantidad de tiempo de DIFS ya sea para el decremento del contador o bien para la transmisión.

En base al diagrama antes expuesto el tiempo de Success resulta igual a:

$$T_s = E(P) + H + SIFS + ACK + DIFS$$

En contra partida si ocurriera una colisión, entonces ocurriría que:

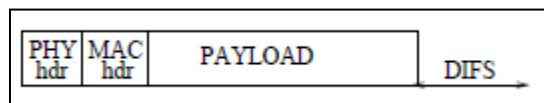


Figura 7

Luego de la espera de un tiempo de  $t = DIFS$ , el transmisor envía la trama aunque simultáneamente otra estación hace lo mismo, de forma que se desencadena una colisión.

Por ello la estación que originalmente pretendía hacer uso del canal deberá activar el algoritmo de Backoff y poner en marcha el decremento solo después de haber transcurrido una cantidad de tiempo igual a  $t = DIFS$ , mientras que el resto deberá esperar también esa cantidad de tiempo y lograr transmitir o bien continuar con el proceso de Backoff.

El tiempo en que dura una colisión resulta;

$$T_C = E(P) + H + DIFS$$

De modo que quedan definidas las variables  $T_S$  y de  $T_C$  como:

$$\begin{cases} T_C = E(P) + H + DIFS \\ T_S = E(P) + H + SIFS + ACK + DIFS \end{cases}$$

Los valores de las variables antes mencionadas se definen como:

$H$  : Cabeceras de la Subcapa MAC y capa física. De acuerdo con el estándar la cabecera física es  $H_{phy} = 128bits = 16bytes$  y la cabecera Mac se encuentra comprendida entre  $H_{mac} = [24bytes - 34bytes]$ .

$DIFS$  : Espacio inter-trama DCF.

$SIFS$  : Espacio inter-trama Short.

$ACK$  : Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo

### 3.4.2 Factor Ruido

En el contexto de una red en modo de infraestructura conformada por “ $n$ ” estaciones, puede ocurrir que una estación quede fuera del rango de otra y por lo tanto no perciba que esta última se encuentra transmitiendo, por lo que si esta segunda estación diera curso al envío de una trama que se encuentra en cola, entonces provocaría una colisión.

A los fines de hacer frente a esta problemática están definidas en el estándar las llamadas tramas de control, que se implementan como un mecanismo previo a la transmisión de una trama. Estas tramas de control son emitidas solo si se cumple con las mínimas condiciones para transmitir, es decir aquellas que rezan que:

- 1) Si la estación inicia su actividad en la red, debe censar que el canal este libre durante al menos una cantidad de tiempo igual a  $t = DIFS$  para poder intentar transmitir directamente la primera vez.
- 2) Si la estación postergo su trama y si el tiempo de postergación se cumplió, podrá nuevamente reintentar el envío.

Luego de estos 2 escenarios un terminal emitirá primero una trama para reservar el uso del canal, esta trama estará dirigida al terminal que coordina el funcionamiento de la red si fuera una implementación de infraestructura o bien dirigida hacia todas las demás estaciones en caso que la red opere en modo ad hoc. En cualquier caso, la trama recibe el nombre de RTS (Request To Send) y presenta la particularidad de poseer una longitud considerablemente menor que el tamaño de la trama de información que cualquier terminal podría enviar, lo cual beneficia el desempeño de la red ya que el tiempo que duraría una colisión si se presentará una, sería menor ya que su longitud resulta igual a:

$T_C$  :

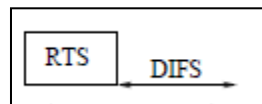


Figura 8

$$T_C = RTS + DIFS + \delta$$

El propósito además del RTS es que el resto de los integrantes de la red perciban el hecho que un terminal reservo el uso del canal y estén al tanto además del tiempo en que estará ocupado, puesto que dicha información se puede incorporar en la trama misma de RTS. De manera tal que las restantes estaciones configuren el valor del vector NAV con dicho valor y lograr tener así un mecanismo adicional de control para evitar una colisión.

Por otro lado, como parte del uso de las tramas de control por cada RTS que un terminal envíe, el o los destinatarios de dicha trama debieran responder con una confirmación de la correcta recepción de la trama RTS y esa respuesta es lo que se conoce como CTS (Clear To Send). Esta cantidad permite a grandes rasgos dar mayor seguridad a la red puesto que así como la trama RTS la pueden advertir las demás estaciones que estén en el rango del terminal transmisor, la trama CTS puede ser escuchada por todas las estaciones dentro del rango del terminal receptor. Entonces, partiendo de la idea que el rango de cobertura del transmisor y del receptor no es el mismo, entonces la acción combinada del par RTS/CTS permite abarcar un mayor radio de cobertura en el sentido que un terminal que

nunca percibió el RTS, puede que si escuche el CTS. Permitiendo así menores probabilidades que ocurran colisiones.

Se puede definir entonces el tiempo de Success de la siguiente forma:

$T_s$ :

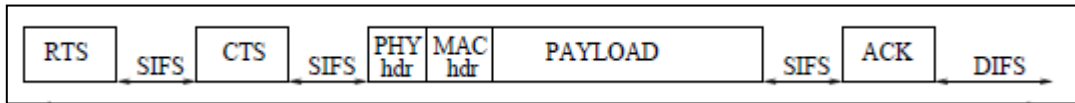


Figura 9

$$T_s = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta$$

De modo que se redefinen las variables de tiempo de Success y de tiempo de colisión de la siguiente forma.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_c = RTS + DIFS + \delta \\ T_s = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta \end{array} \right.$$

Donde aparece solo un término nuevo que es  $\delta$  y que es igual a la demora de propagación por la red de cada paquete que se transmite, es decir tanto  $RTS$ ,  $CTS$  y  $E[P]$  y donde dicha variable es igual a  $\delta = 1\mu s$ .

Ahora que ya están todas las variables, se va a obtener un resultado para el modelo del mecanismo de acceso distribuido bajo la presunción de canal imperfecto. Se va a trabajar con un canal inalámbrico con una tasa de procesamiento de información de  $1Mb / seg$  y en donde el bloque de información útil que las estaciones transmiten será un valor menor al máximo tamaño de trama especificado en el estándar, a saber se erigirá un valor de  $E[P] = 1023bytes = 8184bits$ . De modo que:

### 3.4.2.1 Calculo del primer modelo “Factor de Ruido”

Se va a trabajar en el contexto de una red conformada por 10 terminales:

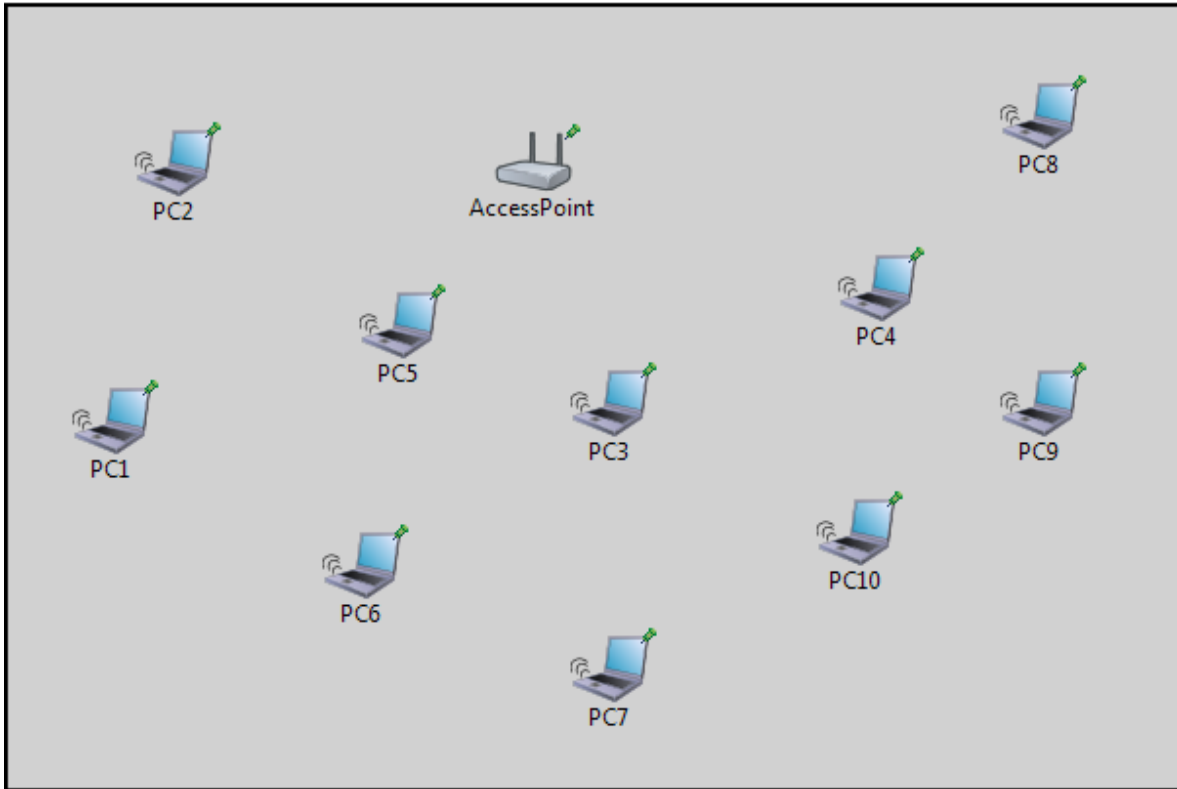


Figura 10

En donde cada estación del sistema siempre tiene una trama para ser enviada, de modo que se trabaja en condiciones de tráfico saturado.

Entonces, retomando desde la expresión:

$$\tau = \frac{2[1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1})]}{W(1 - (1 - \tau)^{n-1})[1 - (2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))^m] + (W + 1)(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))}$$

Se va obtener primero un valor para la probabilidad de transmisión en el sistema.

Se fijaran las variables con los valores de  $(n, W, m) = (10, 32, 4)$ . Por lo que se debe buscar al valor de convergencia de la función  $\tau = f(\tau, 10, 32, 4)$ .



Tras llevar adelante el método iterativo se puede ver que el valor de  $\tau = (0.0368, 0.0369) = 0.03685$ . Un punto a notar es que si bien el análisis es basado al método de capa física de FHSS, a los fines prácticos lo que se hace es tomar los valores de “ $m$ ” y de “ $W$ ” de modo de no salir de los límites permitidos y en valores que resulten útiles a los fines prácticos. Una vez obtenido el valor de la probabilidad de transmisión, se va a calcular el rendimiento normalizado:

$$S = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma[1-(1-(1-\tau)^n)] + T_s[n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_c[1-(1-\tau)^n] \left[1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}\right]}$$

Previo a este cálculo, se deben calcular  $T_s$  y de  $T_c$ , para ello en función de la definición de cada variable:

$$\begin{cases} T_c = RTS + DIFS \\ T_s = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta \end{cases}$$

Y recordando luego que conforme al estándar y para un canal con una tasa de procesamiento de información de  $1Mb / seg$ , dichas cantidades serán iguales a:

- a)  $\delta$  : Demora de propagación por la red de cada paquete que se transmite.  $\delta = 1\mu s$
- b)  $DIFS$  : Espacio inter-trama DCF.  $DIFS = 128bits = 128\mu s$
- c)  $SIFS$  : Espacio inter-trama Short.  $SIFS = 28bits = 28\mu s$
- d)  $ACK$  : Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo.  
 $ACK = 112bits = 112\mu s$
- e)  $H$  : Cabeceras de la Subcapa MAC y capa física.  $H = H_{phy} + H_{mac}$ , a los fines prácticos, se asume un valor de  
 $H = H_{phy} + H_{mac} = 128bits + 208bits = 336bits = 336\mu s$
- f)  $RTS$  : Trama de control de Request to Send.  $RTS = 160bits = 160\mu s$
- g)  $CTS$  : Trama de control de Clear to Send.  $CTS = 112bits = 112\mu s$

De modo que finalmente,

$$\begin{cases} T_c = 289\mu s \\ T_s = 9120\mu s \end{cases}$$

Por lo que

$$S=8.7944e+5$$

Pero si se normaliza al valor de  $1Mb / seg$ , nos permite obtener:

$$S_n = 0.87944$$

### 3.5 Cálculo del Segundo modelo analítico “Tráfico”

Se va proceder ahora a incorporar al modelo antes expuesto la condición de tráfico no saturado, es decir se pretende incorporar la condición que no necesariamente una estación que forma parte del sistema, tiene siempre en cola una trama aguardando ser enviada. Por lo que se plantea un esquema de transiciones para el algoritmo de Backoff que resulta de incorporar al diagrama de transiciones que se mostró anteriormente, el cual se exhibe nuevamente a continuación:

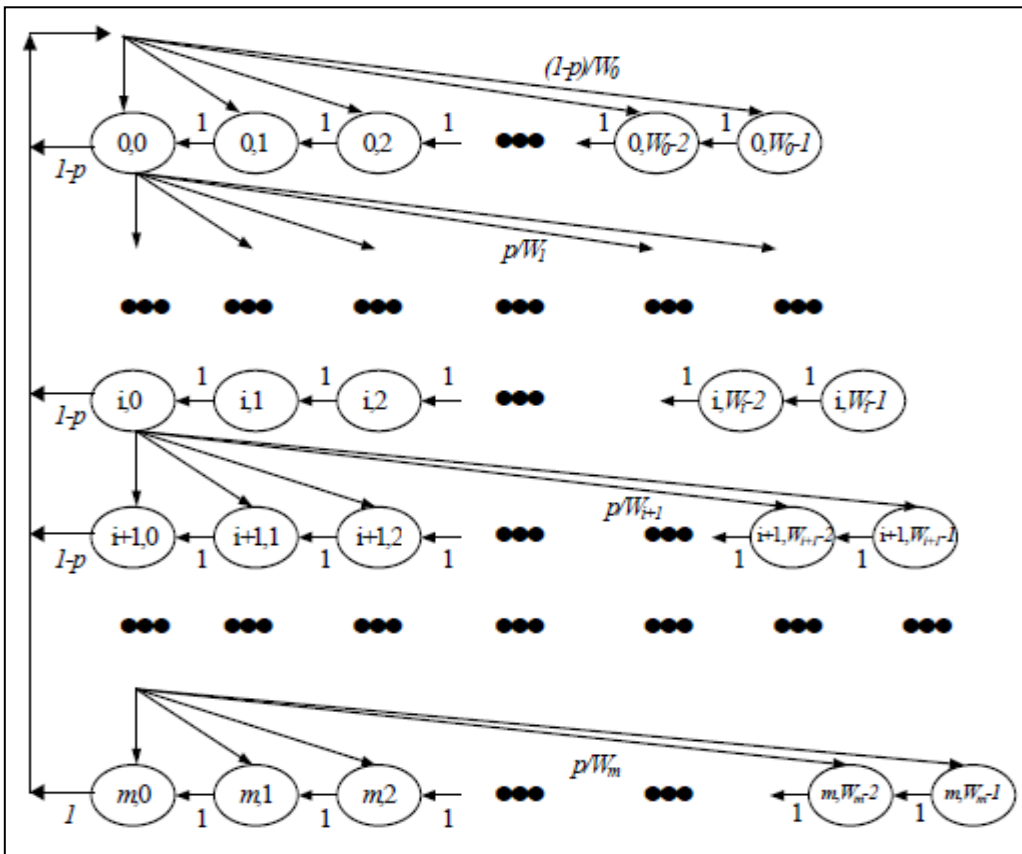


Figura 11

Dos nuevos estados, los cuales son los siguientes:

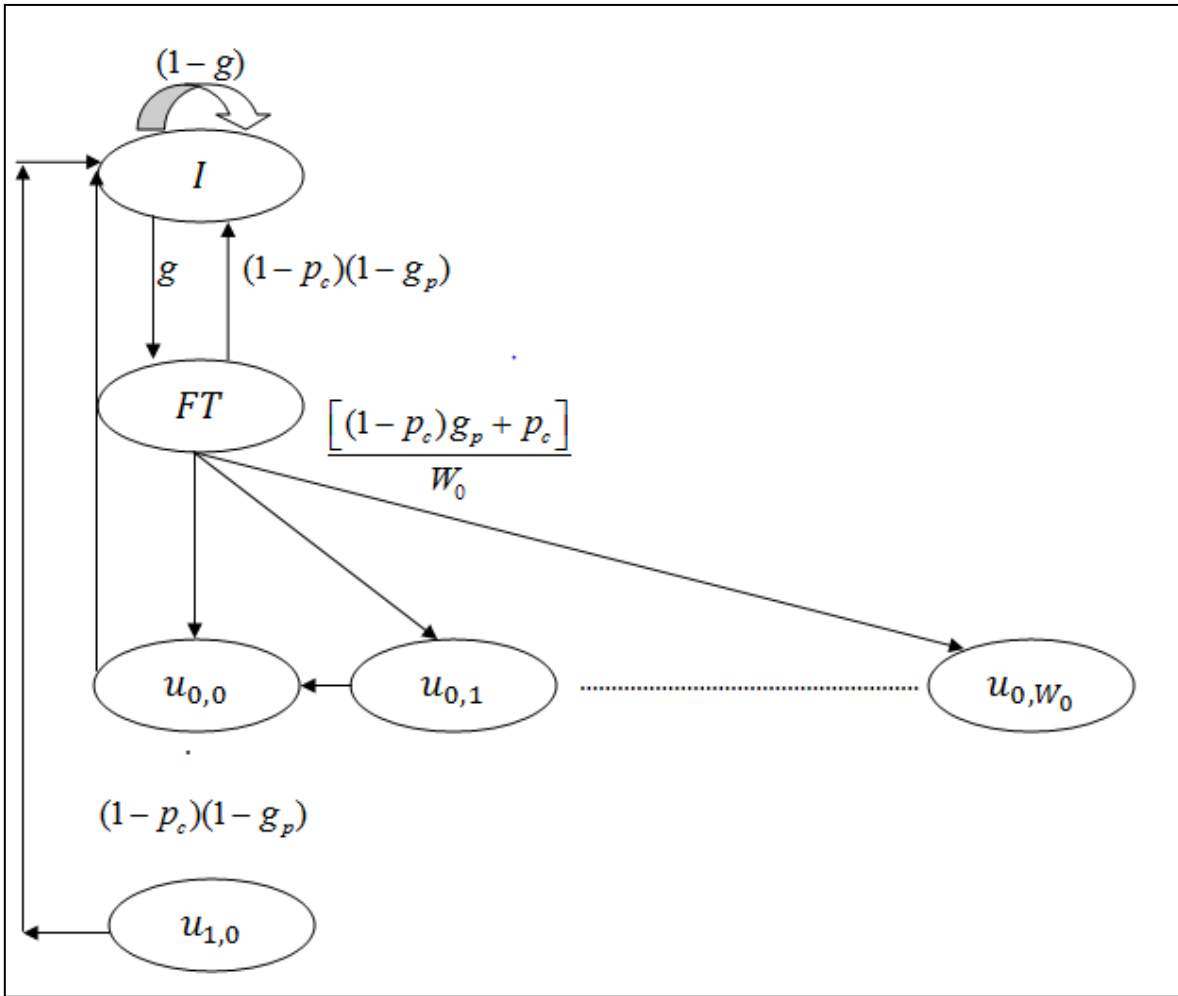


Figura 12

Habiendo incorporado estos dos nuevos estados, se procede a exponer las probabilidades no nulas de transición:

### 3.5.1 Análisis del diagrama

Básicamente, se incorporan dos nuevos estados que son los estados de "Idle ( $I$ )" y un estado de "First Try ( $FT$ )". El primero de ellos, lleva la cuenta de la posibilidad que un terminal cualquiera de la red se encuentre en estado de desactivado, es decir no contiene por ocupar el canal, aunque se encuentra en un estado de Stand By por si fuera necesario cursar en cualquier momento una requisición que llegue de capas superiores, en cuyo caso se activa y retoma su lucha por ganar el canal. Mientras que el segundo estado, representa el hecho que una vez que un terminal pone en marcha su objetivo de enviar por la red una trama, es decir cuando intenta transmitir por primera vez debe censar el estado en que se encuentra el canal y si determina que está libre y si dicha condición se sostiene en el tiempo durante una cantidad de tiempo igual a  $t = DIFS$  entonces procede al envío de su trama de lo contrario debe activar el algoritmo de Backoff y

postergar por lo tanto su trama hasta que se encuentre nuevamente en condiciones de transmitir.

Básicamente, lo que se hará es introducir dos nuevas probabilidades a la ya conocida probabilidad de colisión “ $p$ ”, que se denotará en este nuevo análisis como “ $p_c$ ” y que son:

$g$  : Probabilidad que el terminal inalámbrico se active y se sume junto al resto de las demás estaciones que luchan por ocupar el canal.

$g_p$  : Probabilidad que se sume a la cola de espera una nueva trama que esperará ser enviada una vez que el terminal logró cursar la trama actual.

$p_c$  : Probabilidad de colisión.

### 3.5.2 Probabilidades no nulas de transición

Obsérvese que las únicas probabilidades no nulas que se indican en el diagrama son las que se detallan a continuación:

$$1) P[I | I] = 1 - g$$

Se puede ver por lo tanto que esta probabilidad de transición no nula refleja el hecho que estando un terminal en estado desactivado permanece en dicho estado con un valor de probabilidad que resulta igual al complemento de las posibilidades que un terminal se active “ $1 - g$ ”

$$2) P[I | FT] = (1 - g_p)(1 - p_c)$$

Refleja el hecho que si estando en el estado “ $FT$ ” es decir cuando intenta entrar por primera vez o nuevamente al sistema para transmitir y si luego de haber enviado con éxito la trama, lo cual implica que el terminal percibió el canal como libre y pudo validar que dicha condición perduro por una cantidad de tiempo igual a  $t = DIFS$  y por lo tanto transmitió, Entonces el éxito queda reflejado como el complemento de la probabilidad de colisión o sea “ $1 - p_c$ ”. Aunque esta probabilidad no nula lleva la cuenta además que simultáneamente con el envío de esta primer trama, el terminal no tiene en cola de espera ninguna otra trama de modo que cambia de estado activa a un estado de desactivado con una probabilidad de “ $1 - g_p$ ”

$$3) P[FT | I] = g$$

Una estación que se encontraba desactivada pasa desde el estado “ $I$ ” al estado “ $FT$ ” con un valor de probabilidad de “ $g$ ”, desde donde intentará ocupar el canal en su primer intento con solo percibir el estado de canal libre durante al menos una cantidad de  $t = DIFS$ .

$$4) P[(0,k) | FT] = \frac{p_c + (1 - p_c)g_p}{W_0}$$

El paso desde el estado “ $FT$ ” al estado

$$[S(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = 0 \\ W_0 = [0, 1, \dots, W_0 - 1] \end{cases}$$

Refleja el hecho que fue necesario llamar al algoritmo exponencial y configurar el contador de Backoff “ $b(t)$ ” con algún valor del conjunto  $W_0 = [0, 1, \dots, k, \dots, W_0 - 2, W_0 - 1]$  que es el conjunto más pequeño del proceso de Backoff o sea aquel para el cual  $s(t) = 0$ .

Notar sin embargo que existen dos condiciones para las cuales se puede dar esta transición y que son:

a) Si en su primer intento por transmitir el terminal detecta el canal libre y si la condición de canal libre perdura por  $t = DIFS$  y entonces transmite pero dicha trama colisiona, entonces deberá llamar el procedimiento de Backoff y elegir cualquier valor del conjunto  $W_0 = [0, 1, \dots, k, \dots, W_0 - 2, W_0 - 1]$  con probabilidad de “ $\frac{p_c}{W_0}$ ”.

b) Si en su primer intento por transmitir el terminal detecta el canal libre y si la condición de canal libre perdura por  $t = DIFS$  y entonces transmite su trama y la misma es cursada con éxito con probabilidad de “ $1 - p_c$ ” pero en cola tiene una trama que aguarda ser enviada también, entonces se debe activar el proceso de Backoff en orden de dar lugar a dicho pedido. Este evento simultaneo queda expresada por el producto entre “ $(1 - p_c)g_p$ ”. De modo que la acción de elegir algún valor del conjunto  $W_0 = [0, 1, \dots, k, \dots, W_0 - 2, W_0 - 1]$  queda representada por “ $\frac{(1 - p_c)g_p}{W_0}$ ”.

$$5) P[(i,k) | (i,k + 1)] = 1$$

Fijando por ejemplo el estado de retransmisión del conjunto:

$$s(t) = [0, 1, \dots, i, \dots, m-1, m]$$

Con el valor de por ejemplo  $s(t) = i$

Se puede ver por lo tanto que esta probabilidad de transición no nula refleja el decremento del contador en una unidad cada vez que el canal se encuentra libre luego que el proceso de ejecución del algoritmo se encuentre activo. De modo genérico se expresa el decremento desde un valor de  $b(t) = k + 1$  a un valor de  $b(t) = k$ . Es decir, si la variable  $b(t)$  queda configurada conforme a estos valores

$$W_i = [0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, W_i - 1]$$

Entonces el paso desde el estado " $b(t) = k + 1$ " hacia " $b(t) = k$ " representa la reducción en una unidad del contador.

$$6) P[(0, k) | (i, 0)] = \frac{(1 - p_c)g_p}{W_0}$$

Refleja el hecho que si estando en el estado de retransmisión  $s(t) = i$ .

Y si el contador  $b(t)$  finalmente llego el valor en cero, entonces si la trama enviada por el canal resulta ser exitosa con probabilidad de " $1 - p_c$ ". Entonces, el proceso se ejecutará una vez más solo si se busca transmitir otra trama, lo cual implica que hay otra trama en cola con probabilidad de " $g_p$ ". De manera que la variable  $b(t)$  tomará alguno de los siguientes valores:

$$W_0 = [0, 1, \dots, k, \dots, W_0 - 2, W_0 - 1]$$

Con un valor de probabilidad igual a " $\frac{(1 - p_c)g_p}{W_0}$ ".

"En particular para el caso de  $b(t) = k$ , entonces finalmente será posible observar que la probabilidad de transición resulta igual a:

$$P[(0, k) | (i, 0)] = \frac{(1 - p_c)g_p}{W_0}$$

$$7) P[(m,k) | (m,0)] = \frac{P_c}{W_m}$$

Si estando en el último estado de retransmisión posible, aquel para el cual  $s(t) = m$ , con el contador en cero  $b(t) = 0$ , y si luego del envío de la trama se detectará una colisión, entonces el proceso se repetiría nuevamente aunque la variable  $s(t)$  permanecería en el mismo estado, o sea  $s(t) = m$ . Mientras que el contador se debería configurar una vez más con alguno de estos valores:

$$W_m = [0, 1, \dots, k, \dots, W_m - 2, W_m - 1]$$

Y a la espera de llegar nuevamente a cero para intentar transmitir de nuevo.

Cualquier valor del conjunto es elegido con probabilidad de " $\frac{P_c}{W_m}$ "

### 3.5.3 Obtención de la probabilidad de transmisión " $\tau$ "

El análisis comienza por expresar todos los estados desde los cuales se llega al estado " $I$  (Idle)", los cuales son:

- Si el terminal permanece en estado desactivado.
- Se llega desde el estado " $FT$ " si luego del envío con éxito de una trama, no hay mas nada aguardando por ser enviado.
- Se llega desde todos aquellos estados del algoritmo de Backoff para los cuales el contador llego a cero y se transmitió con éxito la trama, aunque luego no había nada más en cola.

Estas tres condiciones se pueden representar como:

$$I = (1 - p_c)(1 - g_p) \sum_{i=0}^m u_{i,0} + [FT(1 - p_c)(1 - g_p) + I(1 - g)]$$

$$I = \sum_{i=0}^m [(1 - p_c)(1 - g_p)] u_{i,0} + [FT(1 - p_c)(1 - g_p) + (I - Ig)]$$

$$Ig = \sum_{i=0}^m [(1 - p_c)(1 - g_p)] u_{i,0} + [FT(1 - p_c)(1 - g_p)]$$

Si se plantea ahora desde cuales estados se llega al estado de transmisión cero, es decir aquel para el cual las variables  $[s(t), b(t)]$ , resultan iguales a:

$$\begin{cases} s(t) = 0 \\ W_0 = [0, 1, \dots, k, \dots, W_0 - 1] \end{cases}$$

Y si se plantea además la simplificación de analizar para cuando el valor de la variable  $b(t) = 0$

Tendremos que:

- Al estado " $u_{0,0}$ " se llega desde todos los estados  $s(t) = [0, 1, \dots, i, \dots, m-1, m]$  luego que se transmitió con éxito y se tiene en espera una nueva trama para enviar.
- Al estado " $u_{0,0}$ " se llega proveniente del estado " $FT$ " cuando un terminal luego del primer intento por transmitir encuentra que su trama colisiona o bien desde el mismo estado si tras el envío exitoso de la trama, el terminal encuentra que tiene en espera un nuevo paquete para enviar. me encuentro:

Estas dos condiciones quedan expresadas de la siguiente forma:

$$u_{0,0} = \sum_{i=0}^m [(1-p_c)g_p] u_{i,0} + FTg_p(1-p_c) + FTp_c$$

$$u_{0,0} = \sum_{i=0}^m [(1-p_c)g_p] u_{i,0} + FT[g_p(1-p_c) + p_c]$$

$$u_{0,0} = (1-p_c)g_p \sum_{i=0}^m u_{i,0} + [FTg_p(1-p_c) + p_cFT]$$

Si se tiene en cuenta que al estado " $FT$ " se llega solo desde el estado " $I$ " con probabilidad igual a " $g$ ", es decir que  $FT = Ig$ . Por lo cual:

$$u_{0,0} = (1-p_c)g_p \sum_{i=0}^m u_{i,0} + [Igg_p(1-p_c) + p_cIg]$$

$$u_{0,0} = (1-p_c)g_p \sum_{i=0}^m u_{i,0} + I[gg_p(1-p_c) + p_cg]$$



$$u_{0,0} - I[gg_p(1-p_c) + p_c g] = (1-p_c)g_p \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

$$\frac{[u_{0,0} - I(gg_p(1-p_c) + p_c g)]}{g_p} = (1-p_c) \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

Si se multiplica y divide por el término “ $(1-g_p)$ ”, tendremos que:

$$\frac{[u_{0,0} - I(gg_p(1-p_c) + p_c g)]}{g_p} * \frac{(1-g_p)}{(1-g_p)} = (1-p_c) \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

$$\frac{[u_{0,0} - I(gg_p(1-p_c) + p_c g)]}{g_p} (1-g_p) = (1-g_p)(1-p_c) \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

En este punto si se retoma la expresión primera, o sea aquella:

$$Ig = \sum_{i=0}^m [(1-p_c)(1-g_p)] u_{i,0} + [FT(1-p_c)(1-g_p)]$$

Y reemplazando el valor del término  $(1-g_p)(1-p_c) \sum_{i=0}^m u_{i,0}$

Por la cantidad que se acaba de encontrar, es decir por:

$$(1-g_p)(1-p_c) \sum_{i=0}^m u_{i,0} = \frac{[u_{0,0} - I(gg_p(1-p_c) + p_c g)]}{g_p} (1-g_p)$$

Entonces, se tendrá que:

$$Ig = \sum_{i=0}^m [(1-p_c)(1-g_p)u_{i,0}] + [FT(1-p_c)(1-g_p)]$$

$$Ig = (1-p_c)(1-g_p) \sum_{i=0}^m u_{i,0} + [FT(1-p_c)(1-g_p)]$$

$$I_g = \frac{\left[ u_{0,0} - I \left( g g_p (1 - p_c) + p_c g \right) \right]}{g_p} (1 - g_p) + \left[ FT(1 - p_c)(1 - g_p) \right]$$

$$I_g = \frac{\left[ u_{0,0} - I \left( g g_p (1 - p_c) + p_c g \right) \right]}{g_p} (1 - g_p) + \left[ I g (1 - p_c)(1 - g_p) \right]$$

$$I_g = \frac{\left[ u_{0,0}(1 - g_p) - I(1 - g_p) \left( g g_p (1 - p_c) + p_c g \right) \right]}{g_p} + \left[ I g (1 - p_c)(1 - g_p) \right]$$

$$I_g = \frac{u_{0,0}(1 - g_p)}{g_p} - \frac{I(1 - g_p) \left[ g(1 - p_c)g_p + g p_c \right]}{g_p} + I g (1 - p_c)(1 - g_p)$$

$$I_g + \frac{I(1 - g_p) \left[ g(1 - p_c)g_p + g p_c \right]}{g_p} - I g (1 - p_c)(1 - g_p) = \frac{u_{0,0}(1 - g_p)}{g_p}$$

$$I_g + \frac{I g g_p (1 - g_p)(1 - p_c) + I g p_c (1 - g_p)}{g_p} - I g (1 - p_c)(1 - g_p) = \frac{u_{0,0}(1 - g_p)}{g_p}$$

$$I \left[ g + \frac{g g_p (1 - g_p)(1 - p_c) + g p_c (1 - g_p)}{g_p} - g(1 - p_c)(1 - g_p) \right] = \frac{u_{0,0}(1 - g_p)}{g_p}$$

Trabajando solo con el término:

$$\left[ g + \frac{g g_p (1 - g_p)(1 - p_c) + g p_c (1 - g_p)}{g_p} - g(1 - p_c)(1 - g_p) \right]$$

Resulta:

$$\frac{g g_p + g g_p (1 - p_c)(1 - g_p) + g p_c (1 - g_p) - g g_p (1 - p_c)(1 - g_p)}{g_p}$$

Operando sobre el numerador se podrá ver que los siguientes factores se cancelan:

$$gg_p(1-p_c)(1-g_p) - gg_p(1-p_c)(1-g_p)$$

Por lo que el término finalmente queda:

$$\frac{gg_p + gp_c(1-g_p)}{g_p}$$

Por lo que la cantidad:

$$\left[ g + \frac{gg_p(1-g_p)(1-p_c) + gp_c(1-g_p)}{g_p} - g(1-p_c)(1-g_p) \right]$$

Se reduce a:

$$\left[ g + \frac{gg_p(1-g_p)(1-p_c) + gp_c(1-g_p)}{g_p} - g(1-p_c)(1-g_p) \right] = \frac{gg_p + gp_c(1-g_p)}{g_p}$$

Entonces si regresando a la expresión:

$$I \left[ g + \frac{gg_p(1-g_p)(1-p_c) + gp_c(1-g_p)}{g_p} - g(1-p_c)(1-g_p) \right] = \frac{u_{0,0}(1-g_p)}{g_p}$$

Se tendrá que:

$$I \left[ \frac{gg_p + gp_c(1-g_p)}{g_p} \right] = \frac{u_{0,0}(1-g_p)}{g_p}$$

De modo que

$$I = \frac{u_{0,0}(1-g_p)}{g \left[ g_p + p_c(1-g_p) \right]}$$

Si se recuerda la relación que existe entre el estado "FT" y el estado "I", la cual es:

$$FT = Ig$$

Entonces

$$FT = \frac{u_{0,0}(1 - g_p)}{g_p + p_c(1 - g_p)}$$

Si se plantea ahora la ecuación de normalización del sistema, o sea:

$$FT + I + \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

La cantidad de  $\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k}$  fue calculada anteriormente cuando se modeló el algoritmo de

Backoff en la “**Sección 2.5.2**” de donde se obtuvo que:

$$u_{0,0} = \frac{2(1 - 2p)(1 - p)}{Wp[1 - (2p)^m] + (W + 1)(1 - 2p)}$$

De modo que

$$\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = u_{0,0} \frac{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}{2(1 - 2p)(1 - p)} = 1$$

Notar sin embargo que para este análisis de tráfico se representa el valor de “ $p$ ” como “ $p_c$ ” Entonces cambiando esta variable y si se reemplaza cada valor por su definición, es decir por:

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{u_{0,0}(1 - g_p)}{g [g_p + p_c(1 - g_p)]} \\ FT = \frac{u_{0,0}(1 - g_p)}{g_p + p_c(1 - g_p)} \\ \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = u_{0,0} \frac{Wp(1 - (2p_c)^m) + (W + 1)(1 - 2p_c)}{2(1 - 2p_c)(1 - p_c)} = 1 \end{array} \right.$$

Se tendrá que:

$$FT + I + \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

$$\frac{u_{0,0}(1-g_p)}{g_p + p_c(1-g_p)} + \frac{u_{0,0}(1-g_p)}{g[g_p + p_c(1-g_p)]} + \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

$$\frac{u_{0,0}(1-g_p)}{g_p + p_c(1-g_p)} + \frac{u_{0,0}(1-g_p)}{g[g_p + p_c(1-g_p)]} + u_{0,0} \frac{Wp(1-(2p_c)^m) + (W+1)(1-2p_c)}{2(1-2p_c)(1-p_c)} = 1$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{(1-g_p)}{g_p + p_c(1-g_p)} + \frac{(1-g_p)}{g[g_p + p_c(1-g_p)]} + \frac{Wp(1-(2p_c)^m) + (W+1)(1-2p_c)}{2(1-2p_c)(1-p_c)} \right] = 1$$

Sacando factor común:

$$u_{0,0} \left[ \frac{2g(1-2p_c)(1-p_c)(1-g_p) + 2(1-2p_c)(1-p_c)(1-g_p) + g(g_p + p_c(1-g_p))[Wp(1-(2p_c)^m) + (W+1)(1-2p_c)]}{2g(1-2p_c)(1-p_c)[g_p + p_c(1-g_p)]} \right] = 1$$

Por lo tanto:

$$u_{0,0} = \frac{2g(1-2p_c)(1-p_c)[g_p + p_c(1-g_p)]}{2g(1-2p_c)(1-p_c)(1-g_p) + 2(1-2p_c)(1-p_c)(1-g_p) + g(g_p + p_c(1-g_p))[Wp(1-(2p_c)^m) + (W+1)(1-2p_c)]}$$

Entonces ahora lo que resta es plantear los estados desde los cuales es posible transmitir o lo que es lo mismo encontrar “ $\tau$ ”:

Para lo cual, se debe notar que solo se podrá transmitir estando en estos de “ $FT$ ” o en cualquier estado  $s(t) = [0, 1, \dots, i, \dots, m-1, m]$  para cuando el contador. Esto se puede expresar como:

$$\tau = FT + \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

Entonces ahora se reemplazo cada término por su definición, me encuentro con:

$$\tau = Ig + \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

Si se trabaja con la expresión y si además recordando los siguientes términos con sus respectivas definiciones:

$$u_{i,0} = p_c^i u_{0,0} \text{ y } u_{m,0} = \frac{p_c^m u_{0,0}}{1 - p_c},$$

Entonces, será posible expresar la Probabilidad de Transmisión como:

$$\tau = Ig + \left[ \sum_{i=0}^{m-1} u_{i,0} + u_{m,0} \right]$$

$$\tau = Ig + \left[ \sum_{i=0}^{m-1} p_c^i u_{0,0} + \frac{p_c^m u_{0,0}}{1 - p_c} \right]$$

Recordando la propiedad de la Serie:

$$\sum_{i=a}^b v^n = \frac{1 - v^{b+1}}{1 - v}$$

Entonces

$$\tau = Ig + \left[ \frac{(1 - p_c^m) u_{0,0}}{1 - p_c} + \frac{p_c^m u_{0,0}}{1 - p_c} \right]$$

Aunque,

$$I = \frac{u_{0,0} (1 - g_p)}{g [g_p + p_c (1 - g_p)]}$$

Por lo que:

$$\tau = \frac{u_{0,0} (1 - g_p)}{[g_p + p_c (1 - g_p)]} + \left[ \frac{(1 - p_c^m) u_{0,0}}{1 - p_c} + \frac{p_c^m u_{0,0}}{1 - p_c} \right]$$

$$\tau = u_{0,0} \left[ \frac{(1 - g_p)}{[g_p + p_c (1 - g_p)]} + \frac{(1 - p_c^m)}{1 - p_c} + \frac{p_c^m}{1 - p_c} \right]$$

$$\tau = u_{0,0} \left[ \frac{(1 - g_p)}{[g_p + p_c(1 - g_p)]} + \frac{1}{1 - p_c} \right]$$

$$\tau = u_{0,0} \left[ \frac{(1 - g_p)(1 - p_c) + [g_p + p_c(1 - g_p)]}{[g_p + p_c(1 - g_p)](1 - p_c)} \right]$$

$$\tau = u_{0,0} \left[ \frac{1}{[g_p + p_c(1 - g_p)](1 - p_c)} \right]$$

$$\tau = \frac{u_{0,0}}{[g_p + p_c(1 - g_p)](1 - p_c)}$$

Si ahora se reemplaza con el valor de  $u_{0,0}$  que se obtuvo antes, o sea aquel de:

$$u_{0,0} = \frac{2g(1 - 2p_c)(1 - p_c)[g_p + p_c(1 - g_p)]}{2g(1 - 2p_c)(1 - p_c)(1 - g_p) + 2(1 - 2p_c)(1 - p_c)(1 - g_p) + g(g_p + p_c(1 - g_p))[Wp(1 - (2p_c)^m) + (W + 1)(1 - 2p_c)]}$$

$$u_{0,0} = \frac{2g(1 - 2p_c)(1 - p_c)[g_p + p_c(1 - g_p)]}{(g + 1)[2(1 - 2p_c)(1 - p_c)(1 - g_p)] + g[g_p + p_c(1 - g_p)][Wp_c[1 - (2p_c)^m] + (W + 1)(1 - 2p_c)]}$$

Se obtiene:

$$\tau = \frac{2g(1 - 2p_c)}{2g(1 - 2p_c)(1 - p_c)(1 - g_p) + 2(1 - 2p_c)(1 - p_c)(1 - g_p) + g(g_p + p_c(1 - g_p))[Wp(1 - (2p_c)^m) + (W + 1)(1 - 2p_c)]}$$

$$\tau = \frac{2g(1 - 2p_c)}{(g + 1)[2(1 - 2p_c)(1 - p_c)(1 - g_p)] + g[g_p + p_c(1 - g_p)][Wp_c[1 - (2p_c)^m] + (W + 1)(1 - 2p_c)]}$$

En este punto nuevamente se recuerda que la probabilidad de colisión resulta igual a

$$p_c = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

Entonces nuevamente se está frente a un sistema de ecuaciones no lineal:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{2g(1-2p_c)}{(g+1)[2(1-2p_c)(1-p_c)(1-g_p)] + g[g_p + p_c(1-g_p)][Wp_c[1-(2p_c)^m] + (W+1)(1-2p_c)]} \\ p_c = 1 - (1-\tau)^{n-1} \end{array} \right.$$

Cuya solución se podrá encontrada si se adopta el enfoque de reemplazar el valor de  $p_c$  en la ecuación de  $\tau$ . De forma de obtener una expresión  $\tau = f(\tau)$ , sobre la cual obtener luego una serie cuyo valor de convergencia permita encontrar el valor de la variable  $\tau$ .

### 3.5.4 Resolución del modelo de Tráfico

Se va a trabajar en el contexto de una red conformada por 10 terminales:

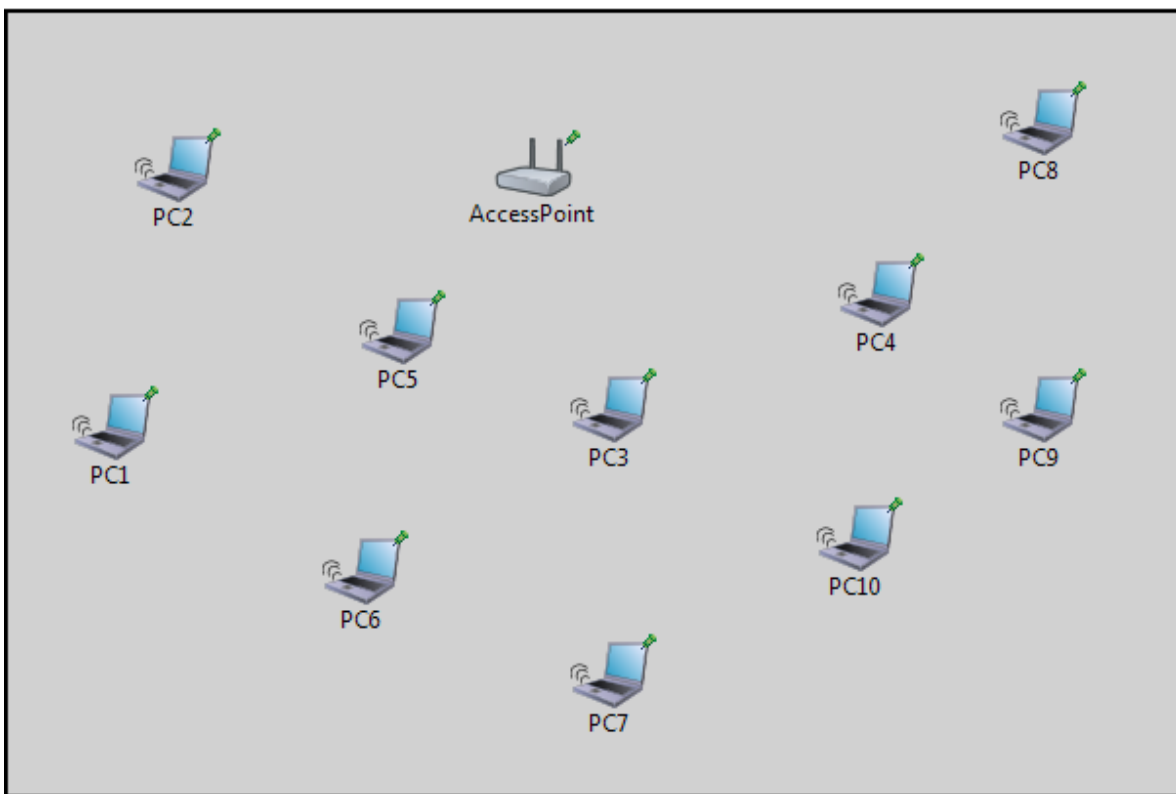


Figura 13

El punto de inicio es determinar la solución del sistema de ecuaciones no lineal de modo de obtener el valor de la variable  $\tau$ . Es decir se busca la solución de:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{2g(1-2p_c)}{(g+1)[2(1-2p_c)(1-p_c)(1-g_p)] + g[g_p + p_c(1-g_p)][Wp_c[1-(2p_c)^m] + (W+1)(1-2p_c)]} \\ p_c = 1 - (1-\tau)^{n-1} \end{array} \right.$$



Del sistema de ecuación se puede ver que aparecen estas cinco variables  $(n, W, m, g, g_p)$ , lo que se debe tener presente es que el valor de convergencia del sistema es distinto por cada nuevo grupo de valores en que se inicien estas variables. En particular los términos  $(n, W, m)$  se dejarán con igual valor que para el modelo de Ruido, mientras que se hará una observación respecto al par  $(g, g_p)$ :

- El par  $(g, g_p)$  lleva la cuenta de si un terminal se encuentra activo y si hay o no paquetes en cola de espera aguardando por ser enviados. Sea cual fuere los valores que se elija para esta par, la convergencia de la solución va a ser distinta en cada caso, sin embargo se debe notar por ejemplo que si se configurará el valor de la variable  $g = 0$  la probabilidad de transmisión  $\tau$  resultaría cero ya que el terminal no tiene intenciones de transmitir, es decir está apagado. De modo que a los fines de lograr un valor para resolver este nuevo modelo se debe adoptar un compromiso de tomar un valor de  $g$ , tal que  $0 < g \leq 1$ . Por otro lado la variable  $g_p$  da una idea de si un terminal trabaja próximo a un modo de saturación conforme el valor se acerque a uno. Por lo que resulta útil tomar un valor distinto de 1 para la resolución del sistema, de modo de no tener nuevamente un esquema de tráfico saturado.

Entonces, si se fijan las variables con los valores de  $(n, W, m, g, g_p) = (10, 32, 4, 0.7, 0.3)$ . Es decir, se busca el valor de convergencia de la función  $\tau = f(\tau, 10, 32, 4, 0.7, 0.3)$ .

Tras llevar adelante el método iterativo se puede ver que el valor de  $\tau = (0.0247, 0.0248) = 0.02475$ .

Los valores de las variables  $T_s$  y de  $T_c$ , se calculan al igual que para el modelo de Ruido en base a:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_c = RTS + DIFS \\ T_s = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta \end{array} \right.$$

Donde:

- $\delta$ : Demora de propagación por la red de cada paquete que se transmite.  $\delta = 1\mu s$

- b) *DIFS* : Espacio inter-trama DCF.  $DIFS = 128bits = 128\mu s$
- c) *SIFS* : Espacio inter-trama Short.  $SIFS = 28bits = 28\mu s$
- d) *ACK* : Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo.  
 $ACK = 112bits = 112\mu s$
- e) *H* : Cabeceras de la Subcapa MAC y capa física.  $H = H_{phy} + H_{mac}$ , a los fines prácticos, se asume un valor de  
 $H = H_{phy} + H_{mac} = 128bits + 208bits = 336bits = 336\mu s$
- f) *RTS* : Trama de control de Request to Send.  $RTS = 160bits = 160\mu s$
- g) *CTS* : Trama de control de Clear to Send.  $CTS = 112bits = 112\mu s$
- h) La tasa de procesamiento de información de  $1Mb / seg$ .

De modo que finalmente,

$$\begin{cases} T_C = 289\mu s \\ T_S = 9120\mu s \end{cases}$$

Es decir los mismos valores del primer modelo. Entonces ahora como ya obtuvieron los valores de " $T_S$ ", " $T_C$ " y de " $\tau$ " se puede encontrar el Throughput:

$$S = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma[1-(1-(1-\tau)^n)] + T_S[n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_C[1-(1-\tau)^n] \left[ 1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n} \right]}$$

Por lo que

$$S=8.7507e+5$$

Pero si se normaliza al valor de  $1Mb / seg$ , nos permite obtener:

$$S_n=0.87507$$

Se va a tratar ahora de encontrar ahora los valores de  $\tau$  y de  $S_n$  forzando el tráfico saturado y en donde las estaciones están siempre activas, es decir para el caso de:

Las variables con los valores de  $(n, W, m, g, g_p) = (10, 32, 4, 1, 1)$ . Es decir, se busca el valor de convergencia de la función  $\tau = f(\tau, 10, 32, 4, 1, 1)$ .

Y comparar dicho resultado con el valor obtenido en la “Sección 3.4.2.1” en donde se pudo ver que la Probabilidad de transmisión resulto:

$$\tau = (0.0368, 0.0369) = 0.03685$$

Se encuentra que para este escenario  $\tau = (0.0313, 0.0315) = 0.0314$

Difieren por lo tanto en una cantidad de:

$$(0.03685 - 0.0314) = 0,00545$$

Es decir un porcentaje de 0,1478968792401628%.

Por último, para este escenario planteado el valor del Throughput es:

$$S = 8.7809e+5$$

Pero si se normaliza al valor de  $1Mb / seg$ , nos permite obtener:

$$S_n = 0.87809$$

Difieren por lo tanto una cantidad menor tanto el primer modelo matemático “Factor Ruido” en condiciones de Tráfico Saturado con el Segundo Modelo matemático “Tráfico” cuando este modelo se encuentra operando en las mismas circunstancias de tráfico.

### **3.6 Tercer modelo matemático “Primer Ajuste - Probabilidad busy ( $p_b$ )”**

El proceso de decremento del contador durante la ejecución del algoritmo de Backoff solo se verá interrumpido cuando el canal cambia a un estado de ocupado, y podrá ser activado de nuevo solo cuando se percibe que el mismo retorna a su estado de canal libre. Sin embargo, hasta ahora se asumió que mientras el medio se encuentre libre el contador resta una unidad al inicio de cada Time Slot en el sistema conforme transcurre el tiempo.

Un Slot Time  $\sigma$  en un esquema de modulación FHSS es la cantidad de tiempo que una estación necesita para percibir si el medio se encuentra libre u ocupado y se encuentra condicionada por una variable llamada RxTxTurnaround que lleva la cuenta del tiempo que le lleva a una estación pasar de un rol de receptor a transmisor

Entonces, el contador debería reducir una unidad su valor luego de transcurrido la totalidad de un time slot, de modo de evitar un falso decremento. En el sentido que se estaría restando una unidad en un momento en el cual no se tiene información suficiente aún para saber en qué estado se encuentra el canal.

En función de esta apreciación se pretende dar lugar a este cambio en el diagrama de transiciones del proceso de retroceso exponencial. Dicho ajuste en el diagrama es el que se analiza a continuación:

### 3.6.1 Análisis del diagrama de transiciones

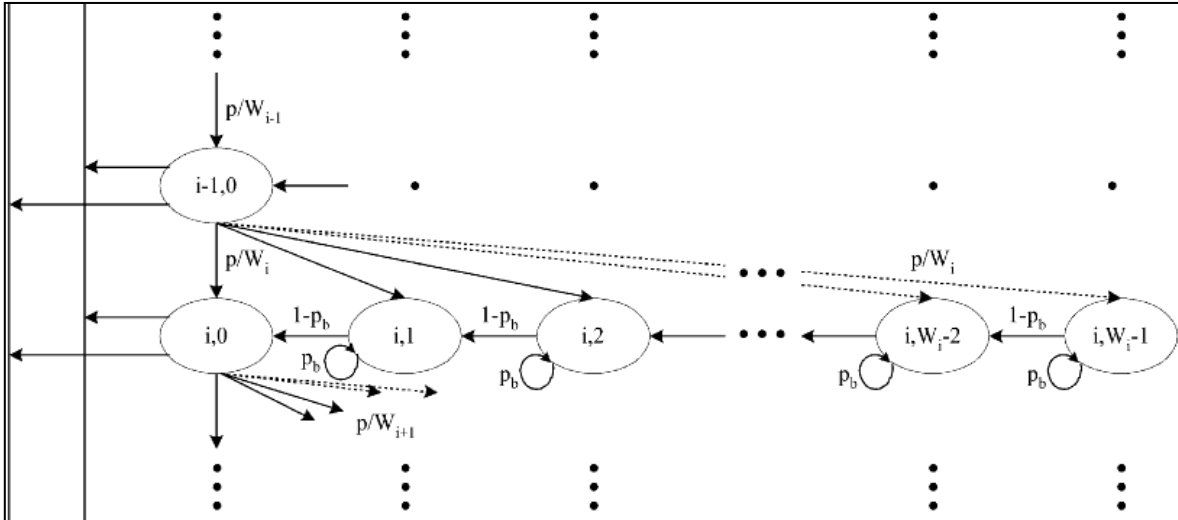


Figura 14

En base a este diagrama básicamente lo que queremos es ver el efecto de agregar una nueva variable  $p_b$  que lleva la cuenta de si el canal permanece libre o no luego del paso de un time slot.

Cuando se analizó el diagrama de transiciones se realizó un análisis del factor de decremento del contador, de donde se obtuvo que el mismo era igual a:

$$Factor = \frac{W_i - k}{W_i}$$

Sin embargo existe ahora una nueva condición para el decremento desde un estado hacia otro y es el factor de "1 -  $p_b$ ", de manera que:

En el estado  $s(t) = i$  el contador solo adopta estos valores:

$$W_i = [0, 1, \dots, k - 1, k, k + 1, \dots, W_i - 1]$$

Si revisamos el caso de  $b(t) = k$ , se puede notar que a dicho estado se llega desde el estado  $u_{i,k+1}$  reduciendo en una unidad el contador y solo si el medio luego del transcurso de un Time Slot no se ocupó, o sea para  $(1 - p_b)$ . De modo que

$$u_{i,k} = (1 - p_b)u_{i,k+1}$$

De forma tal que el decremento desde el estado  $u_{i,k+1}$  al estado  $u_{i,k}$  o lo que es lo mismo, el cambio de estado contempla el siguiente factor:

$$factor = \frac{1}{1 - p_b}$$

Es por ello que se redefine el factor de decremento como:

$$Factor = \frac{W_i - k}{W_i} \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right]$$

Entonces, cuando se plantea la ecuación de normalización, se debe tener en cuenta que:

$$u_{i,k} = \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] u_{i,0}$$

$$\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

$$\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] u_{i,0} = 1$$

Por lo que a partir de este punto

$$u_{i,k} = \left( \frac{1}{1 - p_b} \right) \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,0} = 1$$

$$u_{i,k} = \left( \frac{1}{1 - p_b} \right) \sum_{i=0}^m \left[ \sum_{k=0}^{W_i-1} \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \right] u_{i,0} = 1$$

Pero,

$$\sum_{k=0}^{W_i-1} \frac{W_i - k}{W_i} = \frac{W_i + 1}{2} = 1$$

Entonces queda:

$$\left( \frac{1}{1 - p_b} \right) \sum_{i=0}^m \frac{W_i + 1}{2} u_{i,0} = 1$$

Pero como

$$W_i = 2^i W$$

Tenemos entonces,

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 - p_b} \right) \sum_{i=0}^m [(2^i W) + 1] u_{i,0} = 1$$

Trabajando solo sobre el término:

$$\sum_{i=0}^m [(2^i W) + 1] u_{i,0}$$

Resulta que:

$$\sum_{i=0}^m [(2^i W) + 1] u_{i,0} = \sum_{i=0}^m (2^i W) u_{i,0} + \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

De modo que:

$$W \sum_{i=0}^m (2^i) u_{i,0} + \sum_{i=0}^m u_{i,0} = 1$$

Si valuamos la sumatoria en el valor de "m", la expresión resulta.

$$\left[ \sum_{i=0}^{m-1} (2^i) u_{i,0} + (2^m) u_{m,0} \right] + \left[ \sum_{i=0}^{m-1} u_{i,0} + u_{m,0} \right] = 1$$

Aunque,

$$u_{i,0} = p^i u_{0,0} \text{ y } u_{m,0} = \frac{p^m u_{0,0}}{1-p}$$

Entonces se tendrá que:

$$W \left[ \sum_{i=0}^{m-1} (2^i) p^i u_{0,0} + (2^m) \frac{p^m u_{0,0}}{1-p} \right] + \left[ \sum_{i=0}^{m-1} p^i u_{0,0} + \frac{p^m u_{0,0}}{1-p} \right] = 1$$

$$W \left[ \sum_{i=0}^{m-1} (2p)^i u_{0,0} + (2p)^m \frac{u_{0,0}}{1-p} \right] + \left[ \sum_{i=0}^{m-1} p^i u_{0,0} + \frac{p^m u_{0,0}}{1-p} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \sum_{i=0}^{m-1} (2p)^i + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \sum_{i=0}^{m-1} p^i + \frac{p^m}{1-p} \right] = 1$$

A partir de la serie:

$$\sum_{i=a}^b v^n = \frac{1-v^{b+1}}{1-v}$$

Se puede observar que:

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{1-(2p)^m}{1-2p} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \frac{1-p^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{1-(2p)^m}{1-2p} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \frac{1}{1-p} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{(1-p)(1-(2p)^m) + (1-2p)(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right) + \frac{1}{1-p} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{1-p-p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right) + \frac{1}{1-p} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp(1 + (2p)^m)}{(1 - 2p)(1 - p)} + \frac{1}{1 - p} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp(1 + (2p)^m) + (1 - 2p)}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

Si se agrega el término:  $\pm Wp$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp - Wp + Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - 2Wp + Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - 2Wp + Wp(1 - (2p)^m) + 1 - 2p}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1 - (2p)^m) + W - 2Wp + 1 - 2p}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

El término  $W - 2Wp + 1 - 2p$

Se puede escribir como:

$$W - 2Wp + 1 - 2p = (W + 1)(1 - 2p)$$

Entonces:



$$u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}{(1-2p)(1-p)} \right] = 1$$

Retomando la expresión del inicio, es decir recordando que solo se trabajo con el término:

$$\sum_{i=0}^m [(2^i W) + 1] u_{i,0},$$

Se podrá realizar el reemplazo:

$$\sum_{i=0}^m [(2^i W) + 1] u_{i,0} = u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

De modo que la ecuación inicial será igual a:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-p_b} \right) \sum_{i=0}^m [(2^i W) + 1] u_{i,0} = 1$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-p_b} \right) u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}{(1-2p)(1-p)} \right] = 1$$

$$\frac{u_{0,0}}{2} \left( \frac{1}{1-p_b} \right) \left[ \frac{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}{(1-2p)(1-p)} \right] = 1$$

Por lo que:

$$u_{0,0} = \frac{2(1-2p)(1-p)(1-p_b)}{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}$$

Sin embargo, sabemos que al estado “ $u_{0,0}$ ” se llega desde todos los demás estados, luego de transmitir con éxito y cuando hay una nueva trama por enviar.

$$u_{0,0} = (1-p) \sum_{j=0}^m u_{j,0}$$

Y por otro lado, siendo que la condición o probabilidad de transmisión ocurre solo cuando el contador  $b(t) = 0$ , sin importar el estado de retransmisión  $s(t)$ :

$$\tau = \sum_{j=0}^m u_{j,0}$$

$$\tau = \sum_{j=0}^m u_{j,0} = u_{0,0} + u_{1,0} + \dots + u_{i,0} + \dots + u_{m-1,0} + u_{m,0}$$

Es decir que se cumple que:

$$u_{0,0} = (1-p) \left[ \sum_{j=0}^m u_{j,0} \right]$$

$$u_{0,0} = (1-p)\tau$$

Entonces se encuentra la siguiente relación:

$$\tau = \frac{u_{0,0}}{(1-p)}$$

Pero sin embargo, ya conozco  $u_{0,0}$ ,

$$u_{0,0} = \frac{2(1-2p)(1-p)(1-p_b)}{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}$$

Entonces puedo determinar " $\tau$ " que resulta igual a:

$$\tau = \frac{2(1-2p)(1-p_b)}{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}$$

Por último se establecen las relaciones de Colisión desde la perspectiva de una estación que transmite su paquete detecta una colisión si otra estación hace lo propio también ya sea en cualquier momento de la contienda, es decir que:

Probabilidad de colisión:

$$p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

Probabilidad de colisión Busy:

$$p_b = 1 - (1 - \tau)^n$$

De modo que tenemos este sistema de 3 ecuaciones:

$$\begin{cases} \tau = \frac{2(1-2p)(1-p_b)}{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)} \\ p = 1 - (1 - \tau)^{n-1} \\ p_b = 1 - (1 - \tau)^n \end{cases}$$

Si se reemplazan las cantidades “ $p$ ” y “ $p_b$ ” en la expresión de “ $\tau$ ”, encuentro que:

$$\tau = f(\tau)$$

Que es igual a:

$$\tau = f(\tau, n, W, m) = \frac{2[1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1})][1 - (1 - (1 - \tau)^n)]}{W(1 - (1 - \tau)^{n-1})[1 - (2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))^m] + (W + 1)(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))}$$

Por lo que se observa nuevamente que la probabilidad de transmisión depende de las mismas variables que para los modelos o casos anteriormente planteados.

### 3.6.2 Calculo del modelo matemático “Factor de Ruido con el Primer Ajuste”

Se va a trabajar en el contexto de una red conformada por 10 terminales:

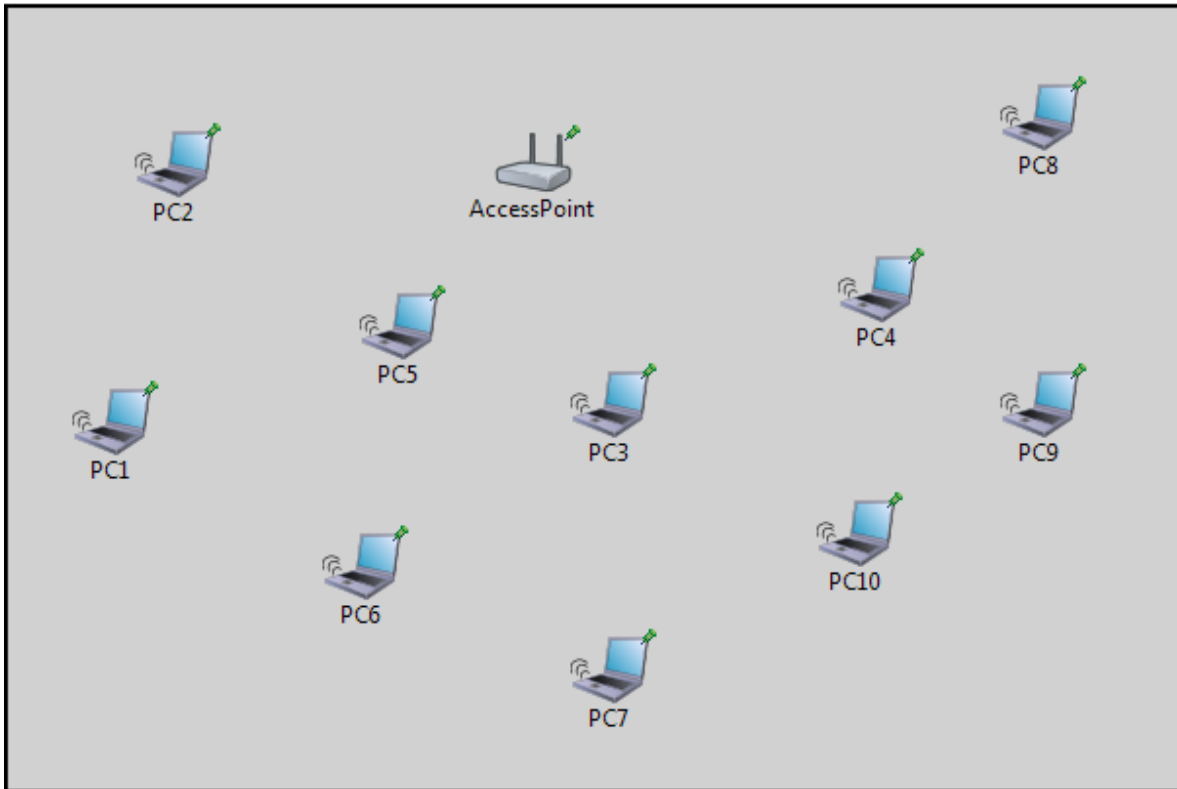


Figura 15

El punto de inicio es determinar la solución del sistema de ecuaciones no lineal de modo de obtener el valor de la variable  $\tau$ . Es decir se busca la solución de:

$$\tau = \frac{2[1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1})][1 - (1 - (1 - \tau)^n)]}{W(1 - (1 - \tau)^{n-1})[1 - (2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))^m] + (W + 1)(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))}$$

Se va obtener primero un valor para la probabilidad de transmisión en el sistema.

Se fijaran las variables con los valores de  $(n, W, m) = (10, 32, 4)$ . Por lo que se debe buscar al valor de convergencia de la función  $\tau = f(\tau, 10, 32, 4)$ . Tras llevar adelante el método iterativo se puede ver que el valor de  $\tau = (0.0304, 0.0306) = 0.0305$ . Una vez obtenido el valor de la probabilidad de transmisión, se va a calcular el rendimiento normalizado. Aunque antes se debe calcular:

Los valores de las variables  $T_s$  y de  $T_c$ , se calculan al igual que para el modelo de Ruido en base a:

$$\begin{cases} T_c = RTS + DIFS \\ T_s = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta \end{cases}$$

Donde:

- $\delta$  : Demora de propagación por la red de cada paquete que se transmite.  $\delta = 1\mu s$
- $DIFS$  : Espacio inter-trama DCF.  $DIFS = 128bits = 128\mu s$
- $SIFS$  : Espacio inter-trama Short.  $SIFS = 28bits = 28\mu s$
- $ACK$  : Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo.  
 $ACK = 112bits = 112\mu s$
- $H$  : Cabeceras de la Subcapa MAC y capa física.  $H = H_{phy} + H_{mac}$ , a los fines prácticos, se asume un valor de  
 $H = H_{phy} + H_{mac} = 128bits + 208bits = 336bits = 336\mu s$
- $RTS$  : Trama de control de Request to Send.  $RTS = 160bits = 160\mu s$
- $CTS$  : Trama de control de Clear to Send.  $CTS = 112bits = 112\mu s$
- La tasa de procesamiento de información de  $1Mb / seg$ .

De modo que finalmente,

$$\begin{cases} T_c = 289\mu s \\ T_s = 9120\mu s \end{cases}$$

Es decir los mismos valores del primer y segundo modelo. Entonces ahora como ya obtuvieron los valores de " $T_s$ ", " $T_c$ " y de " $\tau$ " se puede encontrar el Throughput:

$$S = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma[1-(1-(1-\tau)^n)] + T_s[n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_c[1-(1-\tau)^n] \left[ 1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n} \right]}$$

$$S = 8.7778e+5$$

Pero si se normaliza al valor de  $1Mb / seg$ , nos permite obtener:

$$S_n = 0.87778$$

### 3.7 Cuarto modelo matemático “Segundo ajuste - estado de no activación ( $u_{-1,0}$ )”:

Existen dos definiciones del proceso de contienda que se detallan en la norma y que no fueron incorporados en los modelos anteriores:

- a) Una estación cuando se incorpora al sistema por primera vez para el envío de una trama puede transmitir directamente con solo asegurarse que el canal este libre y que dicha condición se sostenga en el tiempo durante una cantidad de  $t = DIFS$ , de lo contrario recién ahí deberá postergar el envío y llamar al proceso exponencial. Sin embargo tanto en el modelo de ruido y de primer ajuste se asumió que incluso para el primer intento el proceso de Backoff es utilizado, notar por ejemplo los diagramas de transición de ambos modelos. De manera tal que no es cierto que se deba hacer uso del algoritmo de retroceso exponencial para el envío de un paquete la primera vez.
- b) Luego de la transmisión exitosa de una trama y solo cuando hay otro paquete aguardando por ser enviado, no es necesario volver a llamar el algoritmo de Backoff para el nuevo intento de envío, sino que se puede volver a transmitir inmediatamente después con solo aguardar la duración de un Time Slot  $\sigma$  y asegurarse que el medio se mantuvo libre, o sea  $(1 - p_b)$ . De manera tal que no es cierto que se deba llamar al proceso exponencial entre trama y trama.

Habiendo mencionado estos dos puntos se pretende ahora incorporar estos conceptos en un nuevo modelo matemático. Para lo cual primero se exhibirá el siguiente diagrama de transiciones:

### 3.7.1 Análisis del diagrama de estados

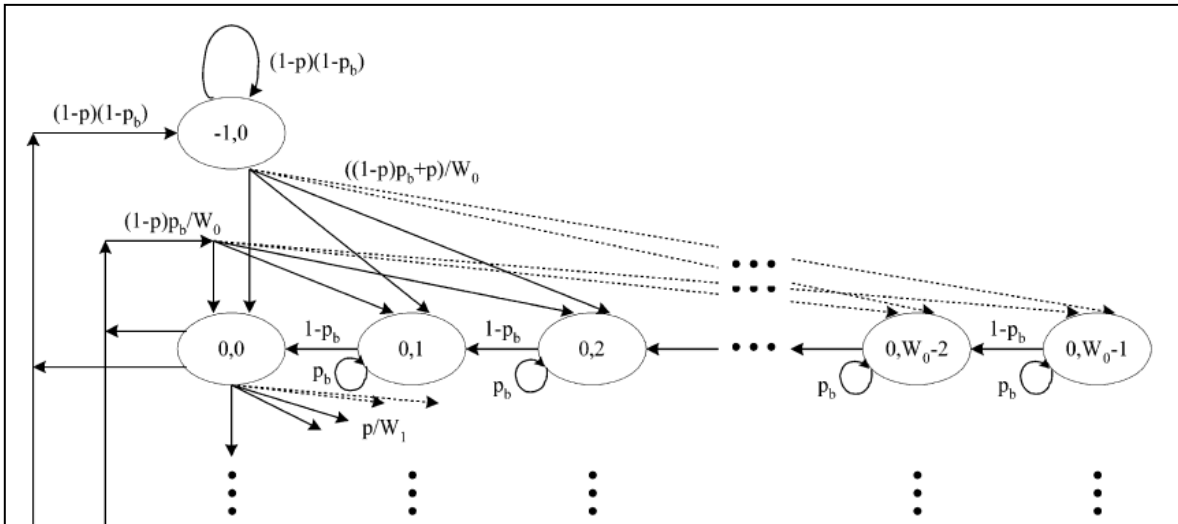


Figura 16

Conforme al diagrama que lleva la cuenta de lo expuesto anteriormente, se pueden calcular las siguientes probabilidades de transición:

$$a) P[(0,0) | (-1,0)] = \frac{(1-p)p_b + p}{W_0}$$

Una vez que el terminal entra en el sistema (estado  $u_{-1,0}$ ) debe medir el estado en que se encuentra el canal, si transcurrido un tiempo de  $t = DIFS$  el canal se observara libre entonces podrá transmitir. Si ocurriera que la trama colisionara “ $p$ ” entonces deberá activar el algoritmo y configurar el reloj de Backoff  $b(t)$  con algún valor del conjunto para el cual  $s(t) = 0$ . Para este primer estado del proceso los valores del conjunto:

$$W_0 = [0,1,\dots,W_0 - 1]$$

Tienen igual probabilidad de ser elegidos y con un valor de  $\frac{p}{W_0}$ .

Aunque si ocurriera que luego de transmitir una trama con éxito, se intente dar lugar a otro paquete en cola, entonces se debe medir que la condición de canal libre perdure por la cantidad de tiempo que dura un time slot para poder finalmente transmitir de nuevo. Si dicha condición no se cumpliera “ $p_b$ ”, entonces sería necesario activar el algoritmo y los

elementos igualmente probables del conjunto  $W_0$ , tendrían un valor de probabilidad de

$$\frac{(1-p)p_b}{W_0}.$$

Que refleja la acción combinada de haber enviado con éxito “ $(1-p)$ ” pero encontrar el medio ocupado “ $p_b$ ” para la segunda vez. De modo que estos serían los dos púnicos escenarios de transición desde el primer estado del sistema “ $u_{-1,0}$ ” al primer estado del algoritmo de Backoff “ $u_{0,0}$ ”.

$$b) P[(-1,0) | (-1,0)] = (1-p)(1-p_b)$$

Esta probabilidad de transición refleja el hecho que estando en el primer estado del sistema “ $u_{-1,0}$ ” y si luego de haber podido transmitir con éxito en el primer intento “ $(1-p)$ ” hubiera una segunda trama aguardando por ser enviada, entonces en este punto se debe medir que el canal perduró en estado libre por una cantidad igual a la duración de un time slot. Si dicho evento se cumple “ $p_b$ ”, entonces el terminal transmite sin necesidad de activar el algoritmo para dar lugar a esta segunda requisición y permanece en el estado de “ $u_{-1,0}$ ” para continuar intentando enviar las tramas que están en cola de espera.

Habiendo introducido estas probabilidades de transición, se plantea ahora nuevamente al igual que para el análisis de los anteriores modelos matemáticos, la condición de normalización del sistema, notando ahora la incorporación del nuevo estado de operación “ $u_{-1,0}$ ”:

$$u_{-1,0} + \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

Entonces, en este punto se debe recordar que la expresión de “ $u_{i,k}$ ” que es igual a;

$$u_{i,k} = \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] u_{i,0}$$

Es decir que:



$$u_{-1,0} + \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} u_{i,k} = 1$$

$$u_{-1,0} + \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] u_{i,0} = 1$$

$$u_{-1,0} + \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] \sum_{i=0}^m \left[ \sum_{k=0}^{W_i-1} \left[ \frac{W_i - k}{W_i} \right] \right] u_{i,0} = 1$$

Aunque

$$\sum_{k=0}^{W_i-1} \frac{W_i - k}{W_i} = \frac{W_i + 1}{2} = 1$$

Entonces,

$$u_{-1,0} + \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] \sum_{i=0}^m \left[ \frac{W_i + 1}{2} \right] u_{i,0} = 1$$

Pero como  $W_i = 2^i W$ , se tendrá que:

$$u_{-1,0} + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] \sum_{i=0}^m \left[ (2^i W) + 1 \right] u_{i,0} = 1$$

$$u_{-1,0} + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] \left[ \sum_{i=0}^m (2^i W) u_{i,0} + \sum_{i=0}^m u_{i,0} \right] = 1$$

Trabajando sobre el término:

$$\left[ \sum_{i=0}^m (2^i W) u_{i,0} + \sum_{i=0}^m u_{i,0} \right]$$

Se puede ver que si se evalúa las sumatorias en "m" resulta:

$$\left[ \sum_{i=0}^{m-1} (2^i W) u_{i,0} + (2^m W) u_{m,0} + \sum_{i=0}^{m-1} u_{i,0} + u_{m,0} \right]$$

Aunque,

$$u_{i,0} = p^i u_{0,0} \text{ y } u_{m,0} = \frac{p^m u_{0,0}}{1-p}$$

Entonces se puede observar que:

$$\left[ \sum_{i=0}^{m-1} (2^i W) p^i u_{0,0} + (2^m W) \frac{p^m u_{0,0}}{1-p} + \sum_{i=0}^{m-1} p^i u_{0,0} + \frac{p^m u_{0,0}}{1-p} \right]$$

$$\left[ \sum_{i=0}^{m-1} W (2p)^i u_{0,0} + W (2p)^m \frac{u_{0,0}}{1-p} + \sum_{i=0}^{m-1} p^i u_{0,0} + \frac{p^m u_{0,0}}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ \sum_{i=0}^{m-1} W (2p)^i + \frac{W (2p)^m}{1-p} + \sum_{i=0}^{m-1} p^i + \frac{p^m}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \sum_{i=0}^{m-1} (2p)^i + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \sum_{i=0}^{m-1} p^i + \frac{p^m}{1-p} \right]$$

Pero de la definición de la serie:

$$\sum_{i=a}^b v^n = \frac{1-v^{b+1}}{1-v}$$

El termino

$$u_{0,0} \left[ W \left( \sum_{i=0}^{m-1} (2p)^i + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \sum_{i=0}^{m-1} p^i + \frac{p^m}{1-p} \right]$$

Resulta igual a

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{1-(2p)^m}{1-2p} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \frac{1-p^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{1-(2p)^m}{1-2p} + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \frac{1}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{(1-p)(1-(2p)^m) + (1-2p)(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right) + \frac{1}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ W \left( \frac{1-p-p(2p)^m}{(1-2p)(1-p)} \right) + \frac{1}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp(1+(2p)^m)}{(1-2p)(1-p)} + \frac{1}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp(1+(2p)^m) + (1-2p)}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

Si se agrega el término:  $\pm Wp$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - Wp - Wp + Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - 2Wp + Wp - Wp(2p)^m + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{W - 2Wp + Wp(1-(2p)^m) + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

$$u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1-(2p)^m) + W - 2Wp + 1 - 2p}{(1-2p)(1-p)} \right]$$

El término  $W - 2Wp + 1 - 2p$

Se puede escribir como:

$$W - 2Wp + 1 - 2p = (W + 1)(1 - 2p)$$

Entonces se tiene que:

$$u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}{(1 - 2p)(1 - p)} \right]$$

Entonces ahora, retornando a:

$$u_{-1,0} + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] \left[ \sum_{i=0}^m (2^i W) u_{i,0} + \sum_{i=0}^m u_{i,0} \right] = 1$$

Y reemplazando por

$$\left[ \sum_{i=0}^m (2^i W) u_{i,0} + \sum_{i=0}^m u_{i,0} \right] = u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}{(1 - 2p)(1 - p)} \right]$$

Resulta que:

$$u_{-1,0} + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] u_{0,0} \left[ \frac{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

$$u_{-1,0} + \frac{u_{0,0}}{2} \left[ \frac{1}{1 - p_b} \right] \left[ \frac{Wp(1 - (2p)^m) + (W + 1)(1 - 2p)}{(1 - 2p)(1 - p)} \right] = 1$$

Entonces ahora lo que se hace es plantear los estados desde lo cuales se llega al estado  $[s(t)b(t)] = [0, 0]$ , y entonces se tiene que:

$$u_{0,0} = u_{-1,0} [p_b + p(1 - p_b)] + p_b(1 - p) \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

Si se evalúa la sumatoria  $\sum_{i=0}^m u_{i,0}$  en "m", se tiene que

$$u_{0,0} = u_{-1,0} [p_b + p(1-p_b)] + p_b(1-p) \left[ \sum_{i=0}^{m-1} u_{i,0} + u_{m,0} \right]$$

Aunque,

$$u_{i,0} = p^i u_{0,0} \text{ y } u_{m,0} = \frac{p^m u_{0,0}}{1-p}$$

Entonces:

$$u_{0,0} = u_{-1,0} [p_b + p(1-p_b)] + p_b(1-p) \left[ \sum_{i=0}^{m-1} p^i u_{0,0} + \frac{p^m u_{0,0}}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} = u_{-1,0} [p_b + p(1-p_b)] + u_{0,0} p_b(1-p) \left[ \sum_{i=0}^{m-1} p^i + \frac{p^m}{1-p} \right]$$

Pero, a partir de la definición de la serie:

$$\sum_{i=a}^b v^n = \frac{1-v^{b+1}}{1-v}$$

Se tiene que:

$$u_{0,0} = u_{-1,0} [p_b + p(1-p_b)] + u_{0,0} p_b(1-p) \left[ \frac{1-p^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} = u_{-1,0} [p_b + p(1-p_b)] + u_{0,0} p_b(1-p) \left[ \frac{1}{1-p} \right]$$

$$u_{0,0} = u_{-1,0} [p_b + p(1-p_b)] + u_{0,0} p_b$$

$$u_{0,0} (1-p_b) = u_{-1,0} [p_b + p(1-p_b)]$$

Por lo que la probabilidad  $u_{0,0}$  resulta igual a:

$$u_{0,0} = u_{-1,0} \frac{[p_b + p(1-p_b)]}{(1-p_b)}$$

Retomando la expresión:

$$u_{-1,0} + \frac{u_{0,0}}{2} \left[ \frac{1}{1-p_b} \right] \left[ \frac{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}{(1-2p)(1-p)} \right] = 1$$

Y reemplazando el valor de “ $u_{0,0}$ ” por su definición:

$$u_{-1,0} + \frac{u_{-1,0}}{2} \left[ \left( \frac{p_b + p(1-p_b)}{(1-p_b)^2} \right) \right] \left[ \frac{Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)}{(1-2p)(1-p)} \right] = 1$$

$$u_{-1,0} + \frac{u_{-1,0} \left[ (p_b + p(1-p_b)) (Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)) \right]}{2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p)} = 1$$

$$\frac{2u_{-1,0}(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + u_{-1,0} \left[ (p_b + p(1-p_b)) (Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)) \right]}{2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p)} = 1$$

$$\frac{u_{-1,0} \left[ 2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + \left[ (p_b + p(1-p_b)) (Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)) \right] \right]}{2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p)} = 1$$

Por lo que finalmente  $u_{-1,0}$  resulta igual a:

$$u_{-1,0} = \frac{2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p)}{\left[ 2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + \left[ (p_b + p(1-p_b)) (Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p)) \right] \right]}$$

Entonces, si ahora se plantea la probabilidad de transmisión en términos de todos aquellos estados desde los cuales sería posible concretar dicha transmisión, es decir:

$$\tau = \sum_{-1}^m u_{i,0}$$

O lo que es lo mismo:

$$\tau = \sum_{-1}^m u_{i,0} = u_{-1,0} + \sum_{i=0}^m u_{i,0}$$

$$\tau = \sum_{-1}^m u_{i,0} = u_{-1,0} + \sum_{i=0}^{m-1} u_{i,0} + u_{m,0}$$

$$\tau = \sum_{-1}^m u_{i,0} = u_{-1,0} + \sum_{i=0}^{m-1} p^i u_{0,0} + \frac{p^m u_{0,0}}{1-p}$$

$$\tau = \sum_{-1}^m u_{i,0} = u_{-1,0} + u_{0,0} \left[ \frac{1-p^m}{1-p} + \frac{p^m}{1-p} \right]$$

$$\tau = \sum_{-1}^m u_{i,0} = u_{-1,0} + u_{0,0} \left[ \frac{1}{1-p} \right]$$

Por lo que despejando la variable “ $\tau$ ”

$$\tau = u_{-1,0} + \left( \frac{1}{1-p} \right) u_{0,0}$$

Aunque “ $u_{0,0}$ ” resulta igual a:

$$u_{0,0} = u_{-1,0} \frac{[p_b + p(1-p_b)]}{(1-p_b)}$$

De modo que:

$$\tau = u_{-1,0} + u_{-1,0} \left[ \frac{1}{1-p} \right] \frac{[p_b + p(1-p_b)]}{(1-p_b)}$$

$$\tau = u_{-1,0} + u_{-1,0} \frac{[p_b + p(1-p_b)]}{(1-p)(1-p_b)}$$

$$\tau = u_{-1,0} \left[ 1 + \frac{p_b + p(1-p_b)}{(1-p)(1-p_b)} \right]$$

$$\tau = u_{-1,0} \left[ \frac{(1-p)(1-p_b) + [p_b + p(1-p_b)]}{(1-p)(1-p_b)} \right]$$

El factor  $(1-p)(1-p_b) + [p_b + p(1-p_b)]$  se puede reescribir como:

$$(1-p)(1-p_b) + [p_b + p(1-p_b)] = 1$$

Por lo que:

$$\tau = u_{-1,0} \frac{1}{(1-p)(1-p_b)}$$

Si tenemos en cuenta que:

$$u_{-1,0} = \frac{2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p)}{\left[ 2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + [(p_b + p(1-p_b))(Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p))] \right]}$$

La probabilidad de transmisión es igual a:

$$\tau = \frac{2(1-p_b)(1-2p)}{\left[ 2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + [(p_b + p(1-p_b))(Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p))] \right]}$$

Y nuevamente a partir de las relaciones:

Probabilidad de colisión:

$$p = 1 - (1-\tau)^{n-1}$$

Y Probabilidad de Busy:

$$p_b = 1 - (1-\tau)^n$$

Se obtiene el siguiente sistema de tres ecuaciones:



$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{2(1-p_b)(1-2p)}{\left[ 2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + \left[ (p_b + p(1-p_b)) \left( Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p) \right) \right] \right]} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \\ p_b = 1 - (1-\tau)^n \end{array} \right.$$

Si reemplazo las cantidades “ $p$ ” y “ $p_b$ ” en la expresión de “ $\tau$ ”, se encuentro que:

$$\tau = f(\tau)$$

Resolviendo dicha ecuación se puede obtener la solución del Sistema de ecuaciones.

### 3.7.2 Cálculo del modelo matemático “Factor ruido con Segundo Ajuste”

Se va a trabajar en el contexto de una red conformada por 10 terminales:

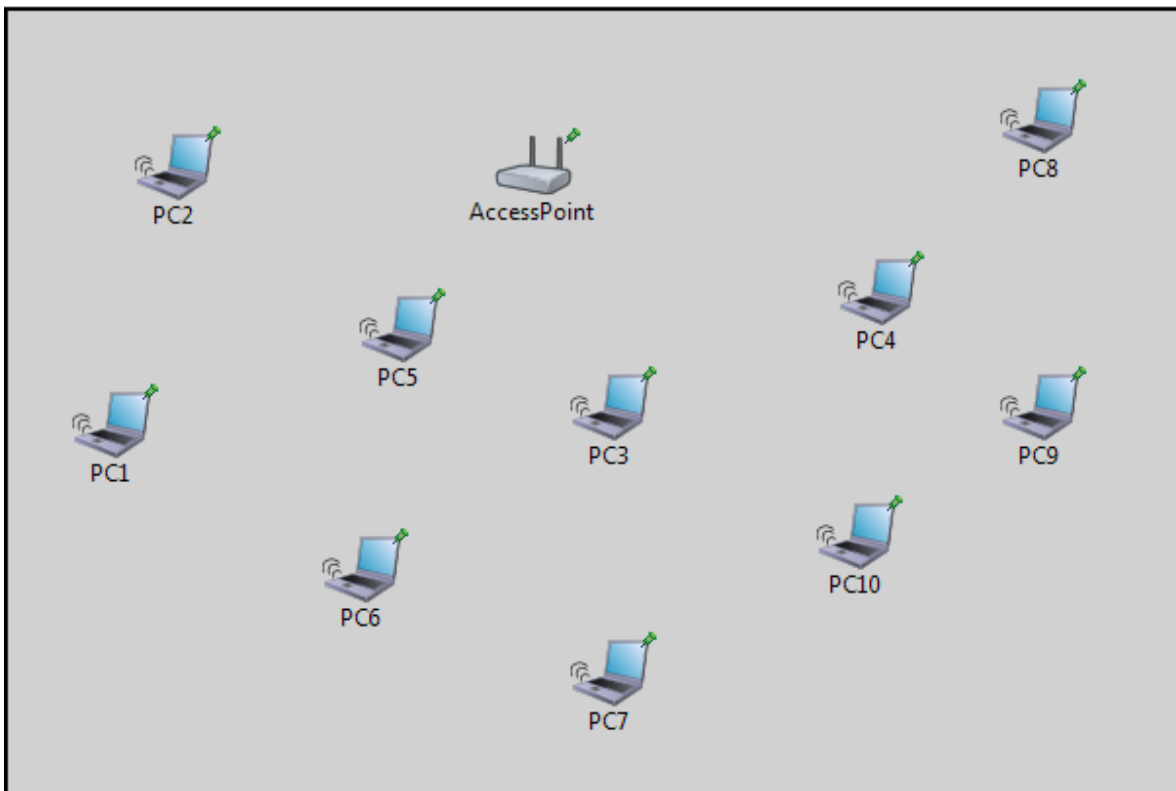


Figura 17

El punto de inicio es determinar la solución del sistema de ecuaciones no lineal de modo de obtener el valor de la variable  $\tau$ . Es decir se busca la solución de  $\tau = f(\tau)$

Se va obtener primero un valor para la probabilidad de transmisión en el sistema.

Se fijaran las variables con los valores de  $(n, W, m) = (10, 32, 4)$ . Por lo que se debe buscar al valor de convergencia de la función  $\tau = f(\tau, 10, 32, 4)$ . Tras llevar adelante el método iterativo se puede ver que el valor de  $\tau = 0.0339$ . Una vez obtenido el valor de la probabilidad de transmisión, se va a calcular el rendimiento normalizado. Aunque antes se debe calcular:

Los valores de las variables  $T_s$  y de  $T_c$ , se calculan al igual que para el modelo de Ruido en base a:

$$\begin{cases} T_c = RTS + DIFS \\ T_s = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta \end{cases}$$

Donde:

- a)  $\delta$  : Demora de propagación por la red de cada paquete que se transmite.  $\delta = 1\mu s$
- b)  $DIFS$  : Espacio inter-trama DCF.  $DIFS = 128bits = 128\mu s$
- c)  $SIFS$  : Espacio inter-trama Short.  $SIFS = 28bits = 28\mu s$
- d)  $ACK$  : Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo.  
 $ACK = 112bits = 112\mu s$
- e)  $H$  : Cabeceras de la Subcapa MAC y capa física.  $H = H_{phy} + H_{mac}$ , a los fines prácticos, se asume un valor de  
 $H = H_{phy} + H_{mac} = 128bits + 208bits = 336bits = 336\mu s$
- f)  $RTS$  : Trama de control de Request to Send.  $RTS = 160bits = 160\mu s$
- g)  $CTS$  : Trama de control de Clear to Send.  $CTS = 112bits = 112\mu s$
- h) La tasa de procesamiento de información de  $1Mb / seg$ .

De modo que finalmente,

$$\begin{cases} T_c = 289\mu s \\ T_s = 9120\mu s \end{cases}$$

Es decir los mismos valores del primer y segundo modelo. Entonces ahora como ya obtuvieron los valores de " $T_s$ ," " $T_c$ " y de " $\tau$ " se puede encontrar el Throughput:

$$S = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma[1-(1-(1-\tau)^n)] + T_s[n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_c[1-(1-\tau)^n] \left[1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}\right]}$$

$$S = 8.7880e+5$$

Pero si se normaliza al valor de  $1Mb / seg$ , nos permite obtener:

$$S_n = 0.87880$$

# Capítulo 4

## 4 .Simulador

### 4.1 Omnet ++ Definición

Omnet++ (Objective Modular Network Test-bed in C++) es un simulador de eventos discretos que se puede emular tanto en el entorno de Windows como el entorno de Unix. Se encuentra conformado por una interfaz de programación grafica basada en el lenguaje NED (Network Description) compuesto de módulos jerárquicos, que se comunican entre sí mediante el paso de mensajes.

Este simulador permite la implementación de distintos protocolos de Telecomunicaciones, tales como el IEEE 802.11 o WLAN. Con solo enlazar los módulos correspondientes a la red requerida y la posterior compilación del código en C++.

#### 4.1.1 Arquitectura funcional Omnet++

- a) NED (Network Description): Lenguaje de Programación que permite definir la estructura modular o topología de la red mediante el enlace de bloques. El código de un archivo .ned sigue una lógica de módulos y sub-módulos conformada por elementos que tienen sus propias variables y argumentos. El Simulador Omnet ++ define una serie de bloques simples (unidad mínima del sistema) por defecto a partir de los cuales pueden construirse cada segmento de red deseada.
- b) Fichero INI: Archivo ejecutable responsable de enlazar los módulos o segmentos de red que fueron creados con NED, donde se definen las variables de configuración global del sistema y en donde se especifican además los detalles de la simulación. Cada detalles definido en al archivo .ini es depurado y compilado luego en C++.
- c) Ficheros SCA y VEC: Archivos responsables de coleccionar estadísticas generados por la simulación tales como cantidad de bytes recibidos u enviados, eventos de esperas, perdida de paquetes, etc. La información que queda registrada tanto de forma escalar (SCA) como de forma vectorial (VEC) es tomado luego y expuesta a los fines de ser analizada e interpretada por un archivo de extensión ANF desde donde se pueden ver los resultados obtenidos.

#### 4.1.2 Integración de Omnet ++ en el entorno de Linux

El entorno de operación Unix en el que se instaló el Simulador fue el sistema operativo Ubuntu en su versión libre 12.04:



El simulador por su parte se obtuvo directamente desde la página de la comunidad de Omnet++ en su versión Open Source compatible con Ubuntu:

<https://omnetpp.org/omnetpp>

Se elige por lo tanto la versión de Linux “**omnetpp-4.5-src.tgz**” en su formato comprimido, luego de la descarga es necesario llevar adelante la descompresión del archivo, utilizando para ello comandos de consola de unix, tal cual se detalla a continuación:

- 1) Se llama al terminal de Unix o consola que se encuentra disponible en Ubuntu, de manera de poder comenzar con la descarga. Una vez que se dispone de la consola

de comandos, se podrá observar que el directorio \$home es el directorio por defecto al cual se accede una vez que se inicia el sistema operativo. En este caso en particular se trata del directorio “/home/adrian”

```
adrian@ubuntu: ~  
adrian@ubuntu:~$ pwd  
/home/adrian  
adrian@ubuntu:~$
```

- 2) Desde este directorio se crea luego una nueva carpeta “omnetpp” a la cual se puede acceder con solo subir un nivel en el árbol de directorio \$home, o sea ejecutar “\$home cd /omnet”:

```
adrian@ubuntu: ~/omnet  
adrian@ubuntu:~/omnet$  
adrian@ubuntu:~/omnet$ pwd  
/home/adrian/omnet  
adrian@ubuntu:~/omnet$  
adrian@ubuntu:~/omnet$
```

- 3) Por otro lado si se busca en el directorio donde por defecto quedan todas las descargas realizadas, es decir el directorio “/Descargas”:

```
adrian@ubuntu: ~/Descargas  
adrian@ubuntu:~$ cd Descargas/  
adrian@ubuntu:~/Descargas$ pwd  
/home/adrian/Descargas  
adrian@ubuntu:~/Descargas$
```

- 4) Desde dicho directorio se mueve luego el archivo comprimido al directorio creado en el paso 2, o sea al directorio “/omnet”. Es decir:

```
adrian@ubuntu: ~/Descargas
adrian@ubuntu:~/Descargas$ pwd
/home/adrian/Descargas
adrian@ubuntu:~/Descargas$ cp omnet-4.5-src.tgz /home/adrian/omnet/
```

- 5) Se realiza la descompresión del archivo en este nuevo directorio, utilizando para ello el siguiente comando:

```
adrian@ubuntu: ~/omnet
adrian@ubuntu:~/omnet$ pwd
/home/adrian/omnet
adrian@ubuntu:~/omnet$ tar xvfz omnetpp-4.5-src.tgz
```

- 6) Una vez concluida la descompresión del archivo se podrán observar todas la librerías y dependencias que el simulador trae consigo y que hacen posible la ejecución del programa, tal cual puede observarse a continuación:

```
adrian@ubuntu: ~/omnet/omnetpp-4.5
adrian@ubuntu:~/omnet/omnetpp-4.5$ pwd
/home/adrian/omnet/omnetpp-4.5
adrian@ubuntu:~/omnet/omnetpp-4.5$ ls -lrt
total 792
-rw-r--r--  1 adrian adrian 151200 jul 14 2014 WHATSNEW
-rw-r--r--  1 adrian adrian   12 jul 14 2014 Version
-rw-r--r--  1 adrian adrian  3853 jul 14 2014 README
-rw-r--r--  1 adrian adrian 16443 jul 14 2014 MIGRATION
-rw-r--r--  1 adrian adrian  4231 jul 14 2014 Makefile.inc.in
-rw-r--r--  1 adrian adrian 11320 jul 14 2014 Makefile
-rw-r--r--  1 adrian adrian   868 jul 14 2014 INSTALL
-rw-r--r--  1 adrian adrian  6979 jul 14 2014 configure.user
-rw-r--r--  1 adrian adrian 48582 jul 14 2014 configure.in
-rwxr-xr-x  1 adrian adrian 227753 jul 14 2014 configure
drwxr-xr-x 12 adrian adrian  4096 jul 14 2014 images
-rwxr-xr-x  1 adrian adrian   521 jul 14 2014 setenv
drwxr-xr-x  3 adrian adrian  4096 jul 14 2014 misc
drwxr-xr-x  2 adrian adrian  4096 jul 14 2014 migrate
drwxr-xr-x  3 adrian adrian  4096 jul 14 2014 include
drwxr-xr-x 24 adrian adrian  4096 jul 14 2014 test
drwxr-xr-x 13 adrian adrian  4096 jul 14 2014 src
drwxr-xr-x 13 adrian adrian  4096 jul 14 2014 doc
drwxr-xr-x 11 adrian adrian  4096 jul 14 2014 contrib
drwxrwxr-x  4 adrian adrian  4096 nov  1 2014 out
drwxr-xr-x 23 adrian adrian  4096 nov  1 2014 samples
-rwxrwxr-x  1 adrian adrian 27910 nov  8 2014 config.status
-rw-rw-r--  1 adrian adrian  4989 nov  8 2014 Makefile.inc
-rw-rw-r--  1 adrian adrian 222775 nov  8 2014 config.log
drwxr-xr-x  2 adrian adrian  4096 nov  8 2014 bin
drwxr-xr-x  3 adrian adrian  4096 nov  8 2014 lib
drwxr-xr-x  8 adrian adrian  4096 may 26 09:43 ide
adrian@ubuntu:~/omnet/omnetpp-4.5$
adrian@ubuntu:~/omnet/omnetpp-4.5$
adrian@ubuntu:~/omnet/omnetpp-4.5$
```

7) En este punto lo que se resta es ejecutar es llevar adelante la compilación del instalador y su posterior creación. Para lo cual se ejecutan los siguientes comandos:

- **./setenv:**

Mediante esta acción se indica cual es path o directorio desde donde debe ejecutarse la simulación del programa cada vez que es llamado desde el ejecutable. Previo a esto es necesario editar el archivo "bashrc" con el comando de edición de archivos de texto **gedit ~/.bashrc** y agregar estas líneas:

```
export PATH=$PATH:/home/adrian/omnet/omnetpp-4.5/bin
```



```
export TCL_LIBRARY=/usr/share/tcltk/tcl8.5
```

Una vez realizado este cambio en el archivo de configuración “bashrc” se corre el comando “setenv” para dar por finalizado la configuración de las variables de entorno.

- **./configure:**

Mediante esta acción se compila el archivo para depurar cualquier error de configuración y una vez que finaliza correctamente por último se crea el simulador con el comando **\$ make**.

- **make install-desktop-icon**

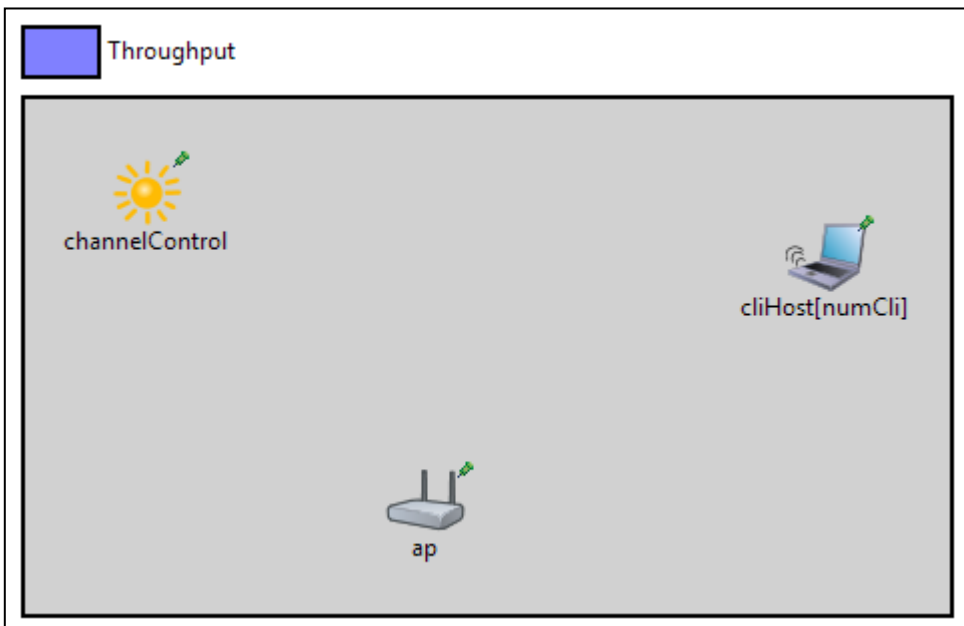
Por último se descarga el icono de escritorio con

- **omntepp**

Finalmente escribiendo este comando se corre el simulador.

## 4.2 Implementación de la red throughput

Para dar curso a una red en configuración punto de acceso en el ambiente del simulador Omnet se necesita básicamente de dos módulos, el módulo del terminal y el módulo Access Point. La red “Throughput” resultante queda configurada como:



En dicha red, cada módulo terminal o computadora que sea parte de la misma intentará hacer uso del medio inalámbrico compartido y por lo tanto competirá con el resto de los

terminales por ganar el derecho a transmitir, canalizando luego el envío de su trama a través de un modulo coordinador de la red o Access Point. El código que sustenta la red “Throughput” antes mencionada es el siguiente:

#### **network Throughput**

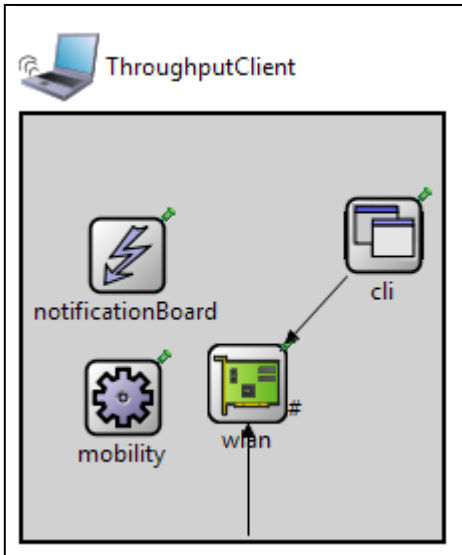
```
{  
    parameters:  
        int numCli;  
    submodules:  
        cliHost[numCli]: ThroughputClient {  
            }  
        ap: WirelessAPWithSink {  
            }  
    }  
}
```

Básicamente la red admite como variable de entrada la cantidad de terminales que pueden formar parte del sistema (numCli) e integra en su cuerpo los módulos cliente y terminal.

Estos son los bloques que dan forma a la red Throughput:

##### **4.2.1 Arquitectura modular del terminal**

El bloque cliHost[numcli] representa el funcionamiento de un terminal portátil que transmite su información en el medio inalámbrico en un esquema de acceso distribuido. La variable “numCli” maneja la cantidad de terminales que tendrá la red, de manera que si numCli>1, entonces las características de dicho bloque se verá replicada en los “n” terminales que sean parte de la red. Estos son los elementos constitutivos del bloque cliente:



a) notificationBoard: Modulo a través del cual cada bloque del sistema percibe los cambios de estados en la red, entiéndase por cambio de estado a cada nuevo evento que se esté cursando tal como un nuevo paquete enviado, etc.

b) mobility: Facilita en caso que de ser necesario el desplazamiento de los terminales en el entorno circular del área definida por los puntos  $(x_0, y_0, z_0)$  a  $(x_1, y_1, z_1)$ .

c) cli: Responsable de generar tramas de bytes y enviarlas a una dirección MAC destino. Permite además configurar el tiempo entre tramas y su longitud.

d) wlan: Representa la interfaz de red que maneja la configuración de los parámetros de de Sub-capas de control de acceso (MAC) tales como tamaño de la ventana de contienda, máximo de estados de retransmisión, entre otros.

El código que facilita dicha integración es:

```

module ThroughputClient
{
    parameters:
        @display("i=device/wifilaptop");
    gates:
        input radioIn @directIn;
    submodules:

```

```

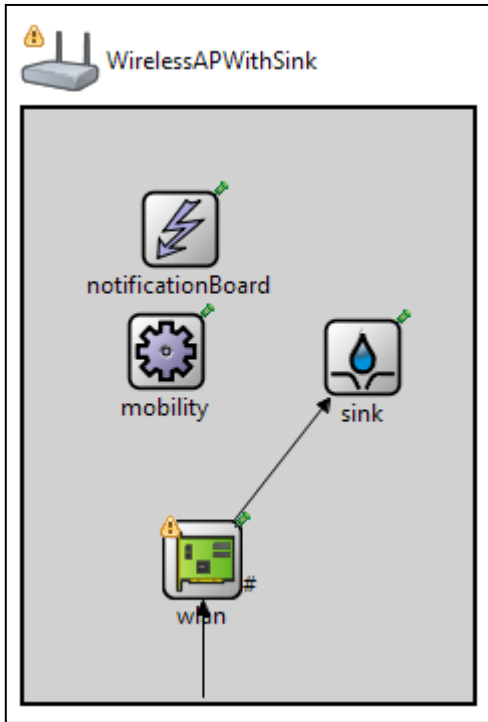
notificationBoard{
    }
cli{
    }
wlan{
    }
mobility{
    }
connections allowunconnected:
    wlan.radioIn <-- radioIn;
}

```

Se elige el modulo Cliente como dispositivo Wifi para que admita una entrada de radio conectada directamente a la SubCapa MAC desde donde se transmitirán luego los paquetes de bytes.

#### **4.2.2 Arquitectura modular del Access Point**

El bloque AP es el punto de salida al exterior de cada terminal, se ocupa de la retransmisión de los paquetes de información que cada estación intenta enviar a destino así como también el aviso de la correcta recepción del mismo. Estos son los elementos constitutivos:



Al igual que el módulo terminal, el Access point se encuentra conformado también por los bloques “notificationBoard” ,”mobility” y “wlan”, aunque incorpora un nuevo bloque:

- a) Sink: El bloque sink recibe los paquetes provenientes desde los terminales y computa por lo tanto información referente a los mismos, tales como cantidad, longitud, frecuencia, entre otros tanto de forma escalar como de forma vectorial.

El código que facilita dicha integración es:

```

module WirelessAPWithSink
{
    parameters:
    @display("i=device/accesspoint");
    gates:
        input radioIn @directIn;
    submodules:
        sink: Sink {
        }
    }
}

```

```

wlan: Ieee80211Nic {
}

notificationBoard: NotificationBoard {
}

mobility: StationaryMobility {
}

connections allowunconnected:

    radioIn --> wlan.radioIn;

    wlan.upperLayerOut --> sink.in++;
}

```

Se elige el módulo AP para que actué como dispositivo Wifi, donde admite una entrada de radio que a su vez es dirigida al modulo Sink para registrar las características de la información recibida.

#### 4.2.3 Configuración del archivo “ini”

A los fines de materializar la implementación de la red “Throughput” se configura el archivo .ini de modo que sea posible contemplar los detalles de operación del acceso distribuido de Sub-capas MAC. Estos son los segmentos destacados del código del archivo .ini:

a) Detalles de operación del Access point:

```

# access point
**.ap.wlan.mac.address = "10:00:00:00:00:00"
**.cliHost[*].wlan.mac.address = "auto"
**.mgmt.accessPointAddress = "10:00:00:00:00:00"
**.mgmt.frameCapacity = 10

```

La gestión de las tramas en la red corren por cuenta del AP, de modo que es el único bloque para el cual se configura una dirección MAC destino, de forma tal que cada terminal de red envíe su trama hacia dicha dirección como dirección final. Por otra parte el Access Point se ocupa de hacer llegar la información con la confirmación de la correcta recepción de la trama, utilizando para ello un paquete de ACK que es dirigido a la red en su totalidad, es por ello que el módulo host se configura con una dirección “auto”.

Por último, es posible configurar el número máximo de tramas en cola que tenga el AP que aguardan ser procesadas por dicho nodo para ser enviadas al exterior luego, a través de la variable “framecapacity”.

b) Detalles de operación de la Subcapa MAC y del terminal:

Desde el modulo MAC es posible configurar los parámetros de operación del protocolo de Backoff de la red utilizando para ello las variables de máximo tamaño de ventana de contienda (CwMaxData), mínimo valor de ventana de contienda (CwMinData) y el máximo de estados de retransmisión (retryLimit) permitidos, por ejemplo la siguiente figura expresa la configuración de la sub capa MAC para cuando la capa física opera bajo la modulación FHSS, lo cual implica que:

```
# nic settings
**.wlan*.bitrate = 1Mbps

**.mac.maxQueueSize = 3
**.mac.rtsThresholdBytes = 1023B
**.mac.retryLimit = 6
**.mac.cwMinData = 16
**.mac.cwMaxData = 1024
**.mac.slotTime = 50us
```

Desde el archivo .ini se manejan además la tasa de envío de la información:

```
# cli
**.cli.reqLength = 1023 B
**.cli.respLength = 0 B
**.cli.destAddress = "10:00:00:00:00:00"
**.cli.sendInterval = 8.184ms # 1 Mbps
```

En base al cociente entre:

$$tasa = \frac{reqLength}{sendInterval}$$

De forma tal que por ejemplo para el caso de la configuración de la figura se logra una tasa de procesamiento de la información de 1Mbps.

c) Cantidad de terminales que conforman la red

Desde el archivo “.ini” se puede pasar un parametro como variable al código de la red o “throughput” para indicar la cantidad de computadoras o terminales inalámbricos que

serán parte de la misma, para ello desde el archivo de configuración basta con definir los siguientes datos:

```
[Config Throughput1]
description = "1 host to AP"
Throughput.numCli = 1

[Config Throughput2]
description = "3 hosts to AP"
Throughput.numCli = 3

[Config Throughput3]
description = "10 hosts to AP"
Throughput.numCli = 10

[Config Throughput4]
description = "7 hosts to AP"
Throughput.numCli = 7
```

Es decir, un nombre distinto para cada configuración de red posible, por ejemplo “Config Throughput 3” junto al número de terminales que dan forma a dicha red a partir del valor elegido para “Throughput.numCli”.

### 4.3 Simulación de la red punto de acceso.

Con el fin de mostrar la importancia del simulador en el proceso de validación de los modelos matemáticos obtenidos en el capítulo 3, se va a desandar la utilidad del mismo a través de un ejemplo práctico de simulación.

Se llevo adelante el cómputo del rendimiento de una red inalámbrica WLAN en configuración punto de acceso bajo estas condiciones:

Número de Terminales	10
Tiempo de Simulación	0.131640212666
Tasa de Procesamiento del canal	1 Mbps
Carga útil del paquete	1023 bytes
Cantidad de tramas procesadas en el AP	9
Rendimiento	585049,51300328
Rendimiento normalizado	0,58505

Para poder llevar adelante la simulación se necesito de la ejecución de los siguientes pasos:



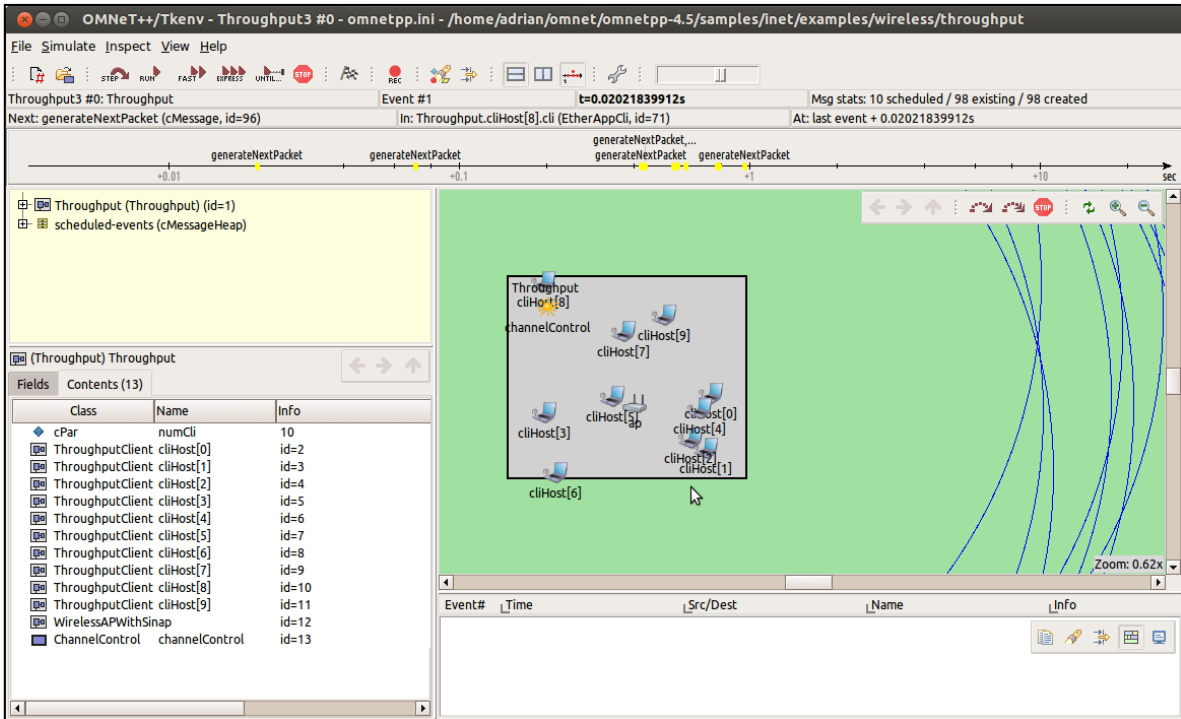
a) En el archivo .ini se configuran estas variables de la siguiente forma:

```
#cli
**reqLenght = 1023bytes = 8184 bits
**sendInterval = 8184 ms
**tasa = 1Mbps
**CwMinData = 16
**CwMaxData = 1024
**retryLimit = 6
```

b) Siendo que se desde el archivo “.ini” es posible configurar cantidad de terminales que forman parte de la red. Se elige por lo tanto aquel escenario para el cual se tengan luego 10 terminales, o sea Throughput 3:

```
[Config Throughput3]
description = "10 hosts to AP"
Throughput.numCli = 10
```

Una vez seleccionado la opción de Throughput 3, la interfaz gráfica muestra que habrá 10 terminales aguardando interactuar entre sí conforme las reglas del acceso distribuido en busca de ganar el derecho por transmitir, tal cual se observa a continuación:



- c) Se corre la simulación. Conforme se ejecuta la misma los detalles de operación de los eventos, el tiempo en que se desencadenan cada uno de ellos y el origen/destino de las tramas son desplegados en el recuadro inferior derecho. Tal cual se puede ver en la siguiente imagen:

Event#	Time	Src/Dest	Name	Info
#1459	0.121210607245	ap --> cliHost[9]	wlan-ack	
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[0]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[1]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[2]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[3]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[4]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[5]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[6]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[7]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> cliHost[9]	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1505	0.121675412926	cliHost[8] --> ap	wlan-rts	WLAN rts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[0]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[1]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[2]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[3]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[4]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[5]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[6]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[7]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[8]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1547	0.12203821861	ap --> cliHost[9]	wlan-cts	WLAN cts 0A-AA-00
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[0]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[1]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[2]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[3]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[4]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[5]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[6]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[7]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> cliHost[9]	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1580	0.122353024294	cliHost[8] --> ap	req-71-5	EtherAppReq:1023 b
#1619	0.131075829978	ap --> cliHost[0]	wlan-ack	WLAN ack 0A-AA-00
#1619	0.131075829978	ap --> cliHost[1]	wlan-ack	WLAN ack 0A-AA-00
#1619	0.131075829978	ap --> cliHost[2]	wlan-ack	WLAN ack 0A-AA-00

d) A los fines prácticos se exportan en un archivo de texto plano las salidas que son expresadas en el recuadro inferior derecho de la simulación, este es un fragmento del archivo de texto resultante:

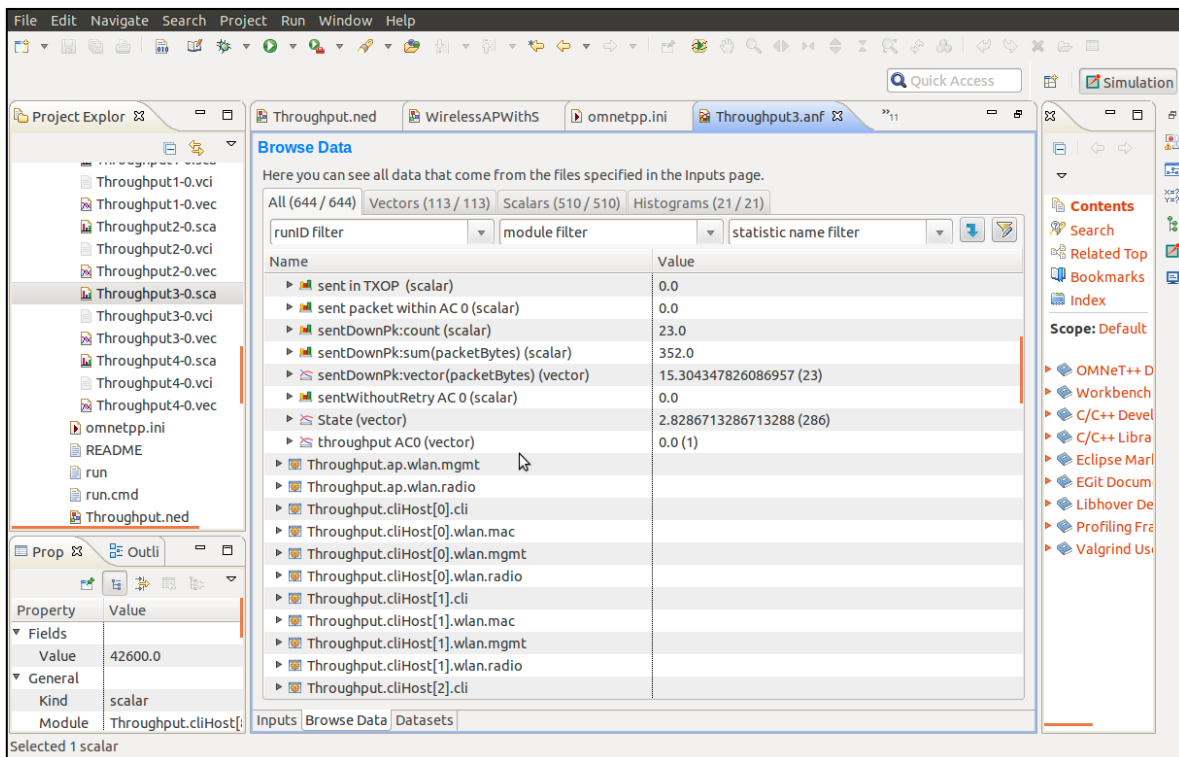
```
#316 0.041662815992 ap --> cliHost[6] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms
```

```
#316 0.041662815992 ap --> cliHost[7] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms
```

En el texto puede verse por ejemplo el envío de una trama de RTS (Request to Send) por parte del Access Point hacia dos terminales de la red (cliHost[6] y cliHost[7]).

#### 4.3.1 Resultados obtenidos

Los resultados obtenidos luego de finalizada una simulación son expresados de la siguiente forma:



Con el propósito de comprender la importancia de los resultados desplegados en la pantalla del simulador, se mencionan primero todas las variables que registran los datos más significativos, aquellas a partir de las cuales se calcula luego el rendimiento del canal inalámbrico, estas son:

En el segmento `throughput.ap.sink` se destacan los siguientes datos:

- `rcvdPk(scalar)`: Cantidad de tramas o paquetes exitosos de información recibidos por el AP.
- `rcvdPk(packetBytes)`: Paquetes de información recibidos en el AP ponderados por su longitud de carga útil en bytes.
- `Throughput(scalar)`: Rendimiento del canal inalámbrico calculado por la simulación del sistema, definido como carga útil por unidad de tiempo de simulación.

En el segmento `ap.wlan.mac - SentDownPk` se destacan los siguientes datos:

- `Count(scalar)`: Cantidad de paquetes enviados desde el AP hacia la red, incluye las cantidades de RTS,ACK y CTS.
- `packetBytes(esalar)`: Cantidad de paquetes enviados desde el AP expresado en términos de bytes para lo cual se ponderan las cantidades CTS/ACK por la

longitud de carga útil de dichas tramas o sea 14 bytes, mientras que por su parte la trama RTS se multiplica por 20 bytes.

En el segmento `ap.wlan.mac - rcvdPkfromLL` se destacan los siguientes datos:

- `count(escalar)`: Paquetes recibidos en el AP proveniente desde los terminales, contempla tanto los paquetes o tramas de carga útil como los paquetes de RTS.
- `packetBytes(scalar)`: Paquetes recibidos ponderados por su equivalente en bytes.

En el segmento `Clihost.wlan.mac - SentDownPk` se destacan los siguientes datos:

- `count(escalar)`: Paquetes enviados desde un terminal hacia el AP. Contempla tanto los paquetes de carga útil como las tramas de RTS.
- `packetBytes(scalar)`: Paquetes enviados desde un terminal hacia el AP ponderado por su longitud de carga útil.

#### 4.3.2 Cálculo del rendimiento del sistema a partir de los datos de la simulación

Desde el segmento “Throughput.Ap.sink” del Access Point es posible visualizar la variable “throughput (scalar)”. Esta cantidad medida desde el módulo Sink del Access Point expresa la relación bits recibidos por unidad de tiempo. Esta cantidad se encuentra sin normalizar con la tasa de procesamiento del canal inalámbrico.

De acuerdo a la simulación, se tiene que:

$$throughput (scalar) = 585049,51300328$$

Normalizando a la tasa de procesamiento del canal se tiene que:

$$throughput_n (scalar) = 0,58505$$

Sin embargo a los fines prácticos se expresara esta cantidad como el cociente entre las siguientes variables:

$$throughput (scalar) = \frac{bits_{Rx}}{t_0}$$

La cantidad “ $bits_{Rx}$ ” está vinculada a la cantidad de tramas que el AP recibe y puede ser obtenida desde “`rcvdPk(scalar)`” del segmento “Throughput.Ap.sink”, ponderada luego por su equivalente en bytes o sea por la cantidad

“rcvdPk(packetBytes)” , de modo de obtener el volumen de carga procesada en el AP en unidades de bytes.

En la simulación llevada a cabo estos valores son:

$$rcvdPk(scalar) = 9$$

$$rcvdPk(packetBytes) = 9585$$

Los cuales se corresponden de acuerdo al estándar con:

Si se tiene en cuenta que cada trama WLAN FHSS contiene una carga útil de:

$$E[P] = 1023bytes$$

Y una cabecera de información de:

$$H = H_{phy} + H_{mac} = 42bytes$$

Entonces cada trama recibida en el AP será igual a:

$$Paquete = E[P] + H = 1065bytes$$

Es decir que se cumple que  $Paquete = rcvdPk(packetBytes)$ .

Siendo que de acuerdo a la simulación se recibieron 9 tramas

$$rcvdPk(packetBytes) = 9 * 1065 = 9585$$

Finalmente, con el propósito de obtener unidades bits a esta última cantidad se la multiplica por ocho. Es decir que a partir de los datos de la simulación podemos calcular la totalidad de bits que procesa el Access Point de la siguiente forma:

$$bits_{Rx} = 8 * [rcvdPk(scalar) * Paquete]$$

$$bits_{Rx} = 8 * [rcvdPk(scalar) * rcvdPk(packetBytes)]$$

$$bits_{Rx} = 8 * 9585 = 76680$$

Finalmente el rendimiento (throughput) calculado en el simulador resulta de dividir la cantidad antes mencionada por el tiempo que dura la simulación. Es decir por una cantidad de tiempo que hemos dado en llamar “ $t_0$ ”. Siendo que ya se conoce el throughput

y la cantidad de bits, será posible despejar la base de tiempo que el simulador utiliza como:

$$\text{throughput (scalar)} = 585049,51300328$$

$$t_0 = \frac{\text{bits}_{Rx}}{585049,51300328}$$

$$t_0 = 0,1310658299780007$$

Dicha cantidad se asume  $t_0 \cong 0.13164$ .

Notar sin embargo que sucede que esta variable de tiempo “ $t_0$ ” está directamente vinculada con el último evento que el simulador registra como tal, el cual no necesariamente queda asentado en la sucesión de eventos que se van describiendo en la pantalla inferior derecha que captura la sucesión de los mismos.

Siendo que el tiempo “ $t_0$ ” no necesariamente queda asentado en la simulación junto al hecho que la duración de este tiempo no lleva exactamente la cuenta de la duración real de la simulación. Ya que si se analizan por ejemplo los eventos consecutivos del sistema desde la pantalla que captura la ejecución de los mismos, será posible ver que el primero de ellos no necesariamente ocurre en el tiempo 0 segundos, en particular para el caso de análisis de 10 terminales es posible ver que:

```
#5 0.020328399118 cliHost[8] --> cliHost[0] wlan-rts
```

El primer evento que desencadena la contienda sucede al tiempo “0.020328399118”, que es cuando un terminal de la red envía una trama de Request to Send (RTS).

De hecho, si se analizan diversas simulaciones podrá notarse que la aparición del primer evento sucede algún tiempo después que se da inicio a la ejecución de la simulación.

Lo que se propone es computar un nuevo tiempo que mejora la precisión del cálculo:

**“Por cada simulación llevada a cabo exportar en un documento de texto plano la actividad registrada en la pantalla de sucesión de eventos e identificar el primer y último evento registrado”**

Por lo tanto, a los fines de materializar esta propuesta se adopta una nueva variable “ $t_1$ ”.

$t_1$  : Se define como aquella variable que lleva la cuenta del tiempo efectivo de la simulación, y que se calcula de la siguiente forma:

$$t_1 = (\#Evento_x + t_x) - (\#Evento_1)$$

Donde, " $\#Evento_x$ " representa la última ocurrencia real del sistema junto a su duración " $t_x$ " mientras que " $\#Evento_1$ " hace lo propio con el primer evento del sistema.

Habiendo definido el tiempo efectivo de simulación es posible re calcular un nuevo valor para la cantidad de throughput de la red, de la siguiente forma:

$$throughput_1 (scalar) = \frac{bits_{Rx}}{t_1}$$

Conforme a la simulación:

$\#Evento_1$  :#5            0.020328399118

$\#Evento_x$  :#1665      0.131640212666

$t_x$  : duration=0.352ms

De manera que

$$t_1 : (0.131640212666 + 0.00352) - (0.020328399118) = 0,111663814$$

La cantidad " $bits_{Rx}$ " sigue siendo la misma de antes. Por lo cual

$$throughput_1 (scalar) = \frac{76680}{0,111663814} = 686704,10989$$

$$throughput_{n1} (scalar) = \frac{76680}{(0,111663814)1Mbps} = 0,68670410989$$

Este nueva cantidad de Throughput resulta ser más precisa, aunque su puede refinar aún más el cálculo si se tiene en cuenta que hay momentos en que el AP solo envía tramas de RTS (Request to Send) de coordinación hacia la red que afectan el uso efectivo del canal. De manera tal que con el propósito de dar lugar a esta problemático se propone:

**“A partir de los detalles de operación de los eventos, el tiempo en que se desencadenan cada uno de ellos y el origen/destino de las tramas que son desplegados**



**en el recuadro inferior derecho de la pantalla de simulación, se propone exportar esos datos y separar los momentos en que el AP envía información de coordinación por la red de modo de computar una nueva variable de tiempo “ $t_2$ ” que registre dicha actividad”**

Para lo cual se define una nueva variable de tiempo que es “ $t_2$ ”.

$t_2$ : Se define como la variable de tiempo que lleva la cuenta de las tramas RTS enviadas desde el AP calculadas a partir de los datos de Count(scalar) del segmento Clihost.wlan.mac – SentDownPk.

Entonces, siendo que Count(scalar) contempla tanto tramas RTS/CTS/ACK y siendo que es posible conocer también la cantidad de paquetes de información que el AP procesa a partir de rcvdPk(scalar) del segmento throughput.ap.sink .

Entonces, conociendo la cantidad de tramas que el Access Point transmite hacia la red, será posible discriminar aquellas que fueron emitidas como respuesta a una requisición de envío y como respuesta de confirmación de correcta recepción y de esa forma separar las tramas que no se corresponden con ninguna de estas dos categorías

Lo que se propone es despejar la cantidad de tramas RTS de la siguiente relación:

**“Por cada trama exitosa recibida, el AP procesa también un RTS y transmite por lo tanto un CTS y luego un ACK, de modo que a partir del valor de rcvdPk(scalar), habrá igual cantidad de CTS/ACK entre los paquetes transmitidos a la red por parte del AP”.**

De modo que será posible despejar los paquetes RTS como:

$$X_{RTS} = Count(scalar) - 2 * rcvdPk(scalar)$$

Entonces una vez que se conoce la cantidad de tramas RTS, se calcula la duración de cada una de ellas en base a los tiempos registrados en el archivo de texto plano que registra la actividad de todos los eventos de la red. Entonces si al tiempo “ $t_1$ ” le restamos el tiempo en que el AP ocupa el canal para el envío de información de coordinación como paquetes de RTS, será posible calcular la variable “ $t_2$ ”, de la siguiente forma:

$$t_2 = t_1 - \sum_{j=1}^{X_{RTS}} X_{RTS} * t_i$$

O sea tener en cuenta cada paquete de RTS que el AP envía a la red junto a su duración para restar luego dicha cantidad al tiempo efectivo calculado inicialmente.

En base a este tiempo se redefine el rendimiento como;

$$throughput_2 (scalar) = \frac{bits_{Rx}}{t_2}$$

Donde la variable  $bits_{Rx}$ , sigue siendo la misma del principio.

En base al ejemplo de simulación, se tiene los siguientes valores:

$$Count(scalar) = 23$$

$$rcvdPk(scalar) = 9$$

$$X_{RTS} = 5$$

Entonces en base al análisis del siguiente fragmento del documento “.txt” que contiene los fragmentos en los que el Access Point envía solo tramas RTS, se puede calcular el tiempo “ $t_2$ ”:

A partir del evento #162 el AP ocupa el canal y envía estas 5 tramas de RTS hacia la red, tal cual puede observarse a continuación:

**1° Trama:**

```
#162 0.030142816168 ap --> cliHost[0] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms
```

```
#162 0.030142816168 ap --> cliHost[1] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms
```

```
#162 0.030142816168 ap --> cliHost[2] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms
```

#162 0.030142816168 ap --> cliHost[3] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#162 0.030142816168 ap --> cliHost[4] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#162 0.030142816168 ap --> cliHost[5] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#162 0.030142816168 ap --> cliHost[6] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#162 0.030142816168 ap --> cliHost[7] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#162 0.030142816168 ap --> cliHost[8] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#162 0.030142816168 ap --> cliHost[9] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

## 2° Trama:

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[0] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[1] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[2] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[3] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[4] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[5] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[6] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[7] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[8] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#208 0.031772816149 ap --> cliHost[9] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on

2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

**3° Trama:**

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[0] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[1] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[2] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[3] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[4] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[5] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[6] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[7] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on

2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[8] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#243 0.032752816143 ap --> cliHost[9] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#### 4° Trama:

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[0] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[1] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[2] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[3] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[4] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[5] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on

2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[6] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[7] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[8] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#281 0.038782816036 ap --> cliHost[9] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#### 5° Trama:

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[0] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[1] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[2] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[3] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on

2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[4] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[5] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[6] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[7] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[8] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

#316 0.041662815992 ap --> cliHost[9] wlan-rts WLAN rts 10-00-00-00-00-00 to 10-00-00-00-00-00 RADIO from (200, 200, 0) on 2400MHz, ch=0, duration=0.352ms

Son en total 5 tramas de Request to send (RTS), donde todas son consecutivas o sea se trata de un único segmento de ocupación del AP. Por lo que se puede calcular el tiempo de la siguiente forma:

$$t_2 : [\#316(0.041662815992 + 0,000352)] - [\#162(0.030142816168)]$$

$$t_2 : (0,041662815992 + 0,000352) - (0,030142816168) = 0,011872$$

Entonces, si al tiempo efectivo " $t_1$ " se le resta la cantidad calculada de la variable " $t_2$ ", se tiene que:

$$t_1 - t_2 = 0,111663814 - 0,011872 = 0,099791814$$



En base a este tiempo se re calcula el rendimiento como:

$$throughput_2 (scalar) = \frac{76680}{0,099791814} = 768399,700600693$$

Normalizando a la tasa de procesamiento del canal, resulta:

$$throughput_{n2} (scalar) = \frac{76680}{(0,099791814)1Mbps} = 0,768399701$$

#### 4.4 Comparar rendimiento del modelo Práctico con el modelo Analítico

##### 4.4.1 Comparar el rendimiento de una red de diez terminales

Tras haber llevado adelante un total de 5 simulaciones en el simulador Omnet++ para una red de 10 terminales con diferentes tiempos de duración cada una de ellas, estos fueron los valores de Throughput obtenidos para cada caso:

N°de Simulación	Cantidad de eventos	Tiempo de simulación	Tiempo efectivo de simulación	Tiempo de contienda	Cantidad de tramas recibidas	Rendimiento simulador	Rendimiento calculado
1	#845	0,080994792	0,061743199	0,049871199	4	0,420767793	0,68336035
2	#1006	0,091110015	0,071707999	0,059835999	5	0,467566601	0,711945998
3	#1665	0,13106583	0,111663814	0,099791814	9	0,585049513	0,768399701
4	#1987	0,150992892	0,131891298	0,120019298	11	0,620691471	0,780874422
5	#2309	0,171221645	0,151720052	0,139848052	13	0,646880831	0,792002451

## Simulación 1:

All (631 / 631)		Vectors (100 / 100)		Scalars (510 / 510)		Histograms (21 / 21)	
runID filter		module filter		statistic name f			
Name						Value	
▼ Throughput3 : #0							
▼ Throughput.ap.sink							
▶ packetPerSec (scalar)						49.385891245145	
▶ rcvdPk:count (scalar)						4.0	
▶ rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)						4260.0	
▶ rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)						1065.0 (4)	
▶ throughput (scalar)						420767.79340863	

Figura 18

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación ( $t_0$ ) a partir del rendimiento que indica el simulador ( $th_0$ ):

$$th_0 = 420767,79340863$$

$$th_0 = (1065 * 4) * 8 / t_0 = (4260 * 8) / t_0 = (34080) / (t_0)$$

$$420767,79340863 = (34080) / (t_0)$$

$$t_0 = (34080) / (420767,79340863) = 0,080994792$$

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular ( $t_1$ ):

$$\#5 \quad 0.020328399118$$

$$\#845 \quad 0.081719597896 + \text{duration} = 0.352\text{ms}$$

$$t_1 = (0,081719597896 + 0,000352) - (0.020328399118)$$

$$t_1 = (0,082071598) - (0,020328399118)$$

$$t_1 = 0,061743199$$

3) Obtengo el tiempo ( $t_2$ ) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

```
#162 0.030142816168
#316 0.041662815992 + duration=0.352ms
t2= (0,041662815992 + 0,000352) - (0,030142816168)
t2= (0,042014816) - (0,030142816168)
t2= 0,011872
```

4) Entonces, si al tiempo efectivo (t1) le resto la pérdida real (t2):

$$t1 - t2 = 0,061743199 - 0,011872 = 0,049871199$$

El rendimiento será:

$$th2 = (1065 * 4) * 8 / t2 = (4260 * 8) / t2 = (34080) / (0,049871199)$$

$$th2 = 683360,349928623$$

$$th2n = (683360,349928623) / 1Mbps = 0,68336035$$

### Simulación 2:

Name	Value
Throughput3 : #0	
Throughput.ap.sink	
packetPerSec (scalar)	54.878709029449
rcvdPk:count (scalar)	5.0
rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)	5325.0
rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)	1065.0 (5)
throughput (scalar)	467566.6009309

Figura 19

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación (t0) a partir del rendimiento que indica el simulador (th0):

$$th0 = 467566,6009309$$

$$th_0 = (1065 * 5) * 8 / t_0 = (5325 * 8) / t_0 = (42600) / (t_0)$$

$$467566,6009309 = (42600) / (t_0)$$

$$t_0 = (42600) / (467566,6009309) = 0,091110015$$

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular (t1):

```
#5 0.020328399118
#1006 0.091684397636 + duration=0.352ms
t1= (0,091684397636 + 0,000352) - (0.020328399118)
t1= (0,092036398) - (0,020328399118)
t1= 0,071707999
```

3) Obtengo el tiempo (t2) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

```
#162 0.030142816168
#316 0.041662815992 + duration=0.352ms
t2= (0,041662815992 + 0,000352) - (0,030142816168)
t2= (0,042014816) - (0,030142816168)
t2= 0,011872
```

4) Entonces, si al tiempo efectivo (t1) le resto la pérdida real (t2):

$$t_1 - t_2 = 0,071707999 - 0,011872 = 0,059835999$$

El rendimiento será:

$$th_2 = (1065 * 5) * 8 / t_2 = (5325 * 8) / t_2 = (42600) / (0,059835999)$$

$$th_2 = 711945,99759252$$

$$th_{2n} = 0,711945998$$

### Simulación 3:

All (644 / 644) Vectors (113 / 113) Scalars (510 / 510) Histograms (21 / 21)	
runID filter	module filter
statistic name filter	
Name	Value
Throughput3 : #0	
Throughput.ap.sink	
packetPerSec (scalar)	68.667783216348
rcvdPk:count (scalar)	9.0
rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)	9585.0
rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)	1065.0 (9)
throughput (scalar)	585049.51300328

Figura 20

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación ( $t_0$ ) a partir del rendimiento que indica el simulador ( $th_0$ ):

$$th_0 = 585049.51300328$$

$$th_0 = (9 * 1065) * 8 / t_0 = (9585 * 8) / t_0 = (76680) / (t_0)$$

$$th_0 = 585049.51300328 = (76680) / (t_0)$$

$$t_0 = (76680 / 585049,51300328) = 0,13106583$$

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular ( $t_1$ ):

$$(\#1665 \quad 0.131640212666 + \text{duration} = 0.352\text{ms}) - (\#5 \quad 0.020328399118)$$

$$(0,131640212666 + 0,000352) - (0,020328399118) = 0,111663814$$

3) Obtengo el tiempo ( $t_2$ ) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

$$(\#316 \quad 0.041662815992 + 0,000352) - (\#162 \quad 0.030142816168)$$

$$(0,041662815992 + 0,000352) - (0,030142816168) = 0,011872$$

4) Entonces, si al tiempo efectivo (t1) le resto la pérdida real (t2):

$$t1 - t2 = 0,111663814 - 0,011872 = 0,099791814$$

El rendimiento será:

$$th2 = (1065 * 9) * 8 / t2 = (9585 * 8) / t2 = (76680) / (0,099791814)$$

$$th2 = 768399,700600693$$

$$th2n = 0,768399701$$

#### Simulación 4:

Name	Value
Throughput3: #0	
Throughput.ap.sink	
packetPerSec (scalar)	72.851111663927
rcvdPk:count (scalar)	11.0
rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)	11715.0
rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)	1065.0 (11)
throughput (scalar)	620691.47137666

Figura 21

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación (t0) a partir del rendimiento que indica el simulador (th0):

$$th0 = 620691,47137666$$

$$th0 = (1065 * 11) * 8 / t0 = (11715 * 8) / t0 = (93720) / (t0)$$

$$620691,47137666 = (93720) / (t0)$$

$$t0 = (93720) / (620691,47137666) = 0,150992892$$

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular (t1):

$$\#5 \quad 0.020328399118$$

$$\#1987 \quad 0.151867697185 + \text{duration} = 0.352\text{ms}$$

$$t1 = (0,151867697185 + 0,000352) - (0.020328399118)$$

$t1 = (0,152219697) - (0,020328399118)$   
 $t1 = 0,131891298$

3) Obtengo el tiempo ( $t2$ ) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

$\#162 \ 0.030142816168$   
 $\#316 \ 0.041662815992 + \text{duration}=0.352\text{ms}$   
 $t2 = (0,041662815992 + 0,000352) - (0,030142816168)$   
 $t2 = (0,042014816) - (0,030142816168)$   
 $t2 = 0,011872$

4) Entonces, si al tiempo efectivo ( $t1$ ) le resto la pérdida real ( $t2$ ):

$t1 - t2 = 0,131891298 - 0,011872 = 0,120019298$

El rendimiento será:

$th2 = (1065 * 11) * 8 / t2 = (11715 * 8) / t2 = (93720) / (0,120019298)$   
 $th2 = 780874,422378308$   
 $th2n = 0,780874422$

#### Simulación 5:

All (654 / 654) Vectors (123 / 123) Scalars (510 / 510) Histograms (21 / 21)	
runID filter	module filter
statistic name filter	
Name	Value
Throughput3: #0	
Throughput.ap.sink	
packetPerSec (scalar)	75.924980160635
rcvdPk:count (scalar)	13.0
rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)	13845.0
rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)	1065.0 (13)
throughput (scalar)	646880.83096861

Figura 22

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación ( $t0$ ) a partir del rendimiento que indica el simulador ( $th0$ ):

th0= 646880,83096861

th0=(1065\*13)\*8/t0= (13845\*8)/to=(110760)/(t0)

646880,83096861=(110760)/(t0)

t0=(110760)/(646880,83096861)=0,171221645

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular (t1):

#5 0.020328399118

#2309 0.171696450685 + duration=0.352ms

t1= (0,171696450685 + 0,000352) - (0.020328399118)

t1= (0,172048451) - (0,020328399118)

t1= 0,151720052

3) Obtengo el tiempo (t2) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

#162 0.030142816168

#316 0.041662815992 + duration=0.352ms

t2= (0,041662815992 + 0,000352) - (0,030142816168)

t2= (0,042014816) - (0,030142816168)

t2= 0,011872

4) Entonces, si al tiempo efectivo (t1) le resto la pérdida real (t2):

t1 - t2 = 0,151720052 - 0,011872 = 0,139848052

El rendimiento será:

th2=(1065\*13)\*8/t2= (13845\*8)/t2=(110760)/(0,139848052)

th2=792002,451346265

th2n=0,792002451



Puede notarse que conforme el tiempo de simulación es mayor el rendimiento lo es también , de modo que si por ejemplo se efectúa una simulación con una duración de tiempo mayor que “0,171221645” , entonces se tiene que por ejemplo:

N°de Simulación	Cantidad de eventos	Tiempo de simulación	Tiempo efectivo de simulación	Tiempo de contienda	Cantidad de tramas recibidas	Rendimiento simulador	Rendimiento calculado
6	#4031	0,281678943	0,261712544	0,249840544	24	0,7259328569082	0,818442022

### Simulación 6:

Name	Value
Throughput3: #0	
Throughput.ap.sink	
packetPerSec (scalar)	85.203386961056
rcvdPk:count (scalar)	24.0
rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)	25560.0
rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)	1065.0 (24)
throughput (scalar)	725932.8569082

Figura 23

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación ( $t_0$ ) a partir del rendimiento que indica el simulador ( $th_0$ ):

$$th_0 = 725932,8569082$$

$$th_0 = (1065 * 24) * 8 / t_0 = (25560 * 8) / t_0 = (204480) / (t_0)$$

$$725932,8569082 = (204480) / (t_0)$$

$$t_0 = (204480) / (725932,8569082) = 0,281678943$$

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular ( $t_1$ ):

$$\#5 \quad 0.020328399118$$

$$\#4031 \quad 0.281688943244 + duration = 0.352ms$$

$$t_1 = (0,281688943244 + 0,000352) - (0.020328399118)$$

$$t1 = (0,282040943) - (0,020328399118)$$

$$t1 = 0,261712544$$

3) Obtengo el tiempo (t2) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

```
#162    0.030142816168
#316    0.041662815992 + duration=0.352ms
```

$$t2 = (0,041662815992 + 0,000352) - (0,030142816168)$$

$$t2 = (0,042016331192) - (0,030142816168)$$

$$t2 = 0,011872$$

4) Entonces, si al tiempo efectivo (t1) le resto la pérdida real (t2):

$$t1 - t2 = 0,261712544 - 0,011872 = 0,249840544$$

El rendimiento será:

$$th2 = (1065 * 24) * 8 / t2 = (25560 * 8) / t2 = (204480) / (0,249840544)$$

$$th2 = 818442,021964217$$

$$th2n = 0,818442022$$

Si se utiliza esta cantidad como la referencia (Simulación 6) para compara con los valores de los modelos matemáticos, se podrá ver que en una red de Telecomunicaciones inalámbrica de diez terminales, estos son los valores teóricos obtenidos en relación al valor de simulación:

Modelo Matemático	Rendimiento Analítico	Rendimiento Simulador	Diferencia
Factor Ruido	$S_n = 0.87944$	$S_{sim} = 0.818442$	0.060998
Tráfico	$S_n = 0.87507$	$S_{sim} = 0.818442$	0.056628
Primer Ajuste	$S_n = 0.87778$	$S_{sim} = 0.818442$	0.059338
Segundo Ajuste	$S_n = 0.87880$	$S_{sim} = 0.818442$	0.060358

El modelo de “Segundo ajuste” es aquel para el cual se supone de antemano condiciones de tráfico saturado, de manera tal que se está frente al escenario más crítico en cuanto a la exigencia de la red, así mismo es también el modelo que lleva consigo el mayor número de detalles del funcionamiento propio de la norma de 802.11. Por lo tanto contrastando el resultado teórico de dicho modelo con la cantidad que arroja la simulación se puede ver una diferencia de apenas 0.060358 o lo que es lo mismo una diferencia de 6,87 %

$$\text{Diferencia} = 0.060358 = 6,86822940373236\%$$

Se pretende ahora comparar los resultados obtenidos para diferentes configuración de red, conformadas por cantidades distintas de terminales, con la idea de validar aún más el análisis teórico.

#### 4.4.2 Comparar rendimiento con redes de cantidades variables de terminales

##### 4.4.2.1 Resultados del simulador

Tras haber llevado a cabo simulaciones con una red de 15 terminales y 20 terminales respectivamente y habiendo dejado transcurrir una cantidad de eventos similar al modelo de simulación de referencia (4.4.1 - Simulación 6) estos fueron los resultados obtenidos:

N° de Simulación	Cantidad de eventos	Tiempo de simulación	Tiempo efectivo de simulación	Tiempo de contienda	Cantidad de tramas recibidas	Rendimiento simulador	Rendimiento calculado
1 - 15 PCs	#6836	0,3310996 18	0,3111332 19	0,2792892 2	26	0,6690433 5783739	0,7931562 84
2 - 20 PCs	#6673	0,2428015 12	0,2242637 14	0,2118917 14	20	0,7018078 1991344	0,8041843 49

### Simulación 1 - 15 Terminales:

Name	Value
▼ 📁 Throughput4 : #0	
▼ 📁 Throughput.ap.sink	
▶ 📊 packetPerSec (scalar)	78.526215708614
▶ 📊 rcvdPk:count (scalar)	26.0
▶ 📊 rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)	27690.0
▶ 📊 rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)	1065.0 (26)
▶ 📊 throughput (scalar)	669043.35783739

Figura 24

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación ( $t_0$ ) a partir del rendimiento que indica el simulador ( $th_0$ ):

$$th_0 = 669043,35783739$$

$$th_0 = (1065 * 26) * 8 / t_0 = (27690 * 8) / t_0 = (221520) / (t_0)$$

$$669043,35783739 = (221520) / (t_0)$$

$$t_0 = (221520) / (669043,35783739) = 0,331099618$$

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular ( $t_1$ ):

```
#5 0.020328399118
```

```
#6836 0.331109617693 + duration=0.352ms
```

$$t_1 = (0,331109617693 + 0,000352) - (0.020328399118)$$

$$t_1 = (0,331461618) - (0,020328399118)$$

$$t_1 = 0,311133219$$

3) Obtengo el tiempo ( $t_2$ ) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

1° Tanda de RTS (son 5) son todos consecutivos

#232 0.030142394614

#453 0.047512394321 + duration=0.352ms

$t_{21} = (0,047512394321 + 0,000352) - (0,030142394614)$

$t_{21} = (0,047864394) - (0,030142394614)$

$t_{21} = 0,017722$

2° Tanda de RTS (son 6) son todos consecutivos

#2464 0.138967629598

#2733 0.152737629422 + duration=0.352ms

$t_{22} = (0,152737629422 + 0,000352) - (0,138967629598)$

$t_{22} = (0,153089629) - (0,138967629598)$

$t_{22} = 0,014122$

Entonces, si sumo estas dos cantidades, resulta:

$t_2 = t_{21} + t_{22} = 0,017721999 + 0,014121999 = 0,031843999$

4) Entonces, si al tiempo efectivo (t1) le resto la pérdida real (t2):

$t_1 - t_2 = 0,311133219 - 0,031843999 = 0,27928922$

El rendimiento será:

$th_2 = (1065 * 26) * 8 / t_2 = (27690 * 8) / t_2 = (221520) / (0,27928922)$

$th_2 = 793156,284370732$

$th_{2n} = 0,793156284$

## Simulación 2 - 20 Terminales:

Name	Value
▼ 📁 Throughput2 : #0	
▼ 📁 Throughput.ap.sink	
▶ 📊 packetPerSec (scalar)	82.371809848995
▶ 📊 rcvdPk:count (scalar)	20.0
▶ 📊 rcvdPk:sum(packetBytes) (scalar)	21300.0
▶ 📊 rcvdPk:vector(packetBytes) (vector)	1065.0 (20)
▶ 📊 throughput (scalar)	701807.81991344

Figura 25

1) Como primer paso se calcula el Tiempo de simulación ( $t_0$ ) a partir del rendimiento que indica el simulador ( $th_0$ ):

$$th_0 = 701807,81991344$$

$$th_0 = (1065 * 20) * 8 / t_0 = (21300 * 8) / t_0 = (170400) / (t_0)$$

$$701807,81991344 = (170400) / (t_0)$$

$$t_0 = (170400) / (701807,81991344) = 0,242801512$$

2) Tiempo efectivo: Separar el primer evento y el último para calcular ( $t_1$ ):

```
#5 0.018899798019
```

```
#6673 0.242811512273 + duration=0.352ms
```

$$t_1 = (0,242811512273 + 0,000352) - (0.018899798019)$$

$$t_1 = (0,243163512) - (0,018899798019)$$

$$t_1 = 0,224263714$$

3) Obtengo el tiempo ( $t_2$ ) de las tramas de RTS de coordinación que el AP envía hacia la red para restar luego dicha cantidad del tiempo efectivo de simulación. Como son consecutivas las tramas de RTS para este escenario, resulta:

```
#308 0.028713484026
```

```
#595 0.04073348384 + duration=0.352ms
```

$$t_{21} = (0,04073348384 + 0,000352) - (0,028713484026)$$

$$t_{21} = (0,041085484) - (0,028713484026)$$

$$t_{21} = 0,012372$$

4) Entonces, si al tiempo efectivo (t1) le resto la pérdida real (t2):

$$t_1 - t_2 = 0,224263714 - 0,012372 = 0,211891714$$

El rendimiento será:

$$th_2 = (1065 * 20) * 8 / t_2 = (21300 * 8) / t_2 = (170400) / (0,211891714)$$

$$th_2 = 804184,348614972$$

$$th_{2n} = 0,804184349$$

#### 4.4.2.2 Resultados Teóricos

a) Red de 15 Terminales:

El punto de inicio es determinar la solución del sistema de ecuaciones no lineal de modo de obtener el valor de la variable  $\tau$ . Es decir se busca la solución de:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{2(1-p_b)(1-2p)}{\left[ 2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + \left[ (p_b + p(1-p_b)) \left( Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p) \right) \right] \right]} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \\ p_b = 1 - (1-\tau)^n \end{array} \right.$$

Se va obtener primero un valor para la probabilidad de transmisión en el sistema.

Se fijaran las variables con los valores de  $(n, W, m) = (15, 64, 4)$ . Por lo que se debe buscar al valor de convergencia de la función  $\tau = f(\tau, 15, 64, 4)$ .

Tras llevar adelante el método iterativo se puede ver que el valor de  $\tau = 0.0192$ . Una vez obtenido el valor de la probabilidad de transmisión, se va a calcular el rendimiento normalizado. Aunque antes se debe calcular:

Los valores de las variables  $T_S$  y de  $T_C$ , se calculan al igual que para el modelo de Ruido en base a:

$$\begin{cases} T_C = RTS + DIFS \\ T_S = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta \end{cases}$$

Donde:

- $\delta$  : Demora de propagación por la red de cada paquete que se transmite.  $\delta = 1\mu s$
- $DIFS$  : Espacio inter-trama DCF.  $DIFS = 128bits = 128\mu s$
- $SIFS$  : Espacio inter-trama Short.  $SIFS = 28bits = 28\mu s$
- $ACK$  : Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo.  
 $ACK = 112bits = 112\mu s$
- $H$  : Cabeceras de la Subcapa MAC y capa física.  $H = H_{phy} + H_{mac}$ , a los fines prácticos, se asume un valor de  
 $H = H_{phy} + H_{mac} = 128bits + 208bits = 336bits = 336\mu s$
- $RTS$  : Trama de control de Request to Send.  $RTS = 160bits = 160\mu s$
- $CTS$  : Trama de control de Clear to Send.  $CTS = 112bits = 112\mu s$
- La tasa de procesamiento de información de  $1Mb / seg$ .

De modo que finalmente,

$$\begin{cases} T_C = 289\mu s \\ T_S = 9120\mu s \end{cases}$$

Es decir los mismos valores del primer y segundo modelo. Entonces ahora como ya obtuvieron los valores de " $T_S$ ", " $T_C$ " y de " $\tau$ " se puede encontrar el Throughput:

$$S = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma[1-(1-(1-\tau)^n)] + T_S[n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_C[1-(1-\tau)^n] \left[ 1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n} \right]}$$

$$S = 8.7685e+5$$



Pero si se normaliza al valor de  $1Mb / seg$ , nos permite obtener:

$$S_n = 0.87685$$

b) Red de 20 terminales

El punto de inicio es determinar la solución del sistema de ecuaciones no lineal de modo de obtener el valor de la variable  $\tau$ . Es decir se busca la solución de:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{2(1-p_b)(1-2p)}{\left[ 2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + \left[ (p_b + p(1-p_b)) \left( Wp(1-(2p)^m) + (W+1)(1-2p) \right) \right] \right]} \\ p = 1 - (1-\tau)^{n-1} \\ p_b = 1 - (1-\tau)^n \end{array} \right.$$

Se va obtener primero un valor para la probabilidad de transmisión en el sistema.

Se fijaran las variables con los valores de  $(n, W, m) = (20, 64, 4)$ . Por lo que se debe buscar al valor de convergencia de la función  $\tau = f(\tau, 20, 64, 4)$ .

Tras llevar adelante el método iterativo se puede ver que el valor de

$$\tau = \frac{(0.0169 + 0.0171)}{2} = 0.0170.$$

Una vez obtenido el valor de la probabilidad de transmisión, se va a calcular el rendimiento normalizado. Aunque antes se debe calcular:

Los valores de las variables  $T_s$  y de  $T_c$ , se calculan al igual que para el modelo de Ruido en base a:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_c = RTS + DIFS \\ T_s = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta \end{array} \right.$$

Donde:

- a)  $\delta$ : Demora de propagación por la red de cada paquete que se transmite.  $\delta = 1\mu s$
- b)  $DIFS$ : Espacio inter-trama DCF.  $DIFS = 128bits = 128\mu s$

- c) *SIFS* : Espacio inter-trama Short.  $SIFS = 28bits = 28\mu s$
- d) *ACK* : Es el reconocimiento/confirmación inmediato positivo.  
 $ACK = 112bits = 112\mu s$
- e) *H* : Cabeceras de la Subcapa MAC y capa física.  $H = H_{phy} + H_{mac}$ , a los fines prácticos , se asume un valor de  
 $H = H_{phy} + H_{mac} = 128bits + 208bits = 336bits = 336\mu s$
- f) *RTS* : Trama de control de Request to Send.  $RTS = 160bits = 160\mu s$
- g) *CTS* : Trama de control de Clear to Send.  $CTS = 112bits = 112\mu s$
- h) La tasa de procesamiento de información de  $1Mb / seg$  .

De modo que finalmente,

$$\begin{cases} T_C = 289\mu s \\ T_S = 9120\mu s \end{cases}$$

Es decir los mismos valores del primer y segundo modelo. Entonces ahora como ya obtuvieron los valores de " $T_S$ "," $T_C$ " y de " $\tau$ " se puede encontrar el Throughput:

$$S = \frac{[n\tau(1-\tau)^{n-1}]E[P]}{\sigma[1-(1-(1-\tau)^n)] + T_S[n\tau(1-\tau)^{n-1}] + T_C[1-(1-\tau)^n] \left[1 - \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}\right]}$$

$$S = 8.7836e+5$$

Pero si se normaliza al valor de  $1Mb / seg$  , nos permite obtener:

$$S_n = 0.87836$$

Modelo Matemático	Rendimiento Analítico	Rendimiento Simulador	Diferencia
Segundo Ajuste-15 PCs	$S_n = 0.87685$	$S_{sim} = 0.793156284$	0,083693716
Segundo Ajuste-20 PCs	$S_n = 0.87836$	$S_{sim} = 0.804184349$	0,074175651

Puede verse que conforme la red se encuentre conformada por un mayor número la ocupación exitosa del canal es menor debido a que existen más recursos intentando hacer uso de un medio compartido por todos.

## Capítulo 5

### 5. Acceso Coordinado Distribuido Mejorado (EDCA)

#### 5.1 Introducción

Para el soporte de calidad de servicio el estándar propone diferenciar el grado de prioridad de cada trama y configurar las variables del proceso de contienda de acuerdo a ello.

Se encuentra definidos ocho niveles de prioridad que son los siguientes:

Grado de Prioridad (UP)	Categoría de Acceso (AC)	Designación
0	AC_BK	Background
1	AC_BK	Background
2	AC_BE	Best Effort
3	AC_BE	Best Effort
4	AC_VI	Video
5	AC_VI	Video
6	AC_VO	Voice
7	AC_VO	Voice

Al grado de prioridad lo establecen las capas superiores, el mismo viene especificado en la cabecera de Sub-Capa Mac. El proceso, en base al grado de importancia de cada paquete mapea luego con algunos de estos ocho niveles. Siendo el nivel 0 el de menor grado de prioridad y el 8 el más crítico.

Estos grados de prioridad condicionan principalmente al tiempo de postergación de una trama cuando el medio se encuentra ocupado. De modo que condicionan las variables de estados de retransmisión, el valor de la ventana de contienda para cada estado y a los tiempos de espacio entre tramas para el método DCF (DIFS). En el sentido en que conforme la información que necesita ser transmitida por la red es más sensible a posibles retardos, menor debería ser el tiempo en que dicha trama aguarde para ser enviada. Por lo cual:

- 1) Si una estación tiene una petición para ser cursada y por lo tanto se incorpora a la red por primera vez deberá censar el estado del canal. Si el canal se encuentra libre y si dicha condición se mantiene durante una cantidad de tiempo de  $t \geq AIFS[AC]$  entonces podrá transmitir sin necesidad de llamar al algoritmo de Backoff. Notar sin embargo que la cantidad de tiempo de espera inicial es variable de acuerdo con el grado de prioridad de cada petición de modo que se cumple que  $AIFS[0] \leq t \leq AIFS[1]$ , es decir que la espera inicial es menor conforme la prioridad es más alta.
- 2) Si una estación necesita hacer un llamado al algoritmo de Backoff para postergar el envío de una trama, la estación permanecería en un estado de escucha del canal aguardando que se libere y que dicha condición se sostenga una cantidad igual a  $t \geq AIFS[AC]$  para comenzar a decrementar el contador de Backoff.
- 3) La cantidad de elementos que conforman la ventana de contienda es menor conforme el estado de retransmisión es más bajo. En el estándar se fijan los valores máximos de estado de retransmisión que son posibles para cada grado de prioridad de manera tal de lograr que los tiempos de espera sean menores siendo que el contador se va a configurar de una ventana cuya cantidad de elementos es menor según la trama sea más susceptible a retardos.

## 5.2 Propuesta de un modelo analítico:

En base a los conceptos antes expuestos, se pretende llevar la cuenta de estos detalles a un modelo analítico, para lo cual:

Recordando que la variable de estado de retransmisión  $s(t)$  queda acotada al conjunto

$$s(t) = [0, 1, \dots, m]$$

Mientras que el valor de la variable del Contador de Backoff  $b(t)$  depende de:

$$W_i = [0, 1, \dots, W_i - 1], \text{ donde } i = s(t) = [0, 1, \dots, m].$$

El proceso bidimensional del algoritmo de Backoff  $[s(t), b(t)]$  resulta igual a:

$$[S(t), b(t)] = \begin{cases} s(t) = [0, 1, \dots, m] \\ W_i = [0, 1, \dots, W_i - 1] \end{cases}$$

Básicamente se propone la introducción de una nueva variable que tenga en cuenta los ocho grados de prioridad definidos por la norma. Se introduce la variable "l". En base a esta nueva variable se puede notar que:

**Menor tamaño de la Ventana de contienda:**

La cantidad  $W_0 = W$  que representa el menor valor del conjunto de entre los cuales el contador elegirá su valor para postergar la trama, que ocurre para el menor estado de retransmisión  $s(t) = 0$ , va a estar condicionado por la criticidad del paquete, de la siguiente forma:

$$W_{l,0} = W_l \text{ donde } l = [0, 1, \dots, 7]$$

De modo que

$$W_{0,0} = W_0 = [0, 1, \dots, W_{0,0} - 1]$$

$$W_{1,0} = W_1 = [0, 1, \dots, W_{1,0} - 1]$$

.  
.  
.

$$W_{7,0} = W_7 = [0, 1, \dots, W_{7,0} - 1]$$

El mínimo valor de la ventana es distinto y con una cantidad de elementos menor para cada caso de acuerdo de cual grado de prioridad tenga el paquete que el terminal intenta transmitir por la red.

Por lo que la expresión general de la ventana de contienda resulta:

$$W_{l,i} = 2^i W_l = 2^i W_{l,0}$$

A partir de esta propuesta se tiene que los procesos estocásticos  $[s(t), b(t)]$  dependen además de la variable "l" que lleva la cuenta del grado de prioridad, por lo cual se pueden expresar como:

$$[s(t,l), b(t,l)] = \begin{cases} s(t,l) = [0,1,\dots,m_l] \\ W_{l,i} = [0,1,\dots,W_{l,i} - 1] \end{cases}$$

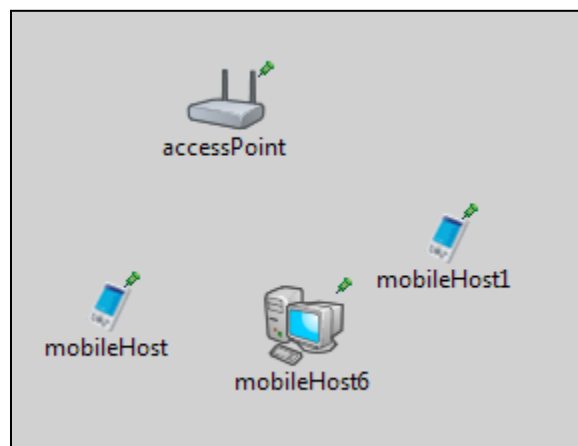
“Más allá que se introduzca una nueva variable para llevar la cuenta de la criticidad de una trama, la interacción de los protocolos CSMA/CA-Backoff sigue siendo representada por un proceso estocástico bidimensional  $[s(t,l), b(t,l)]$ . De modo que es posible adoptar el mismo enfoque para la obtención de las ecuaciones y por lo tanto notar que la nueva variable “l” solo condicionara la máxima cantidad de retransmisión posibles y por lo tanto el valor de la ventana de contienda”

Con el propósito de probar esta presunción se tomará el último modelo obtenido para mostrar que conforme la ventana de contienda y el máximo estados de retransmisión permitidos son menores, mayor es la probabilidad de transmisión para un terminal cualquiera.

Calculo del modelo matemático:

La probabilidad de transmisión para el modelo de segundo ajuste era:

$$\tau = \frac{2(1-p_b)(1-2p)}{2(1-p_b)^2(1-2p)(1-p) + [p_b + p(1-p_b)][Wp(1-(2p)^m) + (1-2p)(W+1)]}$$



Entonces, a los fines prácticos si se fija  $W = W_{\min}$  y si se adoptan estos valores para dicha variable de acuerdo al grado de prioridad:

Prioridad	Mínimo valor de W	Máximo estados
1	32	3 (1,2,3)
2	32	4 (1,2,3,4)
3	64	5 (1,2,3,4,5)

Prioridad	Mínimo valor de W	Máximo estados
1	16	3 (1,2,3)
2	16	4 (1,2,3,4)
3	32	4 (1,2,3,4)
4	32	5 (1,2,3,4,5)

Se va a calcular el valor de la variable  $\tau$  de acuerdo al siguiente criterio:

**Prioridad 1:**

Para esta prioridad se establecen 3 intentos de retransmisión como máximo y una valor mínimo de 16. Si se fijan las condiciones de:

$$m = 3$$

$$n = 3$$

$$W = W_{\min} = 16$$

Es decir se toma el caso en que se alcanzo el límite de retransmisión y si se tiene en cuenta el método iterativo:

$$\tau = f(\tau) = f(\tau, n, W, m) = f(\tau, n, W_{\min}, m)$$

Entonces, se obtiene una probabilidad de transmisión de:

$$\tau = f(\tau) = f(\tau, n, W, m) = f(\tau, 3, 16, 3) = 0.0808$$

**Prioridad 2 :**

$$m = 4$$

$$n = 3$$

$$W = W_{\min} = 16$$

$$\tau = f(\tau) = f(\tau, n, W, m) = f(\tau, 3, 16, 4) = \frac{(0.0807 + 0.0808)}{2} = 0.08075$$



### **Prioridad 3**

$$m = 4$$

$$n = 3$$

$$W = W_{\min} = 32$$

$$\tau = f(\tau) = f(\tau, n, W, m) = f(\tau, 3, 32, 4) = 0.0489$$

### **Prioridad 4**

$$m = 5$$

$$n = 3$$

$$W = W_{\min} = 32$$

$$\tau = f(\tau) = f(\tau, n, W, m) = f(\tau, 3, 32, 5) = 0.0489$$

O sea lo que se puede apreciar es que se alcanza una mayor probabilidad de transmisión para cuando las tramas son más críticas y que es casualmente lo que se adapta a una trama más delicada. Puesto que se supone que la red estaría menos congestionada con menos estados de transmisión y menos tiempos o eventos de espera.

## Conclusiones

El objetivo de este proyecto, el cual fue planteado al inicio era el de poder representar los conceptos teóricos de funcionamiento expresados en el documento técnico IEEE 802.11 en términos de valores numéricos que posibiliten analizar desde otra perspectiva las prestaciones indicadas en dicha norma.

De las ecuaciones matemáticas obtenidas para cada uno de los escenarios de operación planteados pudo verse que conforme el número de estaciones que conforman la red es mayor, menor era su rendimiento. Un concepto que pudo ser validado por medio del simulador de eventos discretos elegido para tal fin. El cual arrojó resultados que permitieron abalar los resultados analíticos desarrollados previamente.

Por último se pudo expresar a modo de introducción la distinción que es posible hacer con cada trama que se desee luego enviar por la red de modo de dar un tratamiento distinto en cada caso, de acuerdo con el grado de prioridad de cada una de ellas. Validando de forma analítica que conforme la importancia de cada trama es mayor y si se configuran los parámetros correctos para tal caso, mayor es su probabilidad de enviarse por la red.

## Bibliografía

[1] IEEE Standard for Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications, November 1997.

[2] IEEE standard for Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications, March 2012.

[3] Giuseppe Bianchi, "Performance Analysis of the IEEE 802.11 Distributed Coordination Function", IEEE Communication Magazine, March 2000.

[4] Haitao Wu, Yong Peng, "Performance of Reliable Transport Protocol over IEEE 802.11 Wireless LAN: Analysis and Enhancement", IEEE Communication Magazine, March 2001.

[5] Yang Xiao, "A Simple and Effective Priority Scheme for IEEE 802.11", IEEE Communication Magazine, March 2003.