



4^{to} Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica



MODELO MATEMÁTICO DE MOTOR COHETE CON SISTEMA PROPULSIVO BIPROPELENTE LÍQUIDO

J. A. Carmona^a y E. Zapico^a

^a*Departamento de Aeronáutica - FCEFyN - UNC*

Palabras Clave : Modelo Matemático, Motor, Cohete, Bipropelente, Turbobomba

Resumen

La elección de un sistema propulsivo, ya sea para el diseño o la selección del mismo, requiere de la estimación de parámetros de performance que permitan determinar la conveniencia de una configuración sobre otras. El objetivo de este trabajo consiste en proporcionar una herramienta computacional que sea capaz de proveer estos parámetros de un motor cohete con sistema de propulsión bipropelente de combustible líquido con alimentación por turbobomba. Esto se logra por medio de modelos matemáticos de cada componente esencial del sistema que, utilizados en conjunto, deberán ofrecer la posibilidad de comparar dichos parámetros para diferentes configuraciones, incluyendo diferentes combinaciones de combustible-oxidante. El método consiste en construir modelos matemáticos simples que sean capaces de interactuar entre sí, respondiendo a las distintas etapas del funcionamiento de un motor cohete, desde la extracción de propelentes de sus tanques contenedores, el paso por tuberías y válvulas, la refrigeración de la cámara de empuje, la inyección, combustión y posterior expansión en la tobera. Para cada modelo se propusieron criterios simplificados, con base en asunciones correspondientes a un cohete ideal, tendientes a proporcionar resultados que se encuentren en un régimen de funcionamiento estacionario, incluyendo la estabilidad de la combustión. Como objetivo secundario, se propone un análisis dinámico que pretende simular el comportamiento del sistema propulsivo y la variación de los parámetros de performance durante el tiempo de funcionamiento del mismo, o bien durante un intervalo de tiempo fijado por el usuario.

1. INTRODUCCIÓN

En este artículo se presenta un modelo matemático para la estimación de los parámetros de performance de un motor cohete con sistema propulsivo bipropelente líquido, alimentado por turbobombas. El mismo está basado en un modelo de cohete ideal propuesto en Ref. [1]. Aquí se asegura que la performance real relevada está generalmente entre el 1 % y 6 % por debajo del valor calculado para el cohete ideal. Con esto, se logró construir un modelo más complejo, incluyendo estimaciones de pérdidas por fricción en conductos y transferencia de calor a través de las paredes de la cámara de combustión, aunque manteniendo ciertos criterios y adoptando otros similares.

2. MARCO TEÓRICO

El funcionamiento básico del sistema propulsivo de un motor cohete consiste en la interacción de los distintos componentes que hacen a dicho sistema para llevar las cantidades adecuadas de combustible y oxidante a la *cámara de empuje*¹. Allí son mezclados y vaporizados para producir la reacción de combustión a alta presión. En este proceso se libera gran cantidad de energía y los gases producidos se expanden luego en la tobera, produciendo el empuje del cohete.

El tipo de sistema propulsivo elegido se vale de una o más turbobombas para extraer los propelentes desde los tanques y aumentar su presión hasta los niveles adecuados para ser inyectados a la cámara de empuje (Figura 1). El accionamiento de cada turbobomba es producido por la expansión de un gas en la correspondiente turbina. El origen de este gas dependerá de la variante del sistema que se utilice.

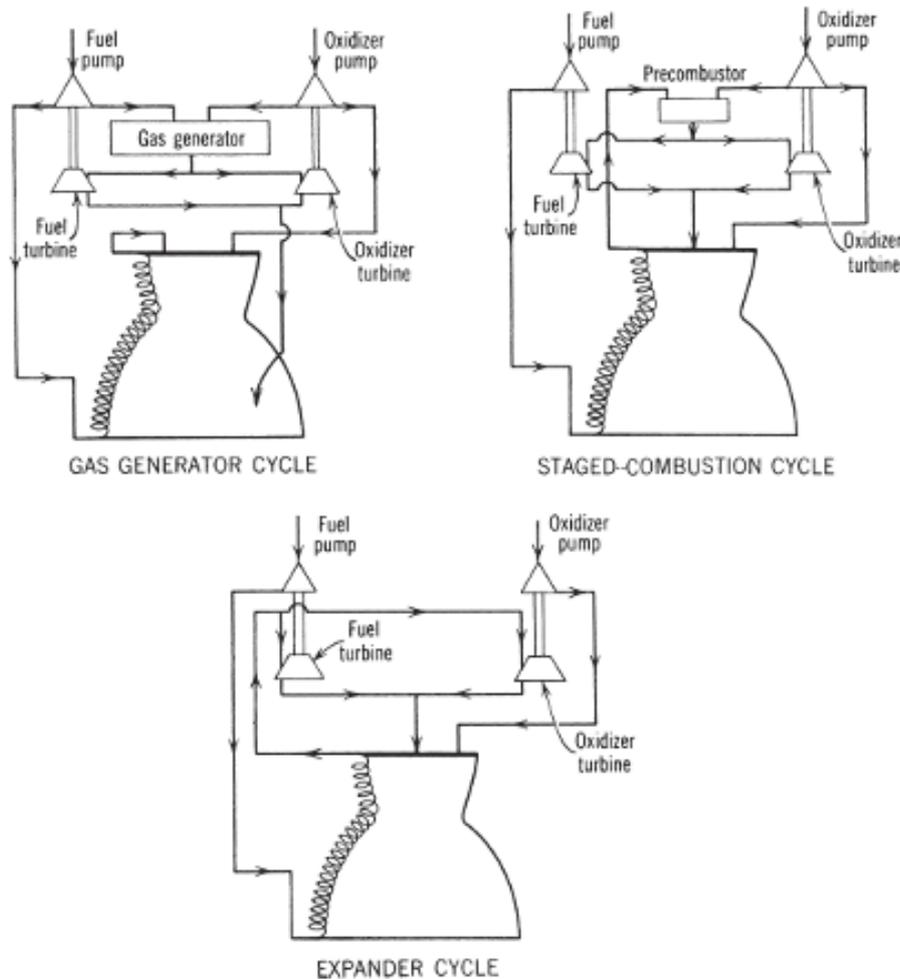


Figura 1: Sistemas con alimentación por turbobomba (Ref. [1])

Si bien no es necesario utilizar tanques presurizadores, puede aparecer la necesidad de incluir, al menos, un *generador de gases* o *cámara de precombustión*, que se encargará de producir el gas que impulsará cada turbina. Luego

¹Se entiende por este término al conjunto *inyectores, cámara de combustión y tobera* (Ref. [1])

de pasar por la turbina, este gas puede ser expulsado al exterior (por ejemplo, a través de una tobera), completando lo que se denomina un *ciclo abierto*, o bien inyectado a la cámara de combustión, resultando en un *ciclo cerrado*.

Este trabajo se centra en un sistema propulsivo de ciclo abierto con alimentación por turbobomba denominado *Ciclo con Generador de Gases*.

2.1. Ciclo con Generador de Gases

Este tipo de ciclo es relativamente más simple que otros ciclos con turbobomba. Algunas de las características principales son, con respecto a ciclos con turbobomba más complejos:

- Presiones más bajas;
- Menor masa inerte;
- Menor costo;
- Menor impulso específico;

El funcionamiento del motor se puede dividir en dos partes con mayor influencia en el proceso de diseño del mismo: un período de funcionamiento transitorio y otro estacionario.

2.1.1. Funcionamiento Transitorio

El inicio del motor cohete involucra la puesta en marcha de la turbobomba mediante el accionamiento de la turbina. Sin embargo, en el instante inicial, el generador de gases no produce el fluido que impulsa la turbina. Para ello es necesario proveer de energía a la misma mediante algún componente no principal. Usualmente, esto puede lograrse mediante un generador de gases de combustible sólido que funciona durante un tiempo reducido, suficiente para que la turbina alcance una velocidad de giro determinada. Alternativamente, puede utilizarse un motor externo acoplado al eje de la turbina.

Una vez alcanzada la velocidad necesaria, se abren las válvulas que dan paso a cada propelente desde el tanque hacia la bomba, lo que puede producir un pico de presión a la entrada de la misma. Luego de que la presión haya sido incrementada, cada propelente es dirigido aguas abajo hacia el generador de gases y, según el caso, directamente a la placa de inyectores o al conducto de refrigeración de la cámara de combustión.

Al generador de gases ingresa un pequeño porcentaje del caudal de propelentes y comienza de este modo a producirse el fluido impulsor de la turbina.

El caudal restante se dirige hacia la placa de inyectores siguiendo un camino diferente si se trata de combustible u oxidante. En la mayoría de los casos, el combustible circula por conductos de refrigeración en el interior de las paredes de la cámara de combustión y luego ingresa al colector de combustible de la placa de inyectores. El oxidante, en cambio, ingresa directamente al colector de oxidante de la placa de inyectores (Ref. [1, 2, 3]).

El caudal que ingresa a la cámara de combustión en esta etapa del funcionamiento es reducido y con presión menor a la de diseño. Normalmente la cámara se encuentra a presión y temperatura ambiente. Al producirse la combustión estos parámetros aumentan súbitamente, lo que deriva en un aumento de la energía disponible para la expansión en la tobera y, por lo tanto, un aumento del empuje producido.

Es en esta etapa del funcionamiento del motor que se esperan grandes picos de carga en la estructura del sistema, lo cual la convierte en una consideración esencial durante el diseño de un cohete.

2.1.2. Funcionamiento Estacionario

Se considera que la etapa transitoria finaliza cuando se alcanzan los valores nominales para los que fue diseñado el motor. Es decir, la turbina es impulsada por los gases producidos en el generador de gases y gira a una velocidad aproximadamente constante para el régimen en que se encuentre el cohete. Cada bomba extrae propelente de sus respectivos tanques con un caudal constante y aumenta la presión del mismo hasta un nivel tal que la caída de presión al momento de la inyección permitan la inyección de cada propelente a la cámara de combustión a la presión de diseño.

El porcentaje de caudal sangrado de cada conducto y dirigido hacia el generador de gases es el mismo y dicho generador funciona con una relación oxidante/combustible constante.

La presión y temperatura en la cámara de combustión permiten la expansión en la tobera de los gases de combustión de modo tal que se obtenga el empuje requerido, con una velocidad de salida de dichos gases aproximadamente constante.

2.2. Elección de propelentes

Es necesario conocer las propiedades de combustible y oxidante, tanto sin reaccionar entre sí, como de los gases calientes después de la combustión. En líneas generales, una baja masa molecular de los productos de combustión permite obtener mayor velocidad de salida de la tobera, lo que se traduce en mayor rendimiento.

2.3. Conjunto de turbobomba

Cada propelente, al abandonar el tanque, llega a la bomba, usualmente centrífuga, donde se produce un aumento de presión hasta un nivel determinado. Este nivel de presión está dado por la presión necesaria en la cámara de combustión, más la caída de presión debida a la pérdida de carga en las tuberías y válvulas y la caída de presión en los inyectores.

La potencia necesaria para que cada bomba logre extraer el caudal requerido de propelente es proveída por una turbina impulsada por los gases de combustión provenientes del generador de gases. Esta turbina suele, además, producir la potencia necesaria para mantener en funcionamiento otros sistemas del vehículo, como generación de energía eléctrica.

Las propiedades intrínsecas de los propelentes, que influyen directamente sobre el diseño o la selección de la turbobomba son la temperatura, presión de vapor, densidad y viscosidad. Particularmente, las condiciones de succión a la entrada de la bomba son directamente afectadas por la presión de vapor del propelente.

2.4. Generador de gases

El generador de gases es similar a una cámara de combustión, excepto por que no posee una tobera supersónica a la salida, sino que se conduce a los gases de escape a velocidad subsónica hasta las toberas de la turbina. Funciona con una relación oxidante/combustible diferente a la inyectada en la cámara de combustión del motor: si bien ambas relaciones son ricas en combustible, la relación inyectada al generador de gases generalmente es aún menor que la del motor, para obtener menor temperatura de combustión, aunque intentando obtener la mayor temperatura posible. Esta está limitada por la uniformidad de la composición del gas y por la vida necesaria de los componentes de la turbina.

En la Ref. [4] se presentan algunas ventajas y desventajas generales de motores con generador de gases. Algunas de las ventajas incluyen:

- Poca interacción con otros componentes. Esto implica que la performance del generador de gases no es sensible a otros componentes del motor.
- Existe gran cantidad de experiencia respecto a sistemas con generador de gases, por lo que se dispone de abundante documentación técnica.
- Puede ser utilizado con cualquier combinación de propelentes.
- Apropiado para cualquier nivel de empuje donde el uso de turbobombas sea justificado.
- Resulta en un sistema más liviano que otros sistemas como el ciclo de combustión por etapas (en inglés, *staged combustion*).

En cuanto a desventajas del uso de generador de gases:

- Tiene menor rendimiento en comparación con el ciclo de *combustión por etapas y expander*²
- El sistema tiene mayor complejidad debido a la necesidad de instalar una cámara de combustión adicional y los conductos y válvulas necesarios.
- Algunas combinaciones de propelentes ricas en combustible pueden generar depósitos carbonosos en los conductos de refrigeración y en la turbina.
- Las penalizaciones al rendimiento aumentan con la presión de la cámara de combustión.

²Utilizado fundamentalmente con la combinación Hidrógeno Líquido - Oxígeno Líquido. No utiliza generador de gases.

2.5. Cámara de empuje

Es la parte del motor compuesta por inyectores, cámara de combustión, tobera y sistema de refrigeración. Este último está sujeto a consideraciones de diseño del motor, ya que depende del tipo de utilización que se dé al mismo: el tipo de refrigeración necesaria será distinta para motores de etapa principal, boosters o etapas superiores.

2.5.1. Inyectores

Los inyectores comprenden la parte más crítica de un motor cohete bipropelente líquido. Son los encargados de asegurar que tanto en la cámara de combustión del motor como del generador de gases se obtenga la relación de mezcla deseada y un caudal másico y mezcla de propelentes uniformes en la sección transversal de la cámara, como también una adecuada atomización. El proceso de inyección puede clasificarse en *inyección por chorros (jet and slit injectors)* e *inyección por láminas (sheet and spray injectors)*.

El primer mecanismo consiste en chorros de propelentes que atraviesan un conjunto de orificios posicionados en múltiples lugares de la placa de inyectores. La atomización del combustible se puede lograr de distintas maneras, como se muestra en la Figura 2. El tipo de inyectores de cabeza de ducha (en inglés, *Shower head*) requiere gran volumen de cámara para obtener una atomización uniforme, y por lo tanto una buena combustión, por lo que dejó de utilizarse.

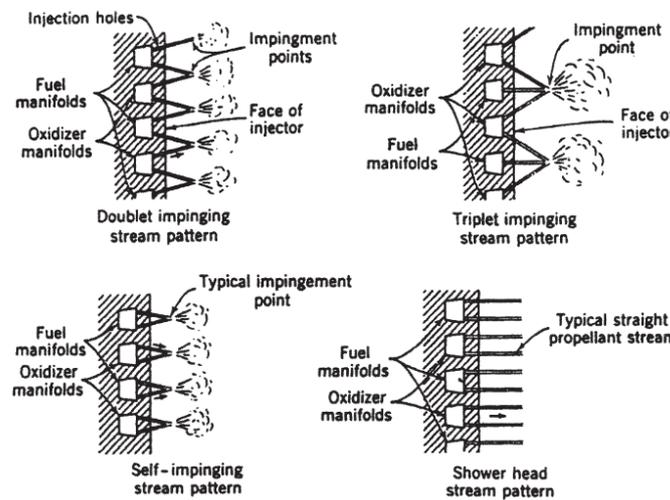


Figura 2: Tipos de inyectores por chorros de propelentes (Ref. [1])

El segundo mecanismo de inyección consiste, para motores bipropelentes, en dos cámaras coaxiales en las que los propelentes ingresan tangencialmente iniciando un movimiento rotacional, para luego ser expulsados a través de una tobera al interior de la cámara de combustión. El movimiento de rotación de cada uno forma superficies cónicas de propelentes (si ambos ingresan en estado líquido) que al intersectarse favorecen la mezcla y atomización para la posterior reacción que da lugar a la combustión. Un esquema se muestra en la Figura 3.

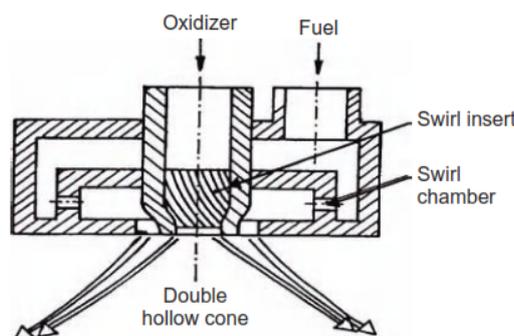


Figura 3: Inyector bipropelente de cámara de vorticidad (Ref. [5])

La caída de presión a través del inyector es menor que en el tipo de inyectores anterior. En este caso es admisible, ya que la energía adquirida por el líquido en el movimiento de rotación hace al mecanismo de inyección menos susceptible a las inestabilidades que afectan en mayor medida a los inyectores de chorros de propelentes.

2.5.2. Refrigeración

La muy alta temperatura que puede alcanzarse dentro de la cámara durante la combustión y el material seleccionado para la construcción de dicha cámara hacen necesario adoptar un método de refrigeración que permita la operación del motor en estado estacionario durante el tiempo necesario sin acercarse a temperaturas que pongan en riesgo la integridad estructural de la cámara. Existen distintos métodos por los cuales puede lograrse este objetivo, los cuales serán aplicados en función de la utilización y vida útil necesaria del sistema propulsivo. Para el modelo presentado en este artículo se optó por utilizar un método de enfriamiento regenerativo, el cual consiste en hacer circular uno o ambos propelentes por pasajes en el interior de las paredes de la cámara de empuje para luego ser inyectados a la cámara de combustión.

2.5.3. Cámara de combustión

La función de la cámara de combustión es quemar completamente los propelentes y acelerar los gases producidos hasta conseguir velocidad sónica en la garganta de la tobera. El volumen de la cámara de combustión influye directamente en la eficiencia de la atomización y evaporación de los propelentes y, por lo tanto, en la posibilidad de quemar completamente la mezcla de los mismos: el volumen de la cámara deberá ser el mínimo suficiente para optimizar la combustión. Por otra parte, el diámetro afecta los requerimientos para la refrigeración: un mayor diámetro implicaría un menor flujo de calor hacia las paredes, mayor área expuesta a alta temperatura y mayor espesor de paredes; un diámetro menor permite construir paredes de menor espesor, aunque el flujo calórico y la velocidad de los gases será mayor.

2.5.4. Tobera

Para un cohete ideal, se trata la expansión de un gas ideal en la tobera, de manera isentrópica y estacionaria. Es decir, las condiciones en la cámara de combustión se mantienen constantes y se toman como condiciones de estancamiento para el cálculo de la evolución de los gases de la combustión. Esto implica que no puede haber ondas de choque en el interior del conducto y el flujo alcanza la velocidad del sonido en la garganta de la tobera.

Es en la tobera donde se producen las condiciones que permiten cuantificar la eficiencia de un sistema propulsivo. El *impulso específico* es una medida de la cantidad de movimiento obtenida por el cohete por cada kilogramo de propelente expulsado por la tobera, y permite expresar la eficiencia de un sistema propulsivo basándose en la combinación de propelentes utilizada (Figura 4).

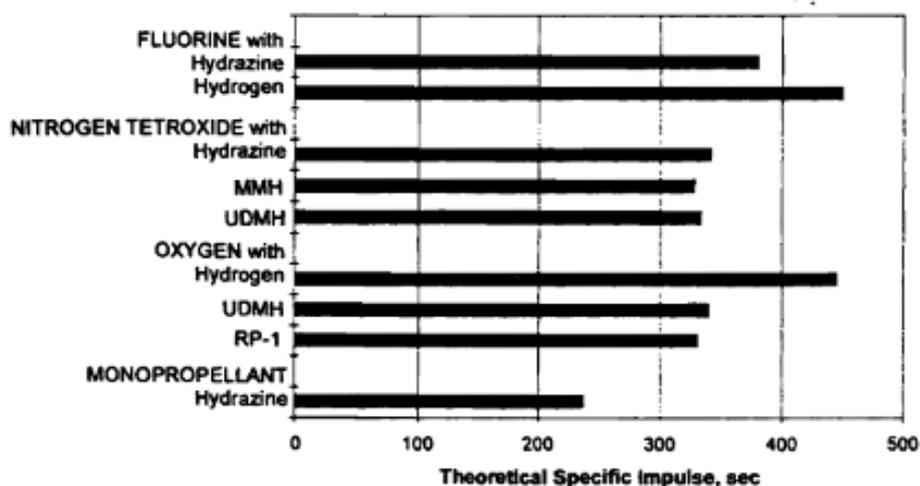


Figura 4: Impulso específico para distintas combinaciones de propelentes (Ref. [6])

2.6. Tuberías

Las pérdidas de carga que tienen lugar en los distintos conductos que conectan los componentes del sistema deben ser tenidas en cuenta al momento de estimar las propiedades del fluido a la entrada de cada uno de estos componentes. Estas pérdidas de energía no dependen de la presión en el conducto, sino de la variación de presión a lo largo del mismo, la velocidad del flujo, la forma y rugosidad del conducto y la viscosidad del propelente. En forma general, las pérdidas de carga pueden clasificarse en dos grupos:

- **Pérdidas primarias**, originadas por los efectos de la viscosidad del fluido;
- **Pérdidas secundarias**, también llamadas *locales*, originadas por las variaciones en la forma y dimensiones del conducto y otros factores que ocasionen cambios en la corriente.

3. MODELO MATEMÁTICO

Para poder analizar un modelo de sistema propulsivo algo más realista, se puede prescindir de lagunas de las hipótesis del cohete ideal presentadas en la Ref. [1] y asumir otras diferentes. En la Figura 5 se muestran dos esquemas “genéricos” del sistema propulsivo, realizados de modo que la longitud de las tuberías pueda expresarse en términos del diámetro del vehículo, el cual es un parámetro de diseño del modelo.

El modelo global se compone del conjunto de modelos individuales para cada componente descrito anteriormente. Cada uno de estos últimos utiliza como parámetros de entrada los resultados obtenidos a la salida de algún componente anterior.

Las principales consideraciones tomadas fueron aquellas relacionadas con la configuración del sistema propulsivo:

- Se asumió que el tanque de combustible se encuentra en la parte más alta de la etapa del vehículo y ocupa todo el diámetro de la misma; el tanque de oxidante se encuentra inmediatamente por debajo y, de igual modo, ocupa todo el diámetro de la etapa.
- El dimensionamiento de los tanques consiste sólo en estimar el volumen necesario, el peso y el espesor de las paredes, independientemente del método constructivo y del tipo de estructura.
- Se utilizó un conjunto de turbobomba para cada propelente, por lo que se calcularon dos bombas y dos turbinas: la utilización de una turbobomba para cada propelente puede resultar en maquinaria de menor peso y tamaño que para el caso más general en el que una turbina transmite potencia a dos bombas, a veces por medio de una o más cajas de engranajes (ver Ref. [1]).

Para la manipulación de la información correspondiente a las propiedades físicas de los líquidos y gases que evolucionan en el sistema propulsivo se utiliza el software *Cantera* (Ref. [7]). El mismo provee diferentes métodos o funciones para obtener las propiedades termodinámicas de los propelentes, necesarias para el cálculo de los distintos parámetros utilizados en el modelo.

3.1. Combinaciones de propelentes

Se optó por implementar tres combinaciones de oxidante/combustible:

- **Tetróxido de Nitrógeno - Hidracina:** ambos propelentes son almacenables y producen una mezcla hipergólica;
- **Oxígeno Líquido - Hidrógeno Líquido:** ambos propelentes son criogénicos. Se requiere el uso de un sistema de ignición;
- **Oxígeno Líquido - Kerosene:** el oxidante es criogénico y el combustible almacenable. La mezcla requiere el uso de un sistema de ignición.

En función de la combinación de oxidante/combustible y la temperatura de cada propelente, que es un parámetro de entrada del modelo, debe individualizarse información específica como la composición de cada uno, su viscosidad y presión de vapor.

La viscosidad del combustible y del oxidante tiene gran importancia en el cálculo de las pérdidas hidráulicas en los conductos de alimentación del motor. En el Apéndice C de Ref. [8] se presentan los coeficientes de regresión

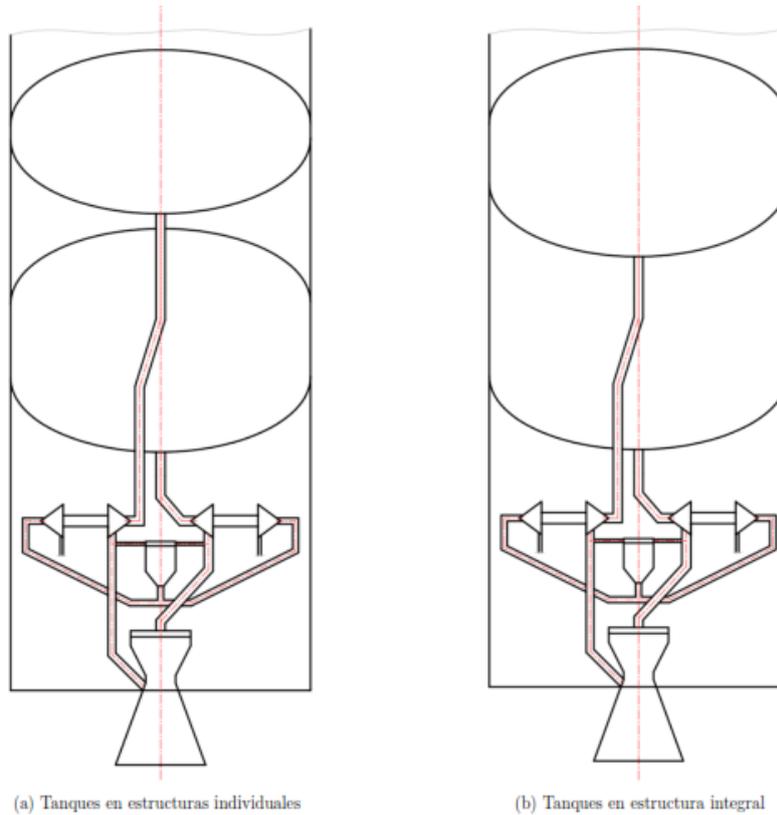


Figura 5: Esquema del sistema propulsivo. No se muestran las válvulas previstas: una a la salida del generador de gases y una a la salida de cada tanque de propelente.

para la expresión de la viscosidad en función de la temperatura para distintos líquidos, con el rango de validez de la misma. La fórmula de regresión es

$$\log_{10} \mu = A + \frac{B}{T} + CT + DT^2 \quad (1)$$

donde la viscosidad está en centipoise ($[cp]$) y la temperatura en $[K]$. En la Tabla 1 se resumen los coeficientes utilizados.

Propelente	A	B	C	D	Temperatura $[K]$
Hidrógeno	-7,0154	40,791	0,23714	$4,083 \times 10^{-3}$	14 – 33
Oxígeno	-5,0957	179,83	$3,9779 \times 10^{-2}$	$-1,4664 \times 10^{-4}$	54 – 150
Kerosene ³	-6,8845	1100,3	0,014341	$-1,352 \times 10^{-5}$	273 – 617

Tabla 1: Coeficientes de regresión para el cálculo de la viscosidad

Para la Hidracina se tomó el valor de viscosidad a temperatura ambiente y se asumió que el mismo no varía significativamente con la temperatura.

$$\mu_{N_2H_4} = 0,000876 [Pa \cdot s] \quad (2)$$

Para el Tetróxido de Nitrógeno, la viscosidad se obtiene en $[cp]$ a partir de la ecuación de regresión planteada por *Hercules* y presente en Ref. [10], en función de la temperatura en Kelvin:

$$\mu = 7,533 - 6,167 \times 10^{-2}T + 2,055 \times 10^{-4}T^2 - 3,234 \times 10^{-7}T^3 + 1,966 \times 10^{-10}T^4 \quad (3)$$

La presión de vapor de cada propelente se aproximó utilizando la ecuación de Antoine

$$\log_{10} p = A - \frac{B}{T + C} \quad (4)$$

³Los datos obtenidos de Ref. [9] son para el compuesto *1-Deceno*, cuya composición química es similar al Kerosene.

donde los coeficientes A , B y C son determinados experimentalmente para un rango de temperaturas ($T[K]$) y la presión de vapor p está en [bar]. Los valores de los coeficientes de la ecuación 4 fueron obtenidos para cada propelente de la base de datos del *National Institute of Standards and Technology* (Ref. [9]) de Estados Unidos y se resumen en la Tabla 2.

Propelente	A	B	C	Temperatura [K]
Hidrógeno	3,54314	99,395	7,726	21,01 – 32,27
Oxígeno	3,85845	325,675	-5,667	54,36 – 100,16
	3,9523	340,024	-4,144	54,36 – 154,33
Hidracina	5,01105	1724,782	-41,833	288 – 343
Kerosene ²	4,08526	1501,872	-75,572	359,92 – 444,8

Tabla 2: Coeficientes para la ecuación de Antoine para el cálculo de la presión de vapor

Para el caso del Tetróxido de Nitrógeno, la presión de vapor es más difícil de determinar. Los motivos se exponen en la Ref. [10] y se presenta una fórmula empírica desarrollada por *Rocketdyne* (ecuación 5) que permite obtener la presión de vapor del Tetróxido de Nitrógeno en [$mmHg$], en función de la temperatura, expresada en [K]:

$$\log_{10} p = 9,82372 - \frac{2331,98}{T} + \frac{84567}{T^2} \quad (5)$$

3.2. Cálculo de caudales

El caudal total de propelente se calcula como el simple producto del caudal para un motor (\dot{m}_1) por el número de motores (n_{mot}):

$$\dot{m}_{tot} = n_{mot} \dot{m}_1 \quad (6)$$

El caudal destinado al generador de gases corresponde al porcentaje indicado por x del caudal total calculado en la ecuación 6.

$$\dot{m}_{gg} = f_{gg} \frac{x}{100} \dot{m}_{tot} \quad (7)$$

donde el factor f_{gg} representa el grado de apertura de la válvula a la salida del generador de gases y tiene el valor 1 para la válvula completamente abierta y 0 para la válvula completamente cerrada.

En función de la relación de mezcla oxidante/combustible se obtiene el caudal de cada propelente que ingresa al generador de gases con las ecuaciones 8.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{F_{gg}} &= \frac{\dot{m}_{gg}}{1 + r_{gg}} \\ \dot{m}_{O_{gg}} &= \frac{\dot{m}_{gg} r_{gg}}{1 + r_{gg}} \end{aligned} \quad (8)$$

donde $r = \frac{\dot{m}_O}{\dot{m}_F}$ es la relación de mezcla en masa de propelentes. Los subíndices O y F hacen referencia a oxidante y combustible, respectivamente, y gg al generador de gases.

Con esto, considerando las ecuaciones 6, 7 y 8 el caudal total que ingresa al motor se ve reducido según

$$\dot{m} = \dot{m}_{tot} - \dot{m}_{gg} = \dot{m}_{tot} - (\dot{m}_{F_{gg}} + \dot{m}_{O_{gg}}) \quad (9)$$

Ahora puede determinarse el caudal total de combustible y oxidante que ingresa al sistema de inyección.

$$\begin{aligned} \dot{m}_F &= f_F \frac{\dot{m}}{1 + r} \\ \dot{m}_O &= f_O \frac{\dot{m} r}{1 + r} \end{aligned} \quad (10)$$

De manera análoga a la ecuación 7, los factores f_F y f_O en la ecuación 10 simulan el grado de apertura de las válvulas a la salida de cada tanque de propelente, tomando valores entre 0 y 1 para válvulas completamente cerradas y válvulas completamente abiertas, respectivamente.

Por último, el caudal de combustible y de oxidante que ingresa en cada motor se obtiene de una relación análoga a la utilizada en la ecuación 6:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{F_1} &= \frac{\dot{m}_F}{n_{mot}} \\ \dot{m}_{O_1} &= \frac{\dot{m}_O}{n_{mot}}\end{aligned}\quad (11)$$

3.3. Dimensionamiento de los tanques

los tanques de propelente es cilíndrica, con extremos semiesféricos o semielipsoidales, cada variante con una ventaja diferente: el peso de un tanque con extremos semiesféricos es menor que el de uno con extremos semielipsoidales, mientras que la utilización de los segundos puede llevar a menor peso estructural total (Ver Ref. [2]).

Una vez definida la forma de los tanques, se debe determinar el volumen necesario de cada uno:

$$V_t = V + T + B + U \quad (12)$$

donde

- V_t : Volumen total del tanque
- V : Volumen utilizable de propelente. Se calcula a partir de requerimientos del sistema propulsivo. Depende del tiempo de funcionamiento del sistema, del propelente elegido y del caudal necesario. Puede incluir volúmenes de reserva.
- T : Volumen de propelente que queda atrapado en el sistema de alimentación.
- B : Volumen de propelente evaporado (sólo para propelentes criogénicos).
- U : Volumen libre del tanque. Se debe prever la variación de volumen del propelente con la temperatura y presión y la posibilidad de deformación del tanque.

Cada uno de estos términos es calculado a partir del volumen requerido de cada propelente.

$$V_i = \frac{\dot{m}_i t_b}{\rho_i} \quad (13)$$

El subíndice i indica el propelente del cual se calcula el volumen necesario: combustible (F) u oxidante (O).

Se estima que el volumen de cada propelente que se espera que quede atrapado en el interior de los conductos y componentes del sistema propulsivo es el 1 % del volumen requerido, calculado en la ecuación 13.

$$T_i = 0,01 \cdot V_i \quad (14)$$

Luego, con las ecuaciones 13 y 14 se determina el volumen libre del tanque (en inglés, *ullage*), estimado en un 2,5 % de la suma del volumen requerido y el atrapado en el sistema:

$$U_i = 0,025(V_i + T_i) \quad (15)$$

Debido a que la información al respecto es escasa y de difícil acceso, la cantidad de propelente evaporado (*boiloff*) es ignorado, y se fija su valor en $B = 0$, aunque el propelente en cuestión sea criogénico.

El método utilizado para la determinación de espesores, longitudes y pesos de cada tanque es similar al presentado en el capítulo correspondiente de Ref. [2]. Se calcula el espesor de las paredes de cada tanque en un procedimiento iterativo que evalúa si la presión interna de cada uno permite soportar los esfuerzos de pandeo global de la estructura del tanque provocados por la aceleración del vehículo en funcionamiento estacionario. En dicho proceso se calculan los espesores y la longitud de cada tanque y a continuación el factor de carga como en la ecuación 16, en donde se asume que la única fuerza que actúa sobre la estructura es el empuje y sólo tiene una componente axial:

$$n = \frac{\pi a^2 p_t}{mg_0} \quad (16)$$

3.4. Conjunto de turbobomba y generador de gases

Como se ilustra en la Figura 5, se optó por modelar el sistema con una turbobomba para el sistema de combustible y otra para el de oxidante. El método utilizado para el cálculo es análogo al presentado en las Ref. [2, 1].

3.4.1. Bomba

Un parámetro adimensional de diseño de gran utilidad para bombas es la *velocidad específica*. La abundancia de información proveniente de fabricantes estadounidenses llevó a la ecuación 17, que deja de ser adimensional:

$$N_s = \frac{N\sqrt{\dot{V}}}{(\Delta H)^{\frac{3}{4}}} \quad (17)$$

donde

- N_s : Velocidad específica de la bomba, $[\frac{rpm\sqrt{gpm}}{(ft)^{0,75}}]$
- N : Velocidad de rotación del eje, $[rpm]$
- \dot{V} : Caudal volumétrico de propelente, $[gpm]$
- ΔH : Aumento de presión en la bomba en una etapa, expresado como altura de carga, $[ft]$

Teniendo en cuenta la presión de vapor del propelente que circule por la bomba, si la succión en la entrada de la misma genera presiones menores a dicha presión de vapor, puede producirse cavitación en los elementos de la bomba. Resulta de utilidad entonces definir la *presión requerida de succión*, que se denotará por $(H_s)_R$. Este es el valor límite de presión, por encima de la presión de vapor del propelente en la entrada de la bomba, necesario para evitar el fenómeno de cavitación.

La calidad de la bomba determina el valor de la *Velocidad específica de succión* S . Su valor, en unidades del sistema norteamericano, varía generalmente entre 5000 y 60000. En particular, para bombas que operan con alta eficiencia y sin cavitación, S varía entre 10000 y 25000 (ver Ref. [1]). La presión requerida de succión puede determinarse a partir de la ecuación 18.

$$S = \frac{N\sqrt{\dot{V}}}{(H_s)_R^{0,75}} \quad (18)$$

La *presión disponible de succión por encima de la presión de vapor*, $(H_s)_A$, es el máximo aumento de presión disponible para evitar la cavitación. Su valor está dado por la ecuación 19, cuyos términos se definen a partir del esquema en la Figura 6.

$$(H_s)_A = H_{tanque} + H_{elev} - H_f - H_{vapor} \quad (19)$$

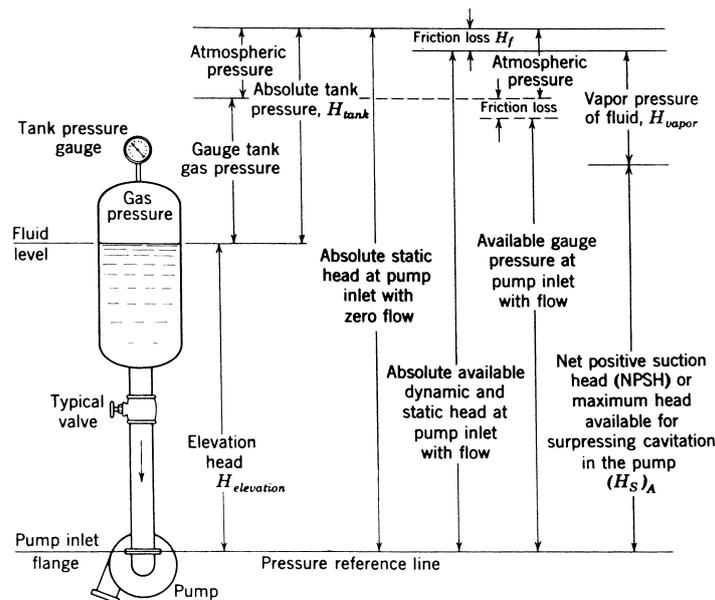


Figura 6: Presiones a la entrada de la bomba (Ref. [1])

Para evitar la cavitación en la bomba, debe ser $(H_s)_R < (H_s)_A$.

Con esto, la *eficiencia* de la bomba está fuertemente influenciada por el fluido de trabajo:

$$\eta_P = \rho \dot{V} \frac{\Delta H}{P_P} \quad (20)$$

donde

- η_P : Eficiencia de la bomba
- ρ : Densidad del propelente, $\frac{kg}{m^3}$
- ΔH : Aumento de presión en la bomba en una etapa, expresado como altura de carga, [m]
- P_P : Potencia al eje, [W]

En la Figura 7 se muestran los puntos relevados de las curvas de eficiencia genéricas presentadas en Ref. [2]. A partir de estas se estima la eficiencia de la bomba en función de la velocidad específica calculada con la ecuación 17 y del caudal volumétrico de propelente.

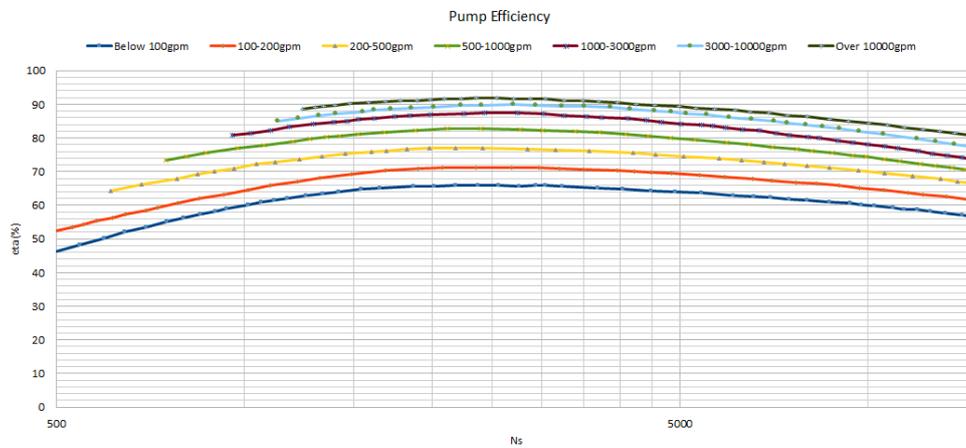


Figura 7: Digitalización de las curvas de eficiencia de bombas (Ref. [2])

3.4.2. Generador de gases

El tratamiento básico de un generador de gases es el de un reactor en el cual los propelentes, luego de ser mezclados, reaccionan químicamente hasta alcanzar la condición de equilibrio termoquímico. Esta reacción puede considerarse isoentálpica y a presión constante (ver Ref. [11, 7]), con lo que la temperatura de la combustión depende principalmente de la presión y la composición química de la mezcla. Se propone un análisis de la combustión *0-D*, por lo que además la misma se considera instantánea. El software *Cantera* provee las herramientas necesarias para la estimación de dicha condición de equilibrio mediante el método de minimización de la *Energía Libre de Gibbs*.

3.4.3. Turbina

La potencia desarrollada por la turbina depende del caudal másico del gas de trabajo y de la entalpía del mismo. Esta última es función del calor específico a presión constante del gas, la temperatura de entrada, del coeficiente politrópico del gas (relación de calores específicos) y de la relación de presiones de la turbina.

$$P_T = \eta_T \dot{m}_T c_p T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \quad (21)$$

donde

- P_T : Potencia entregada por la turbina, $[W]$
- η_T : Eficiencia de la turbina
- \dot{m}_T : Caudal másico de gases que impulsa a la turbina, $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
- c_p : Calor específico a presión constante de los gases en evolución, $\left[\frac{J}{kg K}\right]$
- T : Temperatura del gas, $[K]$
- p : Presión, $[Pa]$
- k : Relación de calores específicos del gas

Los subíndices 1 y 2 en la ecuación 21 indican condiciones a la entrada y salida de la turbina, respectivamente. El rendimiento de cada turbina se estima de curvas genéricas, presentadas en la Ref. [2] y digitalizadas en la Figura 8, en función de la *relación de velocidades isoentrópica* $\varphi = \frac{u}{c_0}$ y de la configuración escogida para cada turbina. Cabe destacar que se denotó por u a la velocidad periférica de la rueda de turbina (si hubiera más de una etapa, se trata de la primera) y c_0 a la velocidad teórica de salida de los gases de la turbina, asumiendo una expansión isoentrópica.

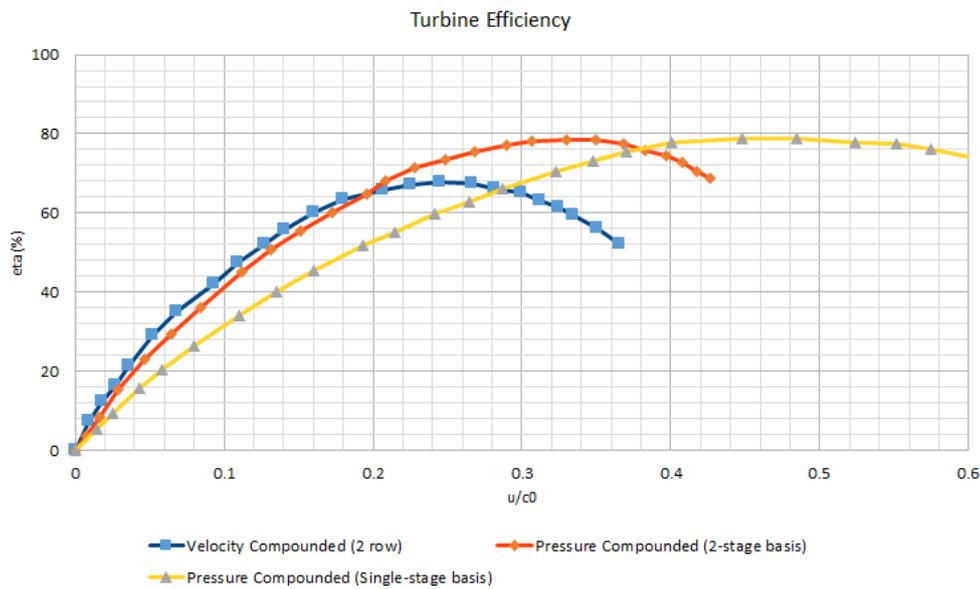


Figura 8: Digitalización de las curvas de eficiencia de turbinas (Ref. [2])

3.5. Cámara de empuje

El modelo de cámara de empuje fue planteado como el conjunto de la cámara de combustión con el sistema de inyección, que interactúa con el sistema de refrigeración y, al mismo tiempo, afecta a los parámetros de performance calculados en el proceso de expansión en la tobera.

3.5.1. Inyección

Debido a que el análisis del proceso de inyección (y el diseño de inyectores) tiene una gran base experimental, se fija la caída de presión a través de la placa de inyectores en un 25 % de la presión de la cámara de combustión para inyectores tipo *impinging jets* y en un 15 % para inyectores tipo *swirl* con el objeto de proveer un margen de seguridad que permita prevenir inestabilidades en la combustión (ver Ref. [12, 1]).

3.5.2. Refrigeración

Teniendo como objetivo el cálculo simple y aproximado del aumento de temperatura del combustible líquido en el conducto de refrigeración, se propone un modelo de transferencia de calor por conducción, gobernado por la

ecuación 22, llamando κ a la conductividad térmica del material de las paredes de la cámara:

$$q = -\kappa \frac{\Delta T}{t_w} \quad (22)$$

donde

$$\begin{aligned} q: & \text{ transferencia de calor por unidad de área, } \left[\frac{W}{m^2}\right] \\ \frac{\Delta T}{t_w}: & \text{ gradiente de temperatura a través del espesor de la pared sólida, } \left[\frac{K}{m}\right] \end{aligned}$$

3.5.3. Combustión

La combustión de la mezcla de propelentes en la cámara de combustión se trata del mismo modo planteado para el generador de gases: utilizando el software *Cantera* (Ref, [7]) se calcula la condición de equilibrio termoquímico de la mezcla de propelentes, tratados como gases ideales, asumiendo un proceso isoentálpico e isobárico.

3.6. Expansión en la tobera

Una vez obtenidas las propiedades termodinámicas de los gases de combustión es posible determinar los parámetros de performance del motor, como el empuje producido y el impulso específico, entre otros.

De acuerdo con las asunciones referidas al cohete ideal, se puede tratar al proceso de expansión como isoentrópico. La relación entre las presiones, densidades y temperaturas del gas verifican la ecuación 23, donde los subíndices c hacen referencia a las condiciones del gas en la cámara de combustión, tomadas como condición de estancamiento.

$$\frac{p}{p_c} = \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^k = \left(\frac{T}{T_c}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (23)$$

La velocidad teórica de salida de los gases de la tobera, o *velocidad efectiva de escape* (Ref. [3]), puede obtenerse a partir de las condiciones de estancamiento por medio de la ecuación de Saint-Venant. La ecuación 24 expresa este parámetro en función de la presión y densidad de estancamiento, mientras que la ecuación 25 presenta dicha velocidad en función de la temperatura de estancamiento.

$$v_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_c}{\rho_c} \left[1 - \left(\frac{p}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (24)$$

$$v_e = \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)} \quad (25)$$

donde c_p es el calor específico a presión constante del gas y k es la relación de calores específicos del mismo.

Denotando con el subíndice e a las condiciones a la salida y con a a las condiciones del medio ambiente, se puede expresar el empuje como

$$F = p_c A_t \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + (p_e - p_a) A_e \quad (26)$$

donde

$$\begin{aligned} A: & \text{ Área de una sección de la tobera, } [m] \\ p: & \text{ Presión del gas en la sección considerada, } [Pa] \end{aligned}$$

Cabe aclarar que el subíndice t hace referencia a la sección de garganta de la tobera.

A partir de la ecuación 26 se puede determinar el coeficiente de empuje:

$$C_F = \frac{F}{p_c A_t} = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) \varepsilon \quad (27)$$

La relación de áreas de la tobera se puede obtener de la ecuación 28, cuyo desarrollo puede encontrarse en la Ref. [13]:

$$\varepsilon = \frac{A}{A_t} = \frac{1}{M} \left[\left(\frac{2}{k+1} \right) \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (28)$$

donde M es el número de Mach en la sección considerada.

La eficiencia de la conversión de energía química en energía cinética dentro de la cámara de combustión puede cuantificarse con la *velocidad característica*:

$$c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}} = \left[k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{M_m}{R_u T_c} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (29)$$

donde M_m es la masa molecular del gas y R_u la constante universal de los gases ideales.

Por último, el impulso específico del motor se obtiene de la ecuación 30 que relaciona la velocidad característica con el coeficiente de empuje, o bien el empuje con el caudal total de propelente que admite el motor:

$$I_{sp} = \frac{v_e}{g_0} = \frac{c^* C_F}{g_0} = \frac{F}{\dot{m} g_0} \quad (30)$$

3.7. Tuberías

La pérdida de carga total en una tubería se calcula como la suma de las pérdidas primarias y las secundarias. Es decir,

$$h_L = h_f + h_{local} \quad (31)$$

Cada término de suma en la ecuación 31 tiene la forma:

$$h = K \frac{v^2}{2g} \quad (32)$$

donde v es la velocidad media de la corriente en el interior de la tubería. El factor K se denomina *coeficiente de resistencia* y tiene un valor distinto si se trata de pérdidas primarias o locales. La pérdida de carga no es afectada por la inclinación del conducto.

3.7.1. Pérdidas primarias

Para un conducto recto y de sección constante, la pérdida de carga se calcula como

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} - (z_2 - z_1) \quad (33)$$

El factor de fricción de Moody se aproxima utilizando fórmulas empíricas, con una primera estimación mediante la ecuación de *Swamee-Jain* (ecuación 34) y una corrección con una única iteración mediante la fórmula de *Colebrook* (ecuación 35):

$$f_0 = \frac{0,25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (34)$$

$$f = \frac{0,25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f_0}} \right) \right]^2} \quad (35)$$

Los valores z_1 y z_2 en la ecuación 33 representan la elevación de las secciones de entrada y salida del tramo, respectivamente, desde un plano de referencia, L y D la longitud y el diámetro del conducto, respectivamente, ε la rugosidad media del material del conducto y Re el número de Reynolds del flujo, referido al diámetro.

3.7.2. Pérdidas secundarias

Las pérdidas de carga locales se determinan considerando las tres válvulas del sistema como válvulas de bola genéricas y, a falta de información más detallada, con las aproximaciones empíricas para entradas, descargas, codos y bifurcaciones de los conductos propuestas en Ref. [14], para ensayos realizados con agua.

4. RESULTADOS

Los resultados obtenidos de la aplicación del modelo son comparados con los valores teóricos de performance para las distintas combinaciones de propelentes (ver Ref. [1, 2, 3]). En ausencia de valores teóricos, la comparación se hizo entre los resultados obtenidos en el análisis estacionario y en el análisis dinámico.

Se realizaron 6 análisis: para cada combinación de propelentes se comparan resultados para dos relaciones Oxidante/Combustible diferentes. En todos los casos se mantuvieron fijos los siguientes parámetros de diseño:

- Presión de combustión: $p_c = 6,895MPa$
- Presión ambiente: $p_a = 101,325kPa$
- Relación de expansión de la tobera: $\frac{p_c}{p_s} = 68,0484$
- Caudal másico de propelente para un motor: $\dot{m}_1 = 95 \frac{kg}{s}$
- Porcentaje del caudal total destinado al generador de gases: 2 %

Además se utilizó, en todos los casos, inyectores del tipo *impinging jets*.

En las tablas presentadas a continuación se muestra la diferencia porcentual de los resultados obtenidos del análisis estacionario con respecto a los valores teóricos, como también la diferencia porcentual entre los resultados del análisis estacionario y los obtenidos del análisis dinámico. Los parámetros presentados son:

Tc	Temperatura en el interior de la cámara de combustión.
c*	Velocidad característica de la tobera.
Mm	Masa molecular media de los gases de la combustión.
Isp	Impulso específico.
k	Relación de calores específicos de los gases de la combustión.
pc	Presión en el interior de la cámara de combustión.
F	Empuje.
Vsal	Velocidad teórica de salida de los gases de la tobera.
Tgg	Temperatura en el interior del generador de gases.
η_F	Eficiencia de la bomba de combustible.
η_O	Eficiencia de la bomba de oxidante.
NF	Velocidad de rotación del eje de la bomba de combustible.
NO	Velocidad de rotación del eje de la bomba de oxidante.

4.1. NTO – Hidracina

En las tablas 3 y 4 se resumen los resultados obtenidos y la comparación entre los resultados de la simulación con los valores teóricos. Los valores de entrada para la simulación propios de la combinación de propelentes elegida son basados en recomendaciones y usos más frecuentes:

- Temperatura de la hidracina: $T_F = 288K$
- Temperatura del tetróxido de nitrógeno: $T_O = 288K$
- Relación de mezcla Oxidante/Combustible para el generador de gases: $r_{gg} = 0,35$

r=1.08					
Parámetro	Valor Teórico	Aplicación del modelo			Error (Est/Teo)
		Estacionario	Dinámico	Error (Din/Est)	
Tc [K]	3258	3372.2128	3334	-1.1462 %	3.3869 %
c* [m/s]	1765	1850.2667	1837	-0.7222 %	4.6083 %
Mm [kg/kmol]	19.5	19.1841			-1.6467 %
Isp [s]	283	298.2836	296.2	-0.7034 %	5.1238 %
k	1.26	1.2252			-2.8404 %
pc [Pa]	6895000	6771073	6771000	-0.0011 %	-1.8302 %
F [N]		272332.7	270400	-0.7148 %	
Vsal [m/s]		2929.3666	2905	-0.8388 %	
Tgg [K]		2291.1071	2291	-0.0047 %	
η_F		78.203	78.22	0.0217 %	
η_O		80.413	80.43	0.0211 %	
NF [rpm]		17343.728	17640	1.6795 %	
NO [rpm]		19913.514	20060	0.7302 %	

 Tabla 3: Comparación de resultados para la relación de mezcla $r = 1,08$

r=1.34					
Parámetro	Valor Teórico	Aplicación del modelo			Error (Est/Teo)
		Estacionario	Dinámico	Error (Din/Est)	
Tc [K]	3152	3447.2994	3413	-1.0050 %	8.5661 %
c* [m/s]	1782	1811.9421	1800	-0.6635 %	1.6525 %
Mm [kg/kmol]	20.9	20.5029			-1.9368 %
Isp [s]	292	292.5091	290.6	-0.6570 %	0.1740 %
k	1.26	1.2208			-3.2110 %
pc [Pa]	6895000	6767153.2	6767000	-0.0023 %	-1.8892 %
F [N]		267060.6	265300	-0.6636 %	
Vsal [m/s]		2872.8201	2850	-0.8007 %	
Tgg [K]		2291.1074	2291	-0.0047 %	
η_F		78.207	78.22	0.0166 %	
η_O		80.324	80.34	0.0199 %	
NF [rpm]		18366.2893	18710	1.8370 %	
NO [rpm]		18730.4506	18860	0.6869 %	

 Tabla 4: Comparación de resultados para la relación de mezcla $r = 1,34$

En este último caso se destaca una diferencia mayor al 8% entre la temperatura de combustión teórica y la obtenida en la simulación, tanto estacionaria como dinámica. La magnitud de esta discrepancia es atribuible al mecanismo de reacción química utilizado, ya que el mismo comprende reacciones genéricas para sistemas C-H-O-N (ver Ref. [12, 15]).

4.2. LOX – LH₂

Los resultados obtenidos pueden compararse con los valores teóricos en las tablas 5 y 6. Los parámetros de entrada propios de la combinación de propelentes se listan a continuación:

- Temperatura de Hidrógeno: $T_F = 17K$
- Temperatura de Oxígeno: $T_O = 70K$
- Relación Oxidante/Combustible para el generador de gases: $r_{gg} = 0,9$

r=3.4					
3-Parámetro	Valor Teórico	Aplicación del modelo			Error (Est/Teo)
		Estacionario	Dinámico	Error (Din/Est)	
Tc [K]	2959	2966.8052	2955	-0.3995 %	0.2631 %
c* [m/s]	2428	2562.0366	2556	-0.2362 %	5.2316 %
Mm [kg/kmol]	8.9	8.7975			-1.1651 %
Isp [s]	386	413.0347	412.1	-0.2268 %	6.5454 %
k	1.26	1.2262			-2.7565 %
pc [Pa]	6895000	6805506.2	6805000	-0.0074 %	-1.3150 %
F [N]		377127.7	376300	-0.2200 %	
Vsal [m/s]		4054.9548	4042	-0.3205 %	
Tgg [K]		956.724	1182	19.0589 %	
η_F		78	84.96	8.1921 %	
η_O		80.358	80.37	0.0149 %	
NF [rpm]		47677.3506	48980	2.6596 %	
NO [rpm]		16236.5152	16370	0.8154 %	

 Tabla 5: Comparación de resultados para la relación de mezcla $r = 3,4$

r=4.02					
3-Parámetro	Valor Teórico	Aplicación del modelo			Error (Est/Teo)
		Estacionario	Dinámico	Error (Din/Est)	
Tc [K]	2999	3029.0216	3005	-0.7994 %	0.9911 %
c* [m/s]	2432	2432.6686	2422	-0.4405 %	0.0275 %
Mm [kg/kmol]	10	10.0185			0.1847 %
Isp [s]	389.5	393.4164	391.6	-0.4638 %	0.9955 %
k	1.26	1.2167			-3.5588 %
pc [Pa]	6895000	6805316.2	6805000	-0.0046 %	-1.3178 %
F [N]		359188.8	357600	-0.4443 %	
Vsal [m/s]		3862.1421	3841	-0.5504 %	
Tgg [K]		956.7239	1182	19.0589 %	
η_F		78	84.96	8.1921 %	
η_O		80.357	80.37	0.0162 %	
NF [rpm]		50808	52320	2.8899 %	
NO [rpm]		15950	16080	0.8085 %	

 Tabla 6: Comparación de resultados para la relación de mezcla $r = 4,02$

En ambos casos se pueden resaltar dos resultados que requieren mención:

1. La temperatura obtenida en el generador de gases arroja un resultado en el análisis dinámico un 19 % mayor que para el análisis estacionario: puede ser atribuido a que durante el análisis dinámico se realiza la apertura de las válvulas de propelentes con un tiempo de retardo respecto al comienzo del funcionamiento de las turbobombas. Esto deriva en un aumento de temperatura en el generador de gases en los instantes en que el caudal inyectado no es el nominal.
2. La velocidad de rotación de la bomba de Hidrógeno es mucho mayor a los valores usuales para bombas utilizadas en la actualidad: se trata a los propelentes en el interior de los conductos de alimentación como líquidos. Sin embargo, el rango de temperaturas para el cual el software *Cantera* permite considerar al Hidrógeno en este estado es muy pequeño (aproximadamente entre $11K$ y $20K$ para presión ambiente). Al utilizar el modelo con los propelentes a presiones mayores a la ambiente, es posible que se llegue a obtener una fracción de vapor en el caso del Hidrógeno, lo cual haría disminuir la densidad del mismo al momento de estimar la velocidad de rotación de la turbobomba. Esto explicaría, además, el aumento en el rendimiento de la bomba de Hidrógeno de alrededor de 8 % respecto al análisis estacionario.

4.3. LOX – Kerosene

Los valores de entrada utilizados para esta combinación de propelentes son los listados a continuación. En las Tablas 7 y 8 se resumen los resultados obtenidos.

- Temperatura del Kerosene: $T_F = 288K$
- Temperatura del Oxígeno: $T_O = 70K$
- Relación Oxidante/Combustible para el generador de gases: $r_{gg} = 0,4$

r=2.24					
Parámetro	Valor Teórico	Aplicación del modelo			Error (Est/Teo)
		Estacionario	Dinámico	Error (Din/Est)	
Tc [K]	3571	3500.0157	3500	-0.0004 %	-2.0281 %
c* [m/s]	1774	1726.1535	1726	-0.0089 %	-2.7719 %
Mm [kg/kmol]	21.9	23.1212			5.2817 %
Isp [s]	285.4	280.0419	280	-0.0150 %	-1.9133 %
k	1.24	1.2072			-2.7170 %
pc [Pa]	6895000	6805840.2	6806000	0.0023 %	-1.3100 %
F [N]		255678	255700	0.0086 %	
Vsal [m/s]		2749.1799	2746	-0.1158 %	
Tgg [K]		1454.746	1467	0.8353 %	
η_F		72.785	72.79	0.0069 %	
η_O		80.361	80.37	0.0112 %	
NF [rpm]		21447.0034	21960	2.3361 %	
NO [rpm]		17205.9312	17300	0.5438 %	

Tabla 7: Comparación de resultados para la relación de mezcla $r = 2,24$

r=2.56					
Parámetro	Valor Teórico	Aplicación del modelo			Error (Est/Teo)
		Estacionario	Dinámico	Error (Din/Est)	
Tc [K]	3677	3727.0472	3705	-0.5951 %	1.3428 %
c* [m/s]	1800	1727.1056	1721	-0.3548 %	-4.2206 %
Mm [kg/kmol]	23.3	24.7639			5.9114 %
Isp [s]	300	281.3114	280.4	-0.3250 %	-6.6434 %
k	1.24	1.1957			-3.7049 %
pc [Pa]	6895000	6805681.4	6805000	-0.0100 %	-1.3124 %
F [N]		256837	256000	-0.3270 %	
Vsal [m/s]		2761.7026	2750	-0.4255 %	
Tgg [K]		1454.746	1467	0.8353 %	
η_F		72.785	72.79	0.0069 %	
η_O		80.36	80.37	0.0124 %	
NF [rpm]		22433.1222	23020	2.5494 %	
NO [rpm]		16871.6857	16960	0.5207 %	

Tabla 8: Comparación de resultados para la relación de mezcla $r = 2,56$

En ambos casos se aprecia una variación mayor a 5 % entre los resultados obtenidos de la simulación y los valores teóricos de la masa molecular de los gases de combustión, diferencia atribuible al método utilizado para estimar propiedades del combustible como la presión de vapor y la viscosidad mencionadas oportunamente. Es esperable entonces obtener discrepancias en los parámetros que involucren la composición del gas producido durante la combustión, como el impulso específico y la relación de calores específicos del gas.

5. CONCLUSIONES

La comparación de los resultados obtenidos con el modelo presentado y los valores teóricos recopilados de la bibliografía muestra que el modelo conseguido logra ajustarse con márgenes aceptables a los resultados conseguibles mediante el estudio de un motor cohete ideal. Con esto se logró confeccionar una herramienta liviana que permite predecir aspectos de la performance de un sistema propulsivo utilizando sólo algunos parámetros de diseño, lo que lo hace de utilidad en la fase de proyecto de un motor cohete o a la hora de seleccionar un sistema propulsivo, ya que permite, además, realizar un análisis de sensibilidad de un sistema, comparando el impacto de la variación de uno o un conjunto de parámetros de diseño en los valores de performance generales del motor.

Sin embargo, las discrepancias de mayores magnitudes descriptas anteriormente demuestran que es necesario un trabajo más detallado en algunos aspectos del modelo, como la determinación de mecanismos de reacción particulares para cada combinación de propelentes, así como la composición química más precisa de cada uno. Es también un aspecto sobre el cual pueden introducirse mejoras el análisis de los conjuntos de turbobomba, que son tratados en este modelo como máquinas ideales y sin inercia, lo cual da como resultado mayores eficiencias y velocidades de rotación que las esperables en sistemas reales.

En general, los resultados obtenidos por el modelo son satisfactorios, ya que las desviaciones encontradas respecto a valores teóricos, o bien respecto al análisis estacionario con el mismo modelo, son esperables y predecibles, debido a que se persiguió la realización de un modelo matemático que permita prescindir de algunas idealizaciones y tomar en cuenta fenómenos que incumben al diseño de los distintos elementos del sistema.

REFERENCIAS

- [1] G. P. Sutton and O. Biblarz, *Rocket Propulsion Elements*, 8th ed. John Wiley & Sons, Inc., 2010.
- [2] D. Huzel and D. Huang, *Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines*, ser. Progress in Astronautics and Aeronautics. AIAA, 1992, vol. 147.
- [3] M. Turner, *Rocket and Spacecraft Propulsion. Principles, Practice and New Developments*, 3rd ed., ser. Springer-Praxis Books in Astronautical Engineering. Praxis Publishing Ltd., 2009.
- [4] A. J. Sobin and W. R. Bissel, "Turbopump Systems for Liquid Rocket Engines," NASA Space Vehicle Design Monograph, Lewis Research Center, Tech. Rep. SP-8107, 1974.
- [5] W. Ley, K. Wittmann, and W. Hallmann, Eds., *Handbook of Space Technology*. John Wiley & Sons, Ltd., 2009.
- [6] C. D. Brown, *Elements of Spacecraft Design*, ser. Education Series. AIAA, 2002.
- [7] D. G. Goodwin, H. K. Moffat, and R. L. Speth, "Cantera: An object-oriented software toolkit for chemical kinetics, thermodynamics, and transport processes," <http://www.cantera.org>, 2016, version 2.2.1.
- [8] A. Coker, *Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants*, 4th ed. Elsevier, 2010, vol. 2: Distillation, packet towers, petroleum fractionation, gas processing and dehydration.
- [9] National Institute of Standards and Technology, "NIST Standard Reference Database," <http://webbook.nist.gov/>, 2016.
- [10] A. C. Wright, "Nitric acid/Nitrogen Tetroxide Oxidizers," USAF Propellant Handbooks, Denver, Colorado, Tech. Rep. AFRPL-TR-76-76, 1977, vol. II.
- [11] S. Gordon and B. J. McBride, "Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications," NASA, Tech. Rep. 1311, 1994.
- [12] V. Yang, M. Habiballah, J. Hulka, and M. Popp, Eds., *Liquid Rocket Thrust Chambers: Aspects of Modeling, Analysis, and Design*, ser. Progress in Astronautics and Aeronautics. AIAA, 2004, vol. 200.
- [13] J. Tamagno, W. Schulz, and S. Elaskar, *Dinámica de los Gases*, ser. Serie Ingeniería. Universitas, 2013, vol. 1, Flujo Unidimensional Estacionario.
- [14] Crane Co., "Flow of Fluids through Valves, Fittings and Pipe," Crane Co., Tech. Rep. 410M, 1982.

- [15] M. C. Burrows, "Mixing and reaction studies of hydrazine and nitrogen tetroxide using photographic and spectral techniques," NASA, Tech. Rep. D-4467, 1968.