



## 4<sup>to</sup> Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica



# CÁLCULO NUMÉRICO DEL CAMPO ACÚSTICO EN UN VEHÍCULO LANZADOR

M. Coria<sup>a</sup>.

<sup>a</sup>Dpto. Aeronáutica., Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, av. 1 y calle 47, La Plata, Argentina.  
<http://www.ing.unlp.edu.ar/>

**Palabras claves:** Aeroacústica, Curle, Retraso temporal, SPL.

### Resumen

El campo de estudio que analiza los ruidos generados por el aire debido a su naturaleza turbulenta, se conoce como aeroacústica. En este trabajo se realiza el cálculo del ruido generado por el movimiento relativo del aire sobre un vehículo lanzador, más precisamente, se calcula el nivel de intensidad sonora (SPL) sobre el centro de un modelo 2D del vehículo. La metodología utilizada es aplicar la ecuación de Curle la cual es una modificación de la ecuación de Lighthill para poder considerar la interacción que existe entre las superficies sólidas con las ondas de presión, básicamente la ecuación de Curle calcula las fluctuaciones de presión en un campo fluido dinámico. La ecuación se aplica, en forma numérica, sobre el campo de velocidades y presiones del vehículo, el cual es obtenido por métodos computacionales de fluido dinámica (CFD).

La primera etapa del trabajo se basa en reordenar los datos del CFD, de manera de poder obtener archivos individuales de cada uno de los puntos del campo, cuyo contenido sea las fluctuaciones temporales de presión y velocidad, para esto se desarrolló una rutina mediante el lenguaje C++, el cual reordena los datos en un tiempo relativamente corto. Para el procedimiento de cálculo, se ubican observadores sobre la línea geométrica central del vehículo, a continuación mediante un código de programación se aplica la ecuación de Curle numérica (en todos los instantes de tiempo), sobre todos los puntos pertenecientes al campo de flujo, los cuales son llamados fuentes, el código evalúa la distancia existente entre fuente y observador, calcula el retraso temporal que tiene la emisión de la onda al salir de la fuente y llegar al observador, luego interpola los valores temporales de presión y velocidad del archivo de entrada, y finalmente para ese valor de retraso temporal evalúa en la ecuación. De esa manera, para cada uno de los observadores, se calcula las fluctuaciones de presión, finalmente se realiza un análisis de SPL, obteniendo los valores de intensidad acústica en una escala de dB en todos los puntos observadores. Los resultados obtenidos muestran que los valores de SPL en el centro del vehículo rondan los 84 dB, y que se incrementan hasta 84.8 dB hacia la mitad del vehículo, luego descienden a 84.5 dB aguas abajo.

## 1. INTRODUCCIÓN

Si bien el campo de estudio denominado aeroacústica, surgió ya hace 65 años, acompañando el complejo diseño de aviones a reacción, con la importante necesidad de reducir sus niveles de ruido aerodinámico; los fenómenos de la aeroacústica están más presentes en nuestras experiencias cotidianas de lo que uno imagina, así son ejemplos de éstos, el “silbido” producido por el viento sobre los cables de suministro eléctrico, o el ruido que provoca abrir una ventana en un automóvil en movimiento, y el sonido que se genera simplemente al soplar a través de una botella.

Si bien muchos resultados interesantes de la aeroacústica se obtienen por medios experimentales, actualmente gracias al uso de cálculo por computadoras, es posible estudiar este campo, mediante simulación numérica, es decir, simulando matemáticamente el sonido generado por flujos de aire. Esta disciplina es conocida como aeroacústica computacional (CAA “Computacional Aero-acoustics”).

Cabe aclarar una notable diferencia entre el concepto de sonido que utiliza esta disciplina, y el cual es de conocimiento más cotidiano, es decir, la definición básica de sonido sería, las sensaciones creadas producto de las fluctuaciones de presión alrededor del oído; mientras que en la aeroacústica el sonido se define como las fluctuaciones de presión propagadas como ondas a la velocidad del sonido.

Dentro de esta definición de sonido, surge una diferencia de conceptos, que es importante tenerla presente; entonces, el sonido es la fluctuación de presión, una onda de sonido, es la parte de las fluctuaciones que se propaga como onda, y fluctuaciones hidrodinámicas, son fluctuaciones en la presión debido a efectos de turbulencia.

## 2. MARCO TEÓRICO

Varios métodos y ecuaciones han sido desarrollados, para el cálculo de la generación/propagación del sonido.

Dentro del cálculo numérico pueden mencionarse métodos DNS (Direct Numerical Simulation), los cuales utilizan las ecuaciones generales del movimiento de un fluido; y métodos de ecuaciones escalares, obtenidas por pioneros del estudio de la aeroacústica como los son Lighthill y Curle. La primera alternativa exige una enorme potencia de cálculo, mientras que el segundo es más sencillo y exige menores recursos informáticos [4]. Por ende estos métodos (ecuaciones escalares) fueron seleccionados para este trabajo.

### 2.1. Ecuación de Lighthill

Esta ecuación se obtiene diferenciando respecto al tiempo la ecuación de continuidad (1), obteniéndose una ecuación diferencial parcial de segundo grado (2), luego para poder obtener una ecuación de onda para la densidad se pasa el término de convección a la derecha, y se suma de ambos lados el término  $-a_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2}$  llegando a la expresión denominada ecuación de Lighthill, donde T es llamado tensor de Lighthill, ver (3).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \cdot u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \rho \cdot u_i \cdot u_j}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} - \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - a_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3)$$

$$T_{ij} = \rho \cdot u_i \cdot u_j - \tau_{ij} + (p - a_\infty^2 \rho) \delta_{ij}$$

Si el término de la derecha, se asume conocido e independiente del lado izquierdo, la ecuación (3), puede verse como una ecuación de onda no homogénea en un medio isotrópico. Por lo tanto esta ecuación puede resolverse analíticamente, llegando a (4).

$$\rho(x, t) - \rho_\infty = \frac{1}{4\pi a_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_\infty \frac{T_{ij}}{r} dV(x, y) \quad (4)$$

Donde  $T_{ij} = T_{ij}(x, y, \tau)$ ,  $r = |X - Y|$  (es la distancia entre fuentes y observador),  $\tau = t - r/a_\infty$  (retardo temporal, se define como el momento en que la fuente emite la fluctuación de presión, y esta llega al observador al momento  $t$ ). Es importante notar que las fuentes son evaluadas en este retardo de tiempo  $\tau$  y no en el tiempo  $t$ .

## 2.2. Ecuación de Curle

La ecuación de Curle se trata básicamente de una extensión de la ecuación de Lighthill, en esta ecuación los efectos de bordes solidos presentes en el flujo sí son tenidos en cuenta.

Por ende, la ecuación de Curle es la ecuación de Lighthill mas un término que considera las contribuciones de las superficies solidas a la producción de sonido.

En el caso de superficies solidas fijas, la ecuación de Curle toma la forma (5).

$$\rho(x, t) - \rho_\infty = \underbrace{\frac{1}{4\pi a_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_\infty \frac{T_{ij}}{r} dV(x, y)}_{\text{término de Lighthill}} - \underbrace{\frac{1}{4\pi a_\infty^2} \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} \int_s \frac{n_j}{r} (p\delta_{ij} - \tau_{ij}) dS(x, y)}_{\text{contribución de superficies solidas}} \quad (5)$$

Como se mencionó en el párrafo anterior, la ecuación considera efectos de superficies sólidas, por lo tanto este trabajo, utiliza la ecuación de Curle.

## 3. ADAPTACIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE CURLE

Para la implementación de la ecuación de Curle los programas de cálculo desarrollados, se transforma la expresión (5), en una expresión numérica (7) y (8).

Para ello se hace una diferencia entre lo que son las contribuciones del termino de Lighthill, (de aquí en adelante se denomina *contribución de volumen*) y las contribuciones de superficies. Entonces la suma total de ambas contribuciones da la variación de densidad total, la cual se convierte en una variación de presión dividiendo por  $a_\infty^2$ , ver (6).

$$\frac{\rho(x, y, t) - \rho_0}{a_\infty^2} = \frac{[\rho_v(x, y, t) - \rho_{0,v}] + [\rho_s(x, y, t) - \rho_{0,s}]}{a_\infty^2} \quad (6)$$

$$p(x, y, t) - p = [p_v(x, y, t) - p_{0,v}] + [p_s(x, y, t) - p_{0,s}]$$

$$p_v(x, y, t) - p_{0,v} = \sum_{\text{volumen}} \frac{V_c}{4\pi} \left[ \frac{l_i l_j}{a_\infty^2 \cdot r_c} \ddot{T}_{ij}^v + \frac{3l_i l_j - \delta_{ij}}{r_c^2 \cdot a_\infty} \dot{T}_{ij}^v + \frac{3l_i l_j - \delta_{ij}}{r_c^3} \bar{T}_{ij}^v \right] = \Delta P_v \quad (7)$$

$$p_s(x, y, t) - p_{0,s} = \sum_{\text{superficies}} \frac{l_i n_j A_j}{4\pi} \left[ \frac{\dot{p}^s \cdot \delta_{ij} - \dot{\tau}^s_{ij}}{a_\infty \cdot r_c} + \frac{\bar{p}^s \cdot \delta_{ij} - \bar{\tau}^s_{ij}}{r_c^2} \right] = \Delta P_s \quad (8)$$

Donde

$A_{ij}$ : Área de los elementos finitos de superficie.

$n$  : Vector ortogonal a la superficie, apuntado hacia el fluido.

$r_c$ : Distancia entre observador y centro de la fuente. ( $l_i$   $l_j$ , Son sus componentes x e y).

$p_v$ : Contribución de presión por elementos volumen. (Primer término de la ecuación (5))

$p_s$ : Contribución de presión por elementos superficie solida (Segundo término de la ecuación (5))

$p_o$ : Presión atmosférica.

#### 4. METODOLOGÍA IMPLEMENTADA

La ecuación de Curle (en su forma numérica), se aplica entonces al campo del flujo que rodea al vehículo lanzador. Previo a la descripción de este procedimiento se describen las características y condiciones generales del vehículo. (ver Tabla 1)

La representación del vehículo lanzador, se realiza mediante un modelo 2D, elaborado en un programa del tipo CFD (computational fluid dynamic). A su vez la representación del campo de flujo que rodea al vehículo, se realiza con el mismo tipo de programa, es importante aclarar que, debido a la simetría axial del vehículo, y por ende del flujo circundante, el modelo se reduce a un esquema 2D axial simétrico (ver Figura 2: Mallado en CFD de medio vehículo. ).

Característica	Magnitud
Longitud	14,5 [m]
Diámetro	1,75 [m]
Velocidad de corriente libre	300 [m/s]
Tiempo de la simulación	1 [s]
Altura	6000 [m]
Método	URANS Compresible (basado en presiones)
Modelo de turbulencia	k-e (k épsilon) realizable
Simulación	Axial-simétrico 2D
Mallado	No estructurado
Tipo de elementos malla	Triangulares y cuadriláteros en capa limite
Cantidad de elementos	72182
Frec. de adquisición de datos	1000 [Hz]

Tabla 1: Características generales y datos de la simulación en CFD.

En la resolución de la ecuación de Curle, el termino de contribuciones de superficies, se aplica solo sobre la superficie en cuestión, en nuestro caso 2D, es sobre el contorno del vehículo. En cambio la ecuación de contribución de volúmenes se aplica en todo el campo de flujo que rodea al vehículo.

Se define un sistema de eje ortogonal, donde el eje horizontal x, coincide con el eje central del vehículo.

(Ver figura 1)

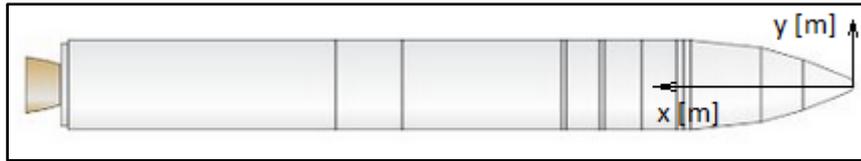


Figura 1: Sistema de ejes de referencia del vehículo lanzador.

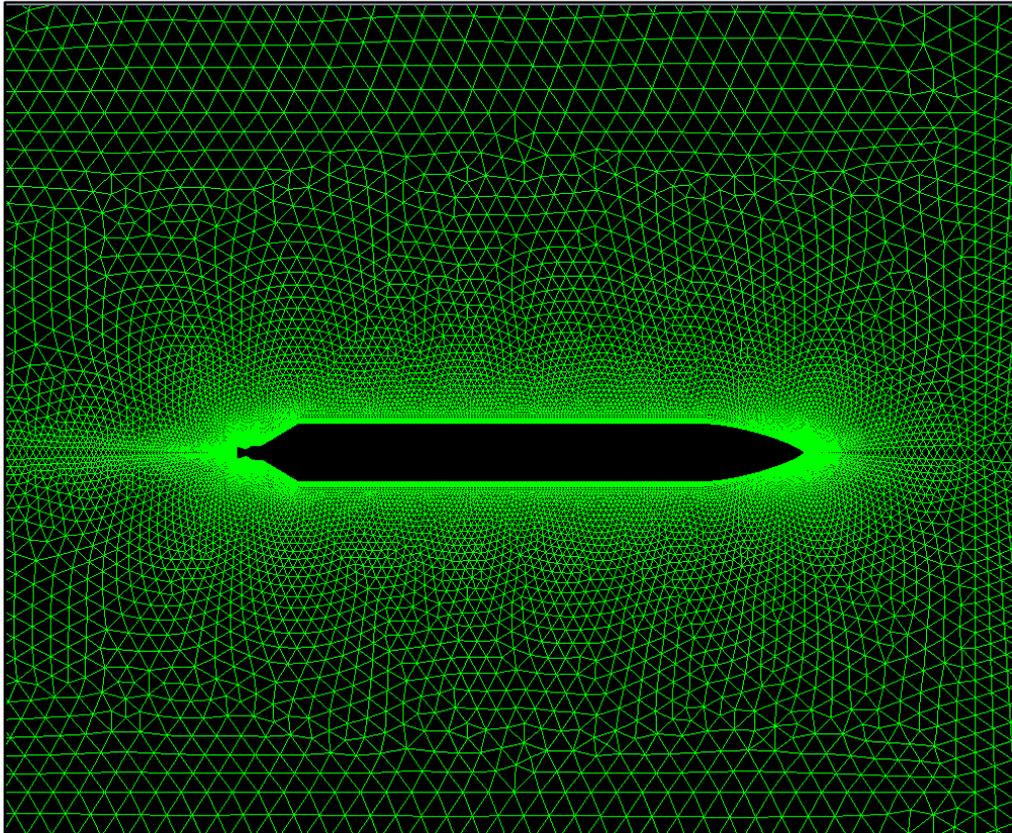


Figura 2: Mallado en CFD de medio vehículo.

#### 4.1. Reorganización de datos de entrada

Los datos obtenidos en el modelo de CFD, se tratan de diferentes campos transitorios (velocidad, presión y tensión), estos están agrupados según tres tipos de archivos.

- Archivos con datos de presión estática y área del elemento finito.
- Archivo con datos de velocidad horizontal y velocidad vertical.
- Archivos con datos de tensión de interface (pared-aire).

Se cuenta con 1000 archivos da cada tipo, correspondientes a los datos transitorios de cada una de las magnitudes físicas mencionadas. Por ende, cada archivo representa un estado del flujo “una foto”, para un tiempo dado; a su vez, cada archivo posee todos los puntos del campo, estos puntos corresponden al centro de la celda del elemento malla, los cuales son 72182 puntos.

Debido a la necesidad de calcular interpolaciones temporales la organización de entrada de los datos anterior, no resulta muy útil, por lo que se reagrupa los datos, de forma de obtener, para cada uno de los puntos, un archivo con su evolución temporal de los diferentes campos mencionados (presión, velocidad, tensión). La siguiente figura, (Figura 3), esquematiza a modo de ejemplo, como se pretende re-agrupar los datos, de manera de obtener un archivo por cada punto.

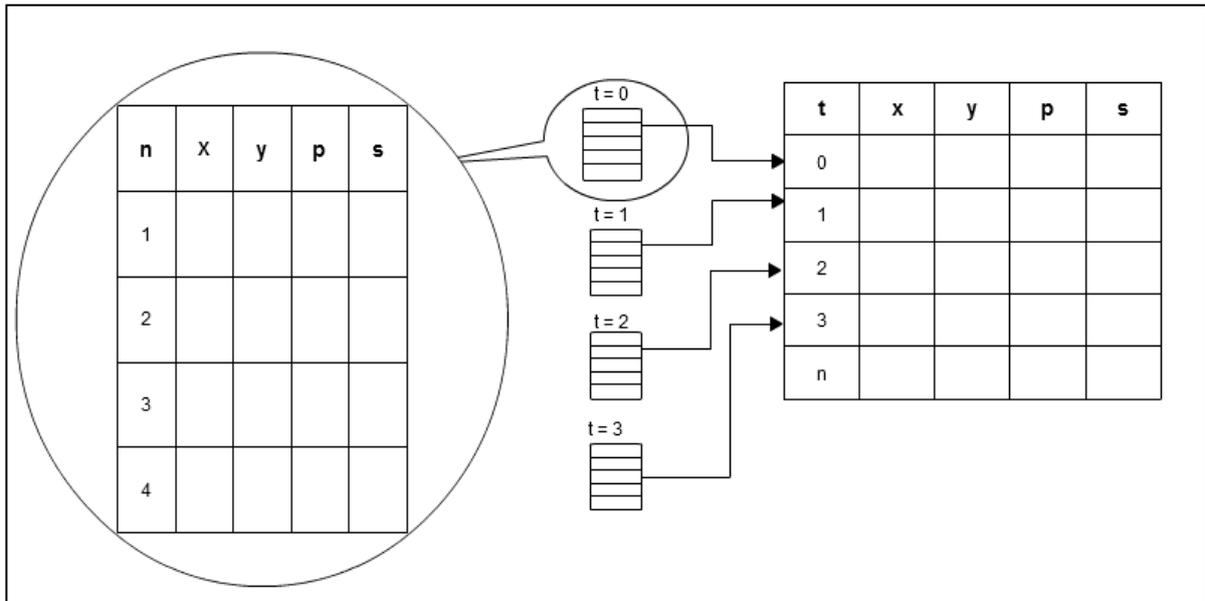


Figura 3: Re-organización de datos de entrada

#### 4.2. Evaluación temporal de la ecuación de Curle

Ambos términos de la ecuaciones (7) y (8), se evalúan en un tiempo  $\tau$ , correspondiente al tiempo en que se emite la onda desde la fuente, por lo tanto los valores de presión, velocidad y tensiones a utilizar para calcular el tensor  $T_{ij}$ , son los que se dan para un tiempo anterior a  $t$ . Es decir, en el tiempo  $t$  el tensor toma los valores de un tiempo  $\tau = t - r/a_\infty$  donde  $r$  es la distancia observador-fuente y  $a_\infty$  es la velocidad del sonido. (Ver también [retardo temporal](#))

Debido a que el tiempo es discreto, con un valor de paso de 0.001s, ciertos valores de  $\tau$  no existen, por ende tampoco existen los valores del campo (presiones velocidades y tensiones) necesarios para calcular el tensor  $T_{ij}$ . Esto se resuelve, entonces, implementado un algoritmo que interpola entre los dos instantes de tiempo existentes más cercanos. (Figura 4)

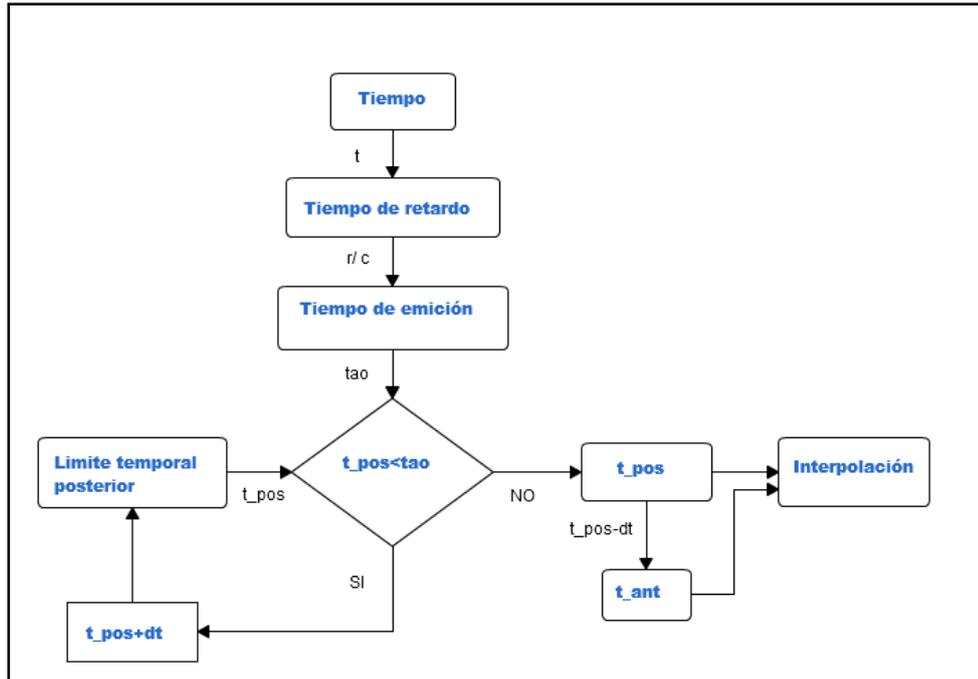


Figura 4: Diagrama de flujo de la interpolación temporal

### 4.3. Ubicación de Observadores

El objetivo del trabajo es obtener el sonido que alcanza la zona central del vehículo, (ésta zona es considerada como campo lejano, en la cual solo tienen lugar fenómenos acústicos, ya que los efectos fluidodinámicos quedan relegados al exterior del vehículo) para ello, se dispone de una grilla de observadores situados a lo largo del eje central con una separación entre sí de 0.5 m. (ver figura 5) Estos son entonces, los puntos donde se evalúa la ecuación de Curle.

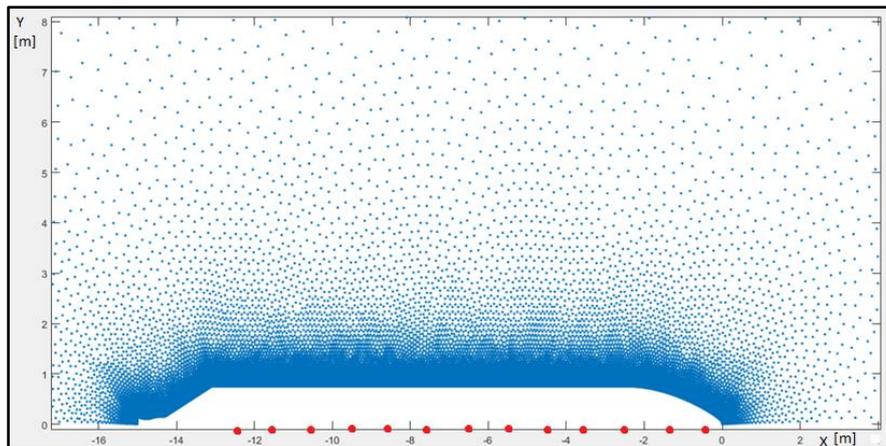


Figura 5: Observadores (en rojo), fuentes (en azul)

### 4.4. Calculo de sonido

Para el cálculo del nivel de sonido o presión acústica, se utiliza una escala de presión denominada SPL (sound pressure level) y se corresponde con la siguiente ecuación (9).

$$dB = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{p_{rms}}{p_{ref}} \right) \quad (9)$$

A saber:

$p_{rms}$ : Presión media cuadrática.

$p_{ref}$ : Presión de referencia (aproximadamente el umbral de audición en aire) 20  $\mu$ Pa. (Micro-pascales).

El cálculo de  $p_{rms}$  se aplica al resultado de sumar ambos términos de contribuciones (7) y (8).

## 5. RESULTADOS

Los resultados obtenidos para la contribución de superficies muestran que para un punto observador dado, no se presentan variaciones de  $P_s$  temporales; mientras que para los diferentes observadores ubicados a lo largo de la línea media del vehículo, sí se presentan variaciones de  $P_s$  (Figura 6).

Por otro lado, se puede apreciar un pico de  $\Delta P_s$  en la coordenada +9.5 m aproximadamente.

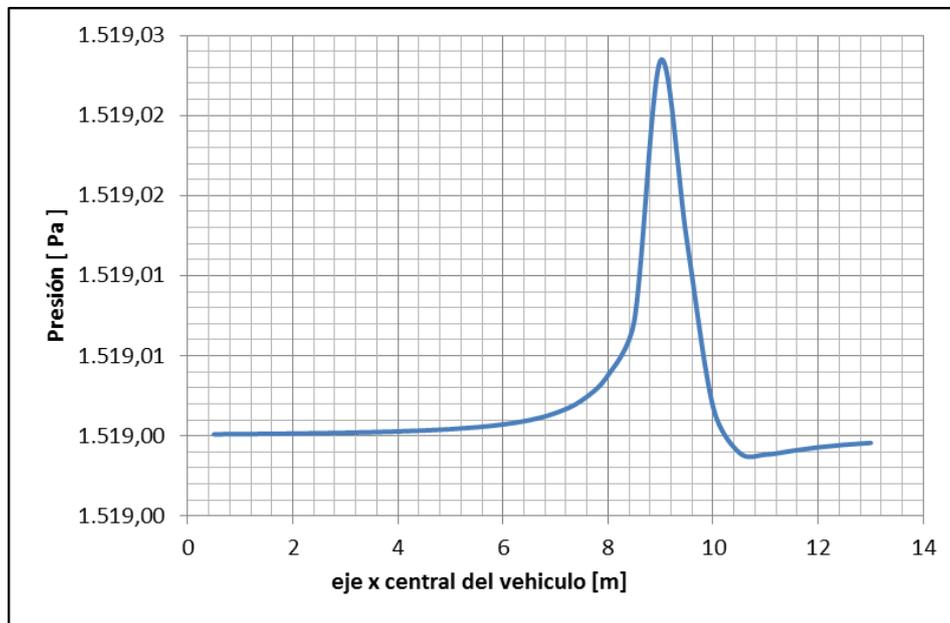


Figura 6:  $P_s$  en función de la coordenada  $x$  del observador.

Los resultados obtenidos, para la contribución de volumen, muestran que para un punto observador de ejemplo, se presentan variaciones de  $P_v$  temporales pequeñas, (del orden de 0.01 Pa) y con un valor prácticamente constante de 134 Pa; (Figura 7). Este valor constante de presión se debe que al sumar las fluctuaciones de presión del total de fuentes, estas están desfasadas entre sí, llevando el resultado de la suma a un valor aproximadamente constante.

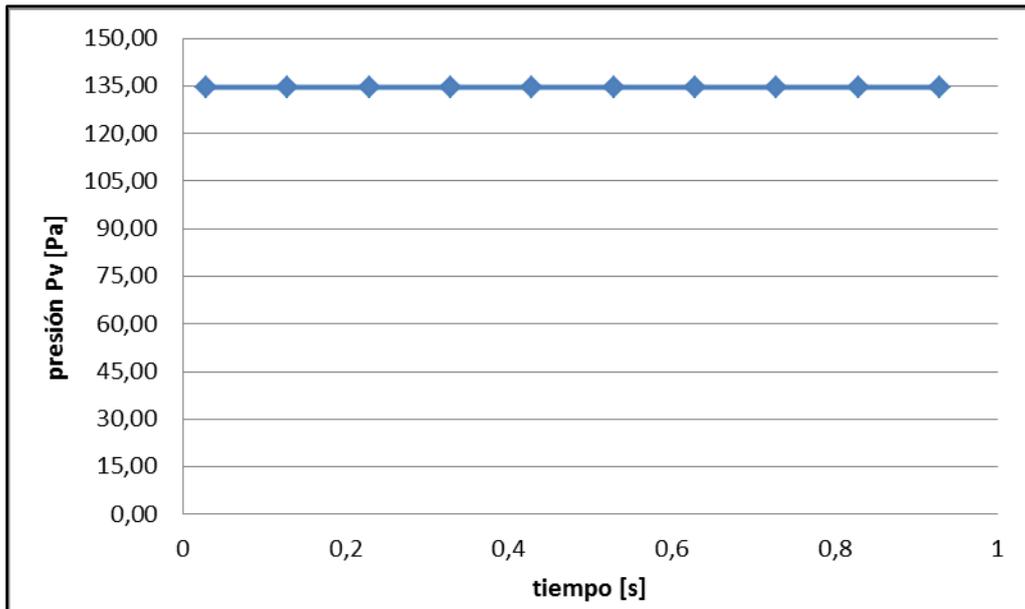


Figura 7: Variación e Pv temporal para el observador ubicado a 5,5 m

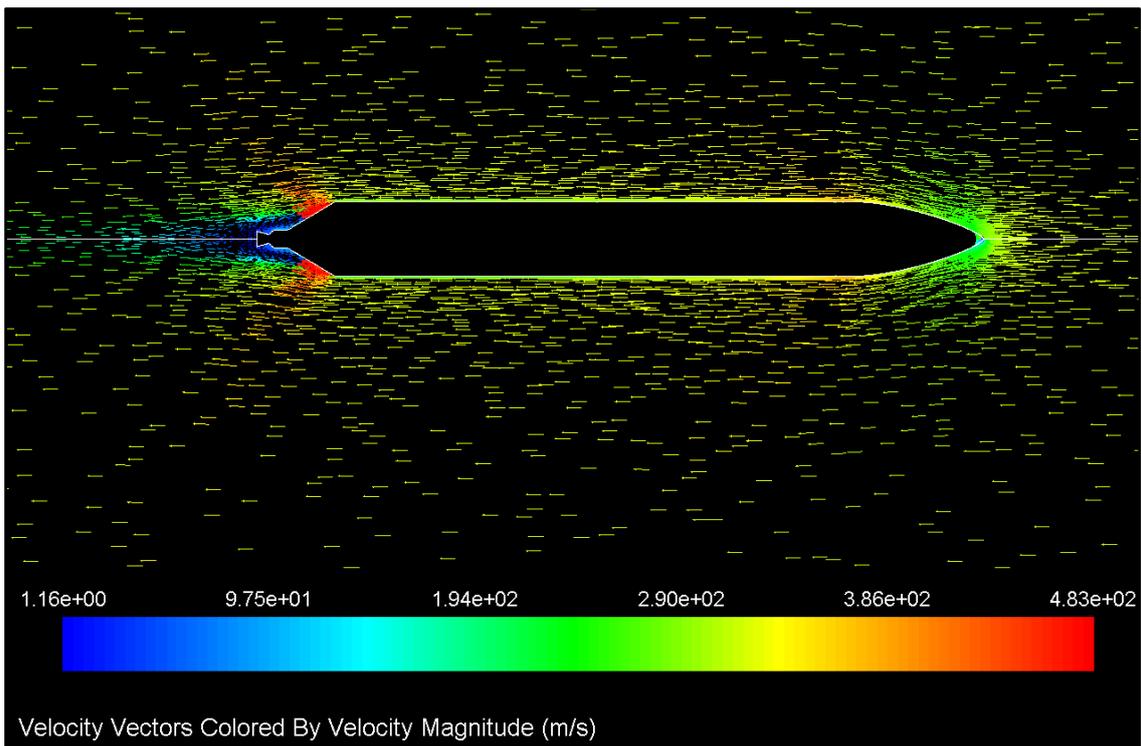


Figura 8: Perfil de velocidades

Los niveles de sonido que se alcanzan en la ubicación de los observadores se obtienen según se explicó en la sección 4.4. Los resultados se resumen en la siguiente tabla. (Tabla 2)

x [m]	Presión sonora [dB]
12,5	84,69
11,5	84,72
10,5	84,75
<b>9,5</b>	<b>84,78</b>
<b>8,5</b>	<b>84,81</b>
<b>7,5</b>	<b>84,84</b>
<b>6,5</b>	<b>84,78</b>
5,5	84,73
4,5	84,67
3,5	84,62
2,5	84,56
1,5	84,51
0,5	84,46

Tabla 2: Niveles de sonido en los observadores.

Se observa que los valores de sonido se mantienen cerca de los 84.5 dB, también se observa el pico de 84.8dB en las cercanías a el pico de los valores de Ps mostrados en la Figura 6.

## 6. VALIDACION

Los algoritmos y las rutinas de cálculo, utilizados para el caso de estudio del vehículo lanzador, fueron previamente utilizados y validados sobre una geometría de cavidad, de las cuales se cuenta con resultados experimentales, para poder comparar y verificar resultados. Ver [1]

## 7. CONCLUSIONES

- Las contribuciones de superficie al sonido, cuentan con más peso en el resultado final (90%), se cree que debido a que donde se produce la mayor contribución de sonido debido a las tensiones de interface.
- El mayor valor de sonido calculado es de 84.8 dB. Se debe recordar que la naturaleza de este sonido es puramente aeroacústico, es decir se considera al vehículo con motor apagado.
- En la práctica podemos considerar que los niveles de sonido son contantes, (Las variaciones en los valores de dB a lo largo de los observadores, son del orden de los 0,1dB.) esto resulta razonable dada la geometría del modelo utilizado debido a que el perfil de velocidad se mantiene constante a lo largo del vehículo.

## REFERENCIAS

- [1] *Derivation of the instantaneous pressure and the application of an acoustic analogy to PIV data from a rectangular cavity flow.* Christian Haigermoser
- [2] *“Computational Aero acoustic for Vehicle Applications”.* Johan Larsson ,2002.
- [3] *“C++ para Ingeniería y Ciencia”* ,2da Edición Gary J.Bronson.

[4] “Numerical Method for Modeling of Acoustic Waves Propagation”, Sławomir DYKAS, Włodzimierz WRÓBLEWSKI, Sebastian RULIK, Tadeusz CHMIELNIAK,