

4^{to} Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica



IDENTIFICAÇÃO DOS PARAMETROS MODAIS ESTRUTURAIS DE UM MOTOR-FOGUETE UTILIZANDO EXCITAÇÃO ACÚSTICA

N.Costa^{AB}, T. Oliveira^B, R. Pirk^B, E. Camargo^B

^ABrüel & Kjær Brazil. 276, Laguna st, São Paulo, Brazil. <u>http://www.bksv.com</u>

^BDepartamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial, Instituto de Aeronáutica e Espaço, Praça Eduardo Gomes, 50, 12.228-904, São José dos Campos, SP, Brazil.

Palavras chave: Identificação, modos acústicos, modos estruturais, Análise Modal, Carga Útil.

Resumen

Durante uma missão de lançamento, um motor-foguete é exposto a condições ambientais de alta intensidade, quando níveis de ruído acústico e vibração estrutural são considerados. Desta maneira, o conhecimento dos parâmetros dinâmicos deste sistema vibro-acústico é de grande importância para o estabelecimento de critérios de projeto. Buscando identificar os modos estruturais de um sistema espacial, foi realizada análise de uma estrutura cilíndrica (em escala 1:14) a partir da montagem de um setup experimental, com o objetivo de validar os parâmetros modais, calculados numericamente. A configuração principal do setup de teste está baseada na excitação acústica da estrutura utilizando uma fonte de ruído acústico, um microfone para a medição do sinal de excitação e acelerômetros para as obtenções das respostas do corpo estrutural. A identificação dos parâmetros modais é feita utilizando-se a técnica de Análise Modal e uma correlação com os dados simulados através de modelo numérico por elementos finitos é feita. Observa-se nesta comparação teórica vs. experimental uma boa correlação dos modos estruturais, com desvios da ordem de 5% obtidos nos modelos para os primeiros modos de flexão e respiração. Foram identificados ainda modos estruturais, devido ao acoplamento vibro-acústico, correspondentes ao efeito do sistema acústico (resposta da cavidade acústica do tubo) na resposta estrutural do sistema.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Análise Modal

O corpo estrutural de um motor-foguete é um componente essencial para uma missão espacial, sendo submetido a condições ambientais de alta intensidade, que podem interferir na performance e comprometer a sua missão devido aos altos níveis de ruído acústico e vibração estrutural gerados nas diferentes fases do voo. Dentre estas fases, podem-se considerar as excitações acústicas geradas durante a decolagem (lift-off), na passagem para o voo transsônico e máxima pressão aerodinâmica, como momentos críticos do voo, que devem ser estudados e caracterizados durante o desenvolvimento de veículos lançadores.Considerando-se um motor-foguete como um sistema vibro-acústico, deve-se investigar o comportamento de tal sistema, utilizando ferramentas para a identificação de parâmetros dinâmicos.

O conhecimento das respostas de sistemas vibro-acústico, quando submetidos a excitações dinâmicas, é de grande importância para o estabelecimento de critérios para o cálculo de trajetória de lançadores, bem como o leiaute para o correto posicionamento de equipamentos embarcados. Por outro lado, antes de identificar as vibrações indesejadas e adotar medidas para a atenuação de vibrações em uma estrutura, é necessário conhecer as oscilações naturais do sistema e suas fontes de excitação [1].Os parâmetros modais de uma estrutura são caracterizados pela forma modal, frequência natural e fator de amortecimento. Quando uma estrutura é excitada, a sua resposta resulta de uma combinação dos modos de vibração atuando simultaneamente. Portanto, ao analisar essa resposta é possível recuperar os parâmetros modais [2].

Na análise modal teórica, os sistemas podem ser representados por modelos matemáticos, através de problemas de auto-valor e auto-vetor, os quais podem ser descritos utilizando modelos analíticos e numéricos. O método dos elementos finitos [3] é largamente difundido em vários setores da engenharia, com bons resultados. Por outro lado, dentre os métodos experimentais para a determinação dos parâmetros modais de estruturas, pode-se citar a Análise Modal Experimental (EMA), ou clássica, e a Análise Modal Operacional (OMA).

Durante o desenvolvimento e projeto de sistemas espaciais, deve-se adotar a técnica da análise modal, visando ao conhecimento do comportamento dinâmico destas estruturas. É comum, durante a fase de desenvolvimento, realizar a análise modal completa, onde são adotadas técnicas de análise modal teórica, bem como a análise modal experimental visando à validação a atualização de tais modelos teóricos. Na EMA, o modelo modal do sistema dinâmico é obtido por meio das estimativas das Funções de Resposta em Frequência (FRFs). Uma combinação de excitação e respostas em diferentes posições da estrutura permite a obtenção de um conjunto de FRFs, as quais possibilitam a determinação das matrizes modais (massa, rigidez e amortecimento) e consequente identificação dos parâmetros modais da estrutura [1]. Por outro lado, na Análise Modal Operacional os parâmetros modais são identificados a partir das próprias condições de operação da estrutura, ou seja, é baseada apenas nas respostas estruturais do modelo [4].

Este artigo apresenta os testes modais realizados numa estrutura cilíndrica em escala de um motor-foguete. É importante destacar que, nesta investigação inicial, uma estrutura em escala reduzida foi utilizada visando à caracterização e comparação de resultados numéricos vs. experimentais. Estes estudos deverão ser estendidos para uma estrutura real do motor-foguete, em trabalhos futuros. Nestes testes, realizados através das técnicas EMA e OMA, utilizou-se um gerador e uma fonte de ruído acústico para a excitação do sistema vibro-acústico, um microfone para a obtenção das pressões sonoras dentro da cavidade acústica da estrutura e seis acelerômetros para as medições das respostas do corpo estrutural do motor-foguete. Inicialmente, a EMA foi adotada para identificar os modos operacionais acusto-estruturais. As Funções de Resposta em Frequencia [g/Pa] foram utilizadas para obter os parâmetros modais acústicos não fazer parte do escopo deste trabalho, é importante conhecer as respostas da cavidade acústica do sistema, já que o aparecimento de modos acoplados na resposta estrutural do motor-foguete é bastante provável. No segundo passo, os parâmetros modais estruturais do motor-foguete foram identificados, utilizando a OMA, a partir de uma excitação acústica (ruído branco).

Finalmente, uma correlação dos parâmetros modais estruturais da estrutura do motor-foguete, obtidos experimentalmente, com aqueles obtidos por um modelo numérico através do Método dos Elementos Finitos (FEM) foi feita.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Foi realizada análise modal da estrutura em escala do motor-foguete. Para a análise numérica, foi utilizado o Método dos Elementos finitos (FEM). A validação do modelo numérico foi feita através de uma montagem

experimental da referida estrutura, na condição de contorno livre-livre e excitada acústicamente com ruído branco. As técnicas EMA e OMA foram adotadas para a caracterização dos parâmetros modais estruturais, conforme descrito abaixo.

2.1. Modelo de Elementos Finitos (FEM)

O método dos elementos finitos é utilizado como uma técnica de predição numérica para a solução de problemas de engenharia, que consiste em descobrir a distribuição de uma (ou várias) variável (eis) de campo num domínio contínuo, governado por um conjunto apropriado de equações parciais diferenciais e condições de contorno. O FEM (veja por exemplo ZIENKIEWICZ [3] é baseado em dois conceitos:

- Transformação do problema original em uma formulação integral equivalente ("weighted residual" ou variacional);
- Aproximação das distribuições das variáveis de campo e da geometria do domínio contínuo em termos de um conjunto de funções de forma, que são localmente definidas dentro de pequenos sub-domínios (elementos finitos) do domínio contínuo.

Através da aplicação do conceito de elemento, o problema original para a determinação das distribuições das variáveis de campo num domínio contínuo é aproximadamente transformado em um modelo das variáveis de campo em algumas posições (nodais) discretas, dentro de cada elemento. Esta transformação resulta num conjunto de equações algébricas para as quais procedimentos de solução numérica são disponíveis.

A estrutura elástica é assumida do tipo casca, a qual tem espessura fina, já que efeitos significantes de acoplamentos vibroacústicos ocorrem principalmente em estruturas elásticas de baixa rigidez e massa.

Para estes tipos de estruturas, o campo de deslocamento é geralmente caracterizado em termos dos componentes de deslocamentos da superfície media da casca estrutural, que devem ser descritos num sistema de coordenadas local (s_1, s_2, n) , posicionado na superfície média (veja Figura 1). As direções das coordenadas $s_1 e s_2$ são localizadas no plano da superfície media, enquanto que *n* representa a direção normal 'a superfície média com a orientação positiva para fora do domínio fluido.



Figura 1: sistema de coordenadas de uma casca

Os componentes de deslocamentos correspondentes da superfície média w_{s1} , w_{s2} e w_n são governados pelo seguinte tipo de equações lineares dinâmicas,

$$\left(\begin{bmatrix} \hat{L}_{s} \end{bmatrix} - \omega^{2} \begin{bmatrix} \hat{M}_{s} \end{bmatrix}\right) \cdot \begin{bmatrix} w_{s1}(\boldsymbol{r}) \\ w_{s2}(\boldsymbol{r}) \\ w_{n}(\boldsymbol{r}) \end{bmatrix} = \begin{cases} \widetilde{f}_{s1}(\boldsymbol{r}) \\ \widetilde{f}_{s2}(\boldsymbol{r}) \\ \widetilde{f}_{n}(\boldsymbol{r}) \end{cases}, \ \boldsymbol{r} \in \Omega_{s}.$$
(1)

 $\begin{bmatrix} \hat{L}_s \end{bmatrix}$ é uma matriz (3x3) de operadores diferenciais, que governam as forces elástica e de amortecimento na estrutura da casca e os elementos da matriz (3x3), $\begin{bmatrix} \hat{M}_s \end{bmatrix}$, representam os parâmetros inerciais da estrutura. O termo do lado direito da Equação (1) representa a distribuição das forças aplicadas mecanicamente (força por unidade de área) na estrutura.

As equações dinâmicas da Equação (1) descrevem os diferentes tipos de ondas na estrutura elástica. Com s sendo o número de tipos de ondas, o campo de deslocamento estrutural é unicamente definido, se s condições de

contorno são especificadas em cada ponto do contorno Γ_s da superfície Ω_s . Uma formulação geral destas condições de contorno é:

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{L}}_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{b}} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} w_{s1}(\boldsymbol{r}) \\ w_{s2}(\boldsymbol{r}) \\ w_{n}(\boldsymbol{r}) \end{cases} = \{ \overline{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{s}}(\boldsymbol{r}) \}, \quad \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{s}},$$

Onde $[\hat{L}_{s,b}]$ é uma matriz (sx3) de operadores diferenciais, que governam as condições de contorno apropriadas e $\{\bar{g}_s(r)\}$ é um vetor (sx1) das correspondentes funções prescritas.

A estrutura do motor-foguete, construída em alumínio, foi modelada utilizando FEM. A Tabela 1 descreve as características principais adotadas como material da estrutura. Considerou-se no modelo a densidade do material como sendo 3.305 Kg/m³, calculada a partir dos parâmetros de massa e volume reais da estrutura. Adotou-se a mesma geometria da maquete estrutural (descrita no item 2.2) foi utilizada neste protótipo virtual.

Alumínio			
Densidade	3.305 Kg/m ³		
Módulo de Young	70E9 N/m ²		
Razão de Poisson	0,33		

Tabela 1: Características do material

O modelo numérico foi construído utilizando o programa COMSOL versão 4.3b, na condição de contorno livre-livre. Foram utilizados 34.343 elementos para a discretização da estrutura, que satisfez a condição de pelo menos 12 elementos por comprimento de onda, considerando a análise até 3.000 Hz. A malha gerada com elementos sólidos, totalizou 119.319 graus de liberdade. A Figura 2 ilustra a geometria considerada, bem como a malha de elementos finitos gerada para a análise estrutural da maquete do motor-foguete.



Figura 2: Geometria e malha de elementos finitos da maquete do motor-foguete

2.2. Propagação Sonora em Tubos Abertos-Fechados

Quando o som é gerado em uma cavidade tubular, a onda sonora tende a expandir-se ao longo do espaço. Sendo o diâmetro do tubo suficientemente menor que um comprimento de onda, pode-se considerar a propagação

(2)

livre de ondas sonoras planas no interior da cavidade, até que essas ondas encontrem um novo meio, ocasionando uma troca de impedância na condição de propagação.

Se o tubo possui uma extremidade fechada, a impedância sonora nesse ponto é muito alta (podendo ser considerada infinita em um modelo ideal), ocasionando a reflexão total da onda sonora para a direção normal a propagação. Em caso de extremidade aberta, parte da energia sonora na extremidade também é refletida, pois o ar confinado pelas paredes laterais do tubo em regiões de mínima pressão (extremidade aberta) agem como uma mola, empurrando a massa de ar próxima a terminação de volta para o interior do tubo, análogo à um sistema massa-mola.

Para determinadas frequencias, a parcela de onda refletida se soma à onda incidente ocasionando o fenômeno de ondas estacionárias confinadas no interior do duto. Isso leva a ocorrência de ressonâncias, cujas frequências dependerão do comprimento do tubo na direção de propagação da onda, como cita Long em [5]

Segundo Kuttruff [6], para um tubo aberto-fechado, a onda estacionária resultante possuirá um máximo de pressão (vale) na extremidade fechada e um mínimo (nó) na extremidade aberta. Dessa forma, os modos do tubo podem ser encontrados quando o comprimento do duto for igual a um múltiplo ímpar de um quarto do comprimento da onda. O cálculo para a obtenção das frequencias acústicas em um tubo com uma extremidade aberta e outra fechada é dado pela Equação (3) [7]:

$$f_n = \frac{(2n-1)C_0}{4l}$$

(3)

Sendo f_n a frequência de ressonância, C_0 a velocidade do som no interior do tubo e l o comprimento do tubo para [n=1,2,3...].

Por ser uma cavidade cilíndrica com parede em uma das terminações o objeto deste estudo, a teoria de propagação ondulatória em tubos foi julgada relevante para determinar o comportamento acústico no interior do motor-foguete. Para a identificação de possíveis modos estruturais devido ao acoplamento vibro-acústico, julgouse necessário o cálculo analítico das primeiras frequências acústicas da cavidade interna à estrutura tubular, utilizando a Equação (3). Os valores das frequências naturais acústicas são descritas na Tabela 2.

	Modo 1	Modo1	Modo3	Modo 4
Frequencia [Hz]	115,9	347,6	579,4	811,1

Tabela 2: Modos acústicos analíticos calculados.

2.3. Setup Experimental

O setup de medição é composto por dois módulos de 6 canais. O primeiro módulo (LAN XI 3050-A-4/2) foi utilizado para a excitação acústica da estrutura, enquanto que o segundo módulo (LAN XI 3050-A-6/0) foi utilizado para a aquisição dos dados do ensaio. Ambos os módulos foram inseridos em um Frame de aquisição de sinais LAN XI do tipo 3060-C-100. A aquisição dos dados foi realizada com os Softwares PULSE Labshop versão 21e OMA[®].

A maquete em escala do motor-foguete testada tem 70 mm de diâmetro, 805 mm de comprimento e massa de 1,4 kg. Ao longo da estrutura do motor-foguete foram posicionados 6 acelerômetros do tipo 4514-B-04 para as medições das respostas estruturais, enquanto que um microfone de referência do tipo 4189 foi posicionado perto da garganta da fonte de ruído para as medições das oscilações de pressões acústicas. A fonte de ruído do tipo *Mid/High-Frequency Volume Source* (LMS), foi utilizada para a excitação da acústica interna da estrutura tubular, na parte inferior da estrutura e inserida 10mm no interior do motor. A Figura 3 mostra o set up de medição. A estrutura foi posicionada verticalmente na condição de contorno livre-livre, utilizando-se fios de nylon.



Figura 3: Setup experimental

2.4. Sequência do Ensaio

2.4.1 Análise Modal Experimental Clássica (EMA)

A EMA possibilita a obtenção das características dinâmicas do sistema a partir de Funções de Resposta em Frequencia (FRF), definindo uma relação direta entre a entrada (excitação) e a saída (resposta) do sistema [1]. Desta maneira, estas FRF foram utilizadas para, numa análise visual, garantir que a fonte de ruído adotada era capaz de excitar os modos estruturais do motor-foguete.

A FRF pode ser definida como a Transformada de Laplace da função de resposta ao impulso, [4]. Em termos físicos, a FRF representa a amplitude e a fase da resposta no estado estacionário de um sistema a um grau de liberdade com amortecimento viscoso submetido a uma força harmônica unitária e frequência ω .

Para a definição das frequências de ressonância da estrutura foi gerado um sinal de varredura senoidal (swept sine) conforme mostrado na Figura 4.

🛱 Generator 3		
Setup Channel Waveform Sine Dual Swept Sine Dual Swept Sine Swept Sine - Sine Rendom Pesudo Random Periodic Random User Defined	Signal Level 200m Vrms Start Frequency 10 Hz Stap Frequency 2k Hz Start Phase 0 deg	Repetition Mode Fining C Finitg No. of Bepetitions 10 Sweep Guinectional C Bin- Guinectional C directional C Linear C Logarithmic
 ✓ Active Reset All Values 	-Signal Ground C Eloating © Not Floating DC Yalue 0√	Sweep Rate 2 Hz/s

Figura 4: Sinal de varredura senoidal

A partir da varredura senoidal, com componentes espectrais variando de 10 Hz a 2kHz, foram obtidas três FRF, utilizando os dados de medição dos acelerômetros P01, P03 e P05 (Figura 3), em função das oscilações de pressão captadas pelo microfone de referência, posicionado junto à fonte de ruído. A Figura 5 ilustra as FRF (g/Pa) medidas nos pontos P01/ref, P03/ref e P05/ref. Em simples análise visual, verifica-se claramente as

frequências naturais estruturais, bem como as frequências devido aos modos vibro-acústicos acoplados, decorrentes do efeito das respostas da cavidade acústica no sistema estrutural.



Figura 5: FRFs

2.3.2 Análise Modal Operacional (OMA)

A Análise Modal Operacional, também conhecida como Análise Modal baseada apenas nas respostas utiliza a própria excitação operacional como entrada para medição da resposta do sistema. [4]

A identificação dos parâmetros modais na Análise Modal Operacional pode ser dividida em dois grupos principais: análise no domínio do tempo e análise do domínio da frequência. [8]

A ideia principal da OMA é obter informações físicas do sistema a partir das funções de correlação e funções densidade espectral de potencia, assim, a identificação no domínio da frequência extrai informações físicas do sistema a partir da função de densidade espectral. Enquanto no domínio do tempo as análises são realizadas lidando com um sistema com resposta livre, no domínio da frequência cada modo tem uma pequena banda de frequência onde o modo é dominante. Assim, no domínio da frequência existe a vantagem da decomposição modal natural, pois considera diferentes faixas de frequência referentes aos diferentes modos do sistema. Para esse estudo utilizou-se a técnica de identificação no Domínio da Frequência como Decomposição Avançada no Domínio da Frequência (EFDD) [9].

A técnica da Decomposição Avançada no Domínio da Frequência, EFDD, encontrada em GADE et al [10] depende da decomposição do espectro da resposta medida.

E é definida como:

$$G_{yy}(f) = H(f)G_{xx}(f)H^*(f)$$

(4)

Onde G_{yy} (f), G_{xx} (f) e H(f) são os espectros da resposta medida, excitação desconhecida e a Função de Resposta em Frequência (FRF), respectivamente.

Uma vez confirmada que a fonte de ruído escolhida foi capaz de excitar a estrutura e identificar tanto os modos acústicos como os modos estruturais, item 2.3.1; foi gerado, então, um ruído branco e as frequências naturais, formas modais e amortecimento da estrutura foram obtidas utilizando a técnica da Análise Modal Operacional (OMA), os resultados e o diagrama de estabilização são apresentados no item 3.2.

3. RESULTADOS

A análise dos resultados foi dividida em duas etapas: Resultados Analíticos e Resultados Experimentais.

3.1. Resultados Analíticos

Utilizando a técnica de Elementos Finitos os três primeiros modos de flexão e o modo de respiração da estrutura do foram calculados a partir do software COMSOL e seus respectivos resultados estão ilustrados na Figura 6.



Figura 6: Resultados Analíticos

3.2. Resultados Experimentais

3.2.1 Análise Modal Experimental Clássica

A técnica de Análise Modal Experimental, utilizando o microfone como referência de entrada (excitação) possibilitou a identificação dos modos vibro-acústicos do sistema. A Figura 7 ilustra o diagrama de estabilização e os modos vibro-acústicos identificados: 121.789 Hz; 365.767 Hz; 539.810 Hz; 854.418Hz e 1588.743 Hz



Figura 7: Diagrama de Estabilização EMA

Ainda, a Figura 08 apresenta o AutoMAC [1] da aquisição dos dados, a diagonal principal ilustra que os modos vibro-acústicos identificados são consistentes.

	121.789	365.767	539.810	854.418	1588.743
121.789	1.000	0.269	0.013	0.539	0.504
365.767	0.269	1.000	0.272	0.619	0.692
539.810	0.013	0.272	1.000	0.306	0.365
854.418	0.539	0.619	0.306	1.000	0.622
1588.743	0.504	0.692	0.365	0.622	1.000

Figura 8: AutoMAC EMA

3.2.2 Análise Modal Operacional

Utilizando-se a Análise Modal Operacional no domínio da frequência (EFDD), [10] foi possível identificar os primeiros modos estruturais do motor-foguete (ilustrados na Figura 10) e, ainda, excluir um modo acústico identificado devido a excitação utilizada e também identificar o modo de respiração calculado analiticamente.

Para a identificação dos modos de respiração da estrutura se utilizou uma geometria quadrada para o ensaio modal operacional.

A Figura 9 ilustra o diagrama de estabilização da Análise Modal Operacional, o círculo vermelho ilustra que o modo encontrado é estável.



Figura 9: Diagrama de Estabilização OMA

As formas modais identificadas para os dois primeiros modos estruturais e os modos de respiração encontrados do motor-foguete são apresentadas na Figura 10. A partir da realização do AutoMac é possível observar que os modos estruturais são consistentes, uma vez que todos os valores da diagonal principal da matriz são iguais a 1, como mostrado na Figura 11.



Figura 10: Formas Modais -OMA



Figura 11: AutoMac

3.3. Comparação Resultados Experimentais vs Resultados Analíticos

	ModoAcústico	Modo1	Modo2	Respiração	Modo 3
Analítico	347.6 Hz	521 Hz	1389 Hz	1766Hz	2526 Hz
Experimental	337.9 Hz	527 Hz	1433 Hz	1716Hz	3141 Hz

Tabela com os modos obtidos experimental e Analiticamente

Tabela 3: Comparação dos resultados Analítico vs Experimental.

A partir da Tabela 3 é possível observar que os modos encontrados tanto no modelo experimental quanto no modelo analítico são da mesma ordem de grandeza, somente o terceiro modo de flexão apresenta um erro percentual considerável, isso pode ter ocorrido devido a uma perda de resolução para frequências mais altas.

4. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma investigação experimental sobre o comportamento vibro-acústico do motorfoguete. Com o objetivo de determinar o comportamento vibratório utilizando uma excitação acústica foram realizados ensaios com a estrutura em escala do motor foguete e a determinação de suas frequências naturais e modos de vibração utilizando a Analíse Modal Experimental, Operacional e Analítica do motor-foguete.

Utilizando-se a técnica de Análise Modal Experimental foi possível verificar que as frequências analíticas calculadas para o tubo aberto-fechado, simulando o motor-foguete utilizado estão coerentes com os modos encontrados na simulação. Já a técnica da Análise Modal Operacional possibilitou um melhor entendimento da estrutura, assim como a exclusão dos modos acústicos encontrados.

De maneira geral, os resultados obtidos em todos os casos: Análise Modal Experimental, Análise Modal Operacional e Análise em Elementos Finitos mostraram-se bastante eficazes, uma vez que a validação utilizando MAC apresentou consistência dos modos encontrados, e a comparação das frequências naturais apresentou erros menores do que 4% para os dois primeiros modos de flexão e erro inferior a 5% para o modo de respiração.

REFERENCIAS

[1] D. J Ewins. Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press LTD. Second Edition, 2000.

[2] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, J. He, N. A. J. Lieven, R.M. Lin, G. W. Skingle, W.M., To and A. P. V Urgueira, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press, Taunton, England, 468p.

[3] O. C. Zienkiewicz, *The Finite Element Method - Vol. 1: Basic formulation and linear problems*. McGraw-Hill, London, 1977.

[4] R. Brincker, P. Andersen, "Understanding Stochastic Subspace Identification" in Proc: 24th International Modal Analysis Conference (IMAC).St Louis (2006).

[6] H. Kuttruff. Acoustics: An Introduction. Spon Press, new ed edition, Dec. 2006.

[7] S. N. Y. Gerges; W. D. Fonseca and R. P. Dougherty. "State of the art beamforming software and hardware for applications (keynote lecture)". In 16th International Congress on Sound and Vibration -ICSV2009, Kraków, Poland, Jul. 2009.

[8] N. C. Costa. Estudo dos modos de vibração de estruturas aeronáuticas e espaciais utilizando a técnica de Análise Modal Operacional. MsC thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, Brazil, 2014.

[9] E. Camargo, N Jacobsen, D. Strafacci, "Operational modal analysis on a modified helicopter". In Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, vol.1, p.265-273, 2011.

[10] S. Gade, N.Moller H. Herlufsen and H. Konstantin-Hasen, "Frequency Domain Techniques for Operational Modal Analysis", Proceedings of IOMAC Conference, Copenhagen, Denmark, 2005.