



4^{to} Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica



DETERMINACIÓN TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL MOMENTO DE ROLIDO ORIGINADO POR EL PASO CÍCLICO DE LAS PALAS EN UN PARAROTOR

J.F. Martiarena^a, V. Nadal Mora^a, J. Piechocki^a y A. Cuerva Tejero^b

^aUIDET GTA-GIAI, Dpto. de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, La Plata, Buenos Aires, Argentina. <http://www.aero.ing.unlp.edu.ar/giai>

^bDepartamento de aeronaves y vehículos espaciales. ETSI. Aeronáutica y del Espacio, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España.

Palabras Clave : Pararrotos, dinámica, paso cíclico, momentos transmitidos, ensayo en túnel

Resumen

Un pararrotor es un decelerador de alas rotatorias no propulsado que gira en régimen de autorrotación. Estos dispositivos presentan distintos tipos de aplicaciones, como, por ejemplo, la caracterización atmosférica, la recuperación de sondas espaciales, y el control y guiado de proyectiles.

En el presente trabajo se estudiaron experimentalmente aspectos del comportamiento dinámico y aerodinámico de un modelo de pararrotor ante el cambio de paso cíclico de sus palas. Para esto, se construyó un banco de prueba y un pararrotor, con un sistema de cambio de pasos cíclico y colectivo. El sistema se ensayó en un túnel de viento donde se midieron series temporales del torque generado por la variación cíclica de las palas según uno de los ejes del pararrotor. Asimismo se midieron series temporales de la velocidad del flujo, la velocidad de rotación, y los ángulo de paso cíclico lateral y colectivo de las palas.

Por otra parte se desarrolló un modelo teórico para la estimación de los torques aerodinámicos y dinámicos generados por la variación cíclica del paso de las palas. Para el cálculo del torque aerodinámico se utilizó la teoría de elemento de pala, mientras que para modelizar la dinámica de rotación se utilizaron las ecuaciones de Newton-Euler.

Finalmente se contrastaron los resultados teóricos con los experimentales y se concluyó al respecto de la comparación.

LISTA DE SÍMBOLOS

Subíndices

A	Sistema de referencia A
$A1$	Sistema de referencia A1
B	Sistema de referencia B
b	Pala

Símbolos Griegos

α_i	ángulo de ataque de la pala i
$\Omega(t)$	velocidad angular
ω_o	Velocidad angular de referencia
ω_i	velocidad angular de la pala i
ϕ	ángulo de nutación
ψ	ángulo de azimut
ρ	densidad del aire
θ_i	ángulo de paso de la pala i
θ_{1C}	ángulo de paso cíclico longitudinal
θ_{1S}	ángulo de paso cíclico lateral
θ_i	ángulo de paso de la pala i
β	Ángulo de batimiento de la pala
θ	Ángulo de paso de la pala
ζ	Ángulo de arrastre de la pala

Símbolos Latinos

EGB	Vector que une el punto de acoplamiento de la pala con el centro de masa de la misma
g	Vector aceleración de la gravedad
h_B	Momento cinético de la pala
r	Vector posición del centro de presiones
C_D	Coefficiente de resistencia de la pala
$C_{l\alpha}$	Coefficiente de sustentación de la pala
$C_{l\alpha}$	Coefficiente de sustentación de la pala
$C_{mx_{A1}}$	Coefficiente de momentos respecto al eje x_{A1}
$d\mathbf{F}_b^a$	Fuerza aerodinámica en la pala

dF_{T_b}	Fuerza aerodinámica transversal en la sección
dT_b	Fuerza aerodinámica de tracción en la sección
E	Punto de acoplamiento de la pala a la cabeza del rotor
e_{Li}	Versor en la dirección de la sustentación de la pala i
g	aceleración de la gravedad
I_β	Momento de inercia de la pala respecto a β
I_θ	Momento de inercia de la pala respecto a θ
I_ζ	Momento de inercia de la pala respecto a ζ
$I_{X_{A1}}$	Momento de Inercia del pararrotor respecto al eje x_{A1}
K_i	Constante de relación de inercia de la pala i
k_{31}	Distancia entre el plano de eje de palas y el centro de masas del pararrotor
K_i	constante de relación de inercia
L_i	Vector resistencia
L_i	Vector sustentación
$M_{b,x_{A1}}^{aE}$	Momento aerodinámico instantáneo de una pala respecto al punto E
$M_{b,x_{A1}}^{t,E}$	Momento instantáneo transmitido por una pala respecto al punto E
M_P	Masa de la pala
n	Parámetro dependiente del alargamiento
$r_{x_{A1}B}$	Componente de la posición del centro de presiones de la pala en la dirección x_{A1B}
S	Superficie de la pala
U_i	Velocidad relativa del aire respecto a la pala i
V^E	Velocidad del punto E
V_Z	Velocidad de la corriente en túnel de viento
x_{cp}	posición del centro de presiones (% de la cuerda)
[NASA]	National Aeronautics and Space Administration
$[T_{IJ}]$	Matriz de transformación del sistema J al sistema I
$C_p(x)$	Posición del centro de presiones
x	Posición a lo largo de la cuerda

Superíndice

a	Aerodinámico
d	Dinámico
E	Punto de acoplamiento de la pala al pararrotor

Sistemas de referencia

$[x_A, y_A, z_A]$ Sistema de referencia ligado al eje del pararrotor

$[x_{A1}, y_{A1}, z_{A1}]$ Sistema de referencia rotatorio con las palas del pararrotor

$[x_B, y_B, z_B]$ Sistema de referencia solidario a las palas del pararrotor

1. INTRODUCCIÓN

Los pararrotos son deceleradores aerodinámicos conformados por alas giratorias en régimen de autorrotación. Existen distintos tipos de deceleradores, que se podrían clasificar en aerodinámicos (donde se ubican los pararrotos) y no aerodinámicos (donde se ubican los globos u otros sistemas autopropulsados). El presente trabajo hace foco en los primeros, orientándose hacia el control de este tipo de dispositivos para la realización de una variedad de tareas en las que se requiera la utilización de vehículos aéreos no tripulados. Las palas que utiliza el pararrotor estudiado son de pequeño alargamiento. Por lo tanto, el régimen aerodinámico en el cuál se encuentran sumergidas constituye un caso particular de la aerodinámica general.

Decimos esto porque hay factores que hay que incorporar al estudio aerodinámico de las palas, como ser la fuerte componente tridimensional del flujo y el bajo número de Reynolds al que operan.

Al respecto, entre los primeros trabajos publicados se destaca el de Bollay [1], quien desarrolló una teoría no lineal para alas rectangulares de pequeño alargamiento, que demostró tener un buen comportamiento para alargamientos menores a 1.

Kuchemann [2] desarrolló una teoría para calcular la sustentación de un ala cualquiera sea su forma y su alargamiento, modelando la etapa de transición entre alas de pequeño alargamiento y gran alargamiento.

Carmichael [3] realizó un relevamiento de los trabajos referidos a perfiles que operan a bajo número de Reynolds, caracterizando el tipo de flujo según este parámetro aerodinámico, estudiando la generación de la burbuja de separación de la capa límite. Clasifica la información según ensayos en túnel y ensayos en vuelo, para dar lugar a los trabajos de diseño de perfiles de bajo Reynolds.

Motorizados por el novedoso interés despertado por el desarrollo de micro vehículos aéreos (MAVs, según las siglas en inglés), Mueller et al. [4] realizaron una caracterización del flujo según el número de Reynolds en distintos perfiles, logrando identificar distintas configuraciones de estructuras de flujo.

En esta misma línea investigativa, Pelletier y Mueller [5] ensayaron distintas configuraciones alares de pequeño alargamiento a bajo Reynolds. Estudiaron el efecto del alargamiento (desde 0,5 a 3) y el efecto de la curvatura (para placas planas y de 4 % de curvatura). Torres y Mueller [6] analizaron distintas configuraciones de plantas alares de pequeño alargamiento. Entre las conclusiones de los experimentos se puede citar que el parámetro que tiene principal incidencia en la caracterización de los perfiles es el alargamiento, seguido por la forma de la planta y el número de Reynolds.

El concepto de pararrotor tiene una inspiración biológica, sobre el mecanismo de dispersión natural utilizado por algunas semillas (sámara). Rosen y Seter [7] desarrollaron un modelo con el objeto de predecir el equilibrio dinámico de un pararrotor tipo Sámara. Posteriormente los mismos autores presentan un modelo numérico para investigar la estabilidad de la autorrotación vertical de la sámara [8], obtenido a partir del método de pequeñas perturbaciones aplicado a las ecuaciones del movimiento de la sámara.

Crimi [9] realiza un modelo numérico con 11 grados de libertad para describir el movimiento de un dispositivo de una sola ala en estado estacionario. El modelo permite alcanzar buena efectividad en la caída de la carga útil debido al régimen de descenso constante y al movimiento de rotación periódico.

También en el campo numérico, Rocca et al. [10], desarrollan una herramienta para la simulación numérica de la aerodinámica no lineal e inestacionaria de semillas autorrotantes, que presentan mejoras respecto a las semillas que planean como ser el CG ubicado en el extremo de la misma (favorece el inicio de la autorrotación) y un barrido del ala de gran superficie (favorece la estabilidad).

Inspirados en el concepto de la sámara, también han desarrollado modelos a escala autopropulsados. Se destaca el trabajo de Fregene et al. [11], donde modelan el comportamiento dinámico y aerodinámico de la sámara y fabrican un modelo propulsado, denominado samarai. El modelo tiene una superficie de control (flap) que representa el control cíclico virtual, y es utilizado para el control y el guiado. El modelo matemático se realiza a partir de las ecuaciones

dinámicas, y utiliza un vector de estado de 13 elementos (3 posiciones, 3 velocidades, 3 velocidades angulares, 4 cuaternión). Para la estimación del estado se filtran las señales adquiridas por los sensores y se utiliza un filtro de kalman extendido.

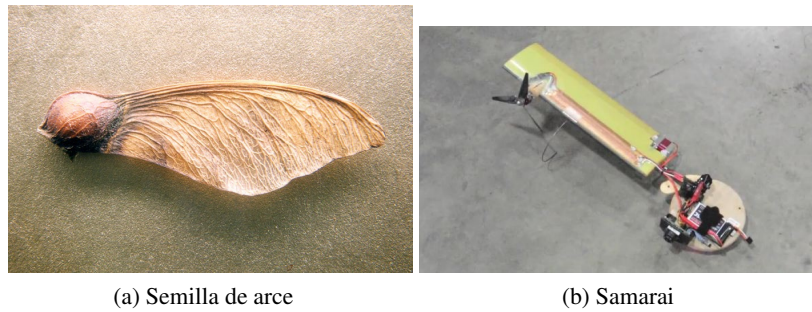


Figura 1: Modelo de monocóptero inspirado en la semilla de arce

Kang [12], estudia aspectos dinámicos y aerodinámicos de un monocóptero de visibilidad reducida. Utiliza la teoría de elemento de pala para el cálculo de las fuerzas aerodinámicas, linealizadas e integradas numéricamente (debido a la complejidad que presentan). El modelo dinámico se obtiene a partir de las ecuaciones de la dinámica, incorporando el término aerodinámico desarrollado antes. Para el análisis de la estabilidad supone que las perturbaciones son pequeñas y formula la ecuación de momentos, desacoplando la ecuación que corresponde al eje vertical de las del plano horizontal. De este modo plantea un sistema dinámico no homogéneo, cuya solución depende de los autovalores de la matriz.

También hay numerosos antecedentes respecto a los casos de aplicación de este tipo de dispositivos.

Karlsen, Borgström y Paulsson [13] describen la aerodinámica de un cuerpo giratorio provisto de aletas, para ser utilizado como submunición de artillería, y se destacan las ventajas de utilizar aletas rígidas en lugar de elementos flexibles.

También Doherr y Schilling [14] han estudiado sistemas de paracaídas giratorios, para decelerar municiones. En la referencia mencionada realizan una simulación numérica de la trayectoria y la dinámica del sistema de paracaídas rotatorio. Comentan que los paracaídas rotatorios son muy sensibles a las perturbaciones atmosféricas.

Shpund y Levin [15] han enfocado su estudio a las propiedades aerodinámicas de paracaídas giratorios. Orientan su estudio a la aplicación a municiones que deben realizar maniobras complicadas mientras descienden en busca de blancos. El paracaídas se utiliza como mecanismo de control del vuelo. El objetivo es poder controlar el régimen de descenso, la velocidad de giro y la posición espacial instantánea de la carga. El estudio de la referencia está orientado a entender los efectos de las variables geométricas del paracaídas (relación entre el ancho y el largo de las bandas del paracaídas –relación de aspecto, porosidad geométrica–, y relación entre la longitud de las bandas y la longitud de las cuerdas de suspensión) en la estabilidad dinámica del sistema. Estudian paracaídas tipo “cruz”. Muestran que los resultados presentan movimientos estables e inestables, dependiendo de las variables mencionadas. En otro trabajo, [16], los mismos autores investigan la interferencia aerodinámica entre la carga útil y el paracaídas, para sistemas giratorios y no giratorios. También se estudia el efecto de la geometría del paracaídas. Mencionan el aumento de la resistencia aerodinámica que se genera en los paracaídas por el movimiento de rotación y la intención de que el paracaídas sirva como medio de control de la trayectoria del sistema paracaídas más carga.

En lo referente a la recuperación de sondas en reingreso a la atmósfera, Pepper Jr. [17], presenta un diseño de paracaídas giratorio de altas prestaciones, aplicable a la recuperación de vehículos en re-entrada a la atmósfera. Destaca la ventaja del vuelo en autorrotación, en particular, con referencia a la mayor estabilidad giroscópica y resistencia aerodinámica que se obtienen.

Por su parte, Nadal Mora, Piechocki, Sanz Andrés y Cuerva ha estudiado la dinámica del vuelo de pararrotos con alas de pequeño alargamiento, a través de desarrollos analíticos, simulación numérica y experimentación en túneles de viento horizontal y vertical [18] [19]. Han estudiado en forma teórica y experimental el descenso en autorrotación axial y, teóricamente, la dinámica del vuelo de un cilindro provisto de aletas. Respecto a la primera línea de investigación, se ha obtenido una herramienta matemática para predecir el comportamiento de un pararrotor que funciona en un régimen de autorrotación axial, se ha determinado cuáles son los parámetros que afectan al comportamiento del pararrotor y de qué manera se manifiesta su influencia, entre otros. También se han realizado ensayos sobre un pararrotor en un túnel de viento vertical, donde los modelos tenían libertad para orientarse en el

espacio y rotar libremente. Desarrollaron herramientas numéricas de simulación que permiten observar para casos específicos el comportamiento dinámico con efectos no lineales.

También se destacan trabajos de la NASA de las décadas de 1960 y 1970, donde se investigó un concepto de vehículo de entrada planetaria basado en el concepto de pararrotor, que daba a los astronautas la habilidad de maniobrar y aterrizar el vehículo de manera precisa y segura; y trabajos privados [20] que dotaron de palas a un cohete para su recuperación.

2. ESTUDIO TEÓRICO

2.1. Sistema de referencia utilizado

Se define un sistema de referencia inercial fijo compuesto por la terna $[x_A, y_A, z_A]$, y un sistema rotatorio cuyo eje x_{A1} coincide con el eje de una de las palas del modelo. La terna móvil se indica como $[x_{A1}, y_{A1}, z_{A1}]$. El origen de la terna móvil se encuentra en el centro de masas del pararrotor, y la terna fija se encuentra desplazada según el eje z_A . En caso de ser necesario, para las palas se considera también un sistema solidario indicado como $[x_B, y_B, z_B]$, que es un sistema rotado un ángulo θ (ángulo de paso de la pala) según el eje x_{A1} . La siguiente imagen muestra los sistemas utilizados:

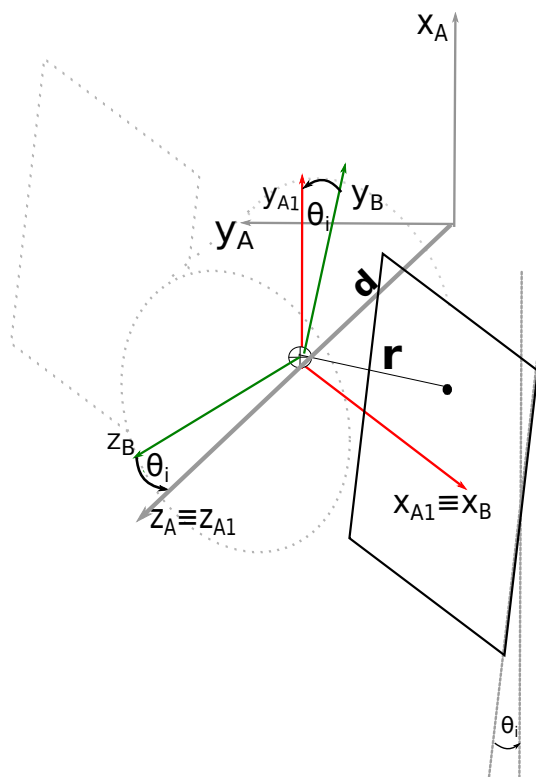


Figura 2: Sistemas de referencia.

donde

\mathbf{r} : vector posición del centro de presiones

\mathbf{d} : distancia entre el centro de masas del pararrotor y el sistema de referencia fijo

La transformación entre distintos sistemas de referencias se realiza a través de las correspondientes matrices de transformación, cuyas expresiones son

$$[T_{A1A}] = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Matriz de transformación del sistema A1 al sistema A

$$[T_{BA1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

Matriz de transformación del sistema B al sistema A1

2.2. Estimación de momentos de origen aerodinámico

Los torques de origen aerodinámico son aquellos generados por la aparición de fuerzas aerodinámicas sobre las palas en rotación. El fenómeno sobre el que se desarrolla el presente trabajo se da cuando el pararrotor se encuentra en régimen de rotación, de manera que se establece una corriente fluida sobre la pala que provoca la aparición de la sustentación y la resistencia. Cabe aclarar que también aparecen momentos aerodinámicos sin la necesidad de que se establezca un régimen de rotación en el pararrotor, aunque no es objeto de estudio en este trabajo. La figura siguiente muestra una vista lateral de una pala, con los sistemas de referencia utilizados, las fuerzas y velocidades que aparecen sobre las mismas.

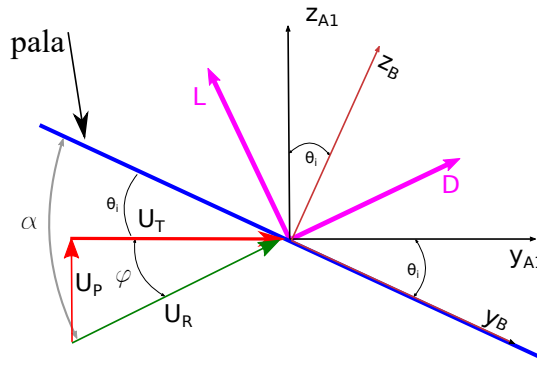


Figura 3: Diagrama de fuerzas sobre la pala.

Siguiendo lo desarrollado en [21], se pueden estimar las fuerzas aerodinámicas partiendo de las siguientes expresiones:

$$L_i = \frac{1}{2} \rho S C_{l\alpha} \alpha_i |U_i|^2 e_{Li} \quad (3)$$

$$D_i = \frac{1}{2} \rho S C_D |U_i|^2 e_{Di} \quad (4)$$

donde

- ρ : densidad del aire
- $C_{l\alpha}$: pendiente de la curva C_l vs α de la pala
- C_D : coeficiente de resistencia de la pala
- α_i : ángulo de ataque de la pala i
- U_i : velocidad relativa a la pala
- e_{Li} y e_{Di} : versores en la dirección de la sustentación y la resistencia, respectivamente
- S : superficie de la pala

El cálculo del torque se realiza por medio del producto vectorial entre el vector posición del centro de presiones y el vector fuerza aerodinámica resultante. El momento instantáneo de las fuerzas se calcula como el producto $\mathbf{M} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{L} + \mathbf{r} \wedge \mathbf{D}$, siendo \mathbf{r} el vector posición del centro de presiones de las palas. Para el comportamiento de la posición del centro de presiones según la cuerda del ala desde el borde de ataque se adopta la distribución propuesta en [22], que modela la distribución de presiones para cualquier tipo de ala mediante la siguiente expresión

$$C_p(x) = \frac{-\sin(\pi n)}{\pi n} C_L \left(\frac{1-x}{x} \right)^n \quad (5)$$

El parámetro n , en el caso de $AR < 1$, varía según la ley

$$n = 1 - \sqrt{\frac{AR}{8}} \quad (6)$$

y la posición del centro de presiones sobre la cuerda asociada a este modelo resulta

$$x_{cp} = \frac{1-n}{2} \cdot 100\% \quad (7)$$

En el análisis que sigue hay que tener en cuenta que el torque aerodinámico según y_{A1} para un paso igual y fijo de las palas es nulo, ya que el torque que genera una de las palas es compensado por la otra pala, resultando en una situación dinámica de equilibrio. Sin embargo, si se aplica una variación cíclica del paso de la pala, ocurre que se desequilibra el sistema, y el torque aerodinámico según y_{A1} es la resultante entre el torque que genera la primera pala y la segunda.

El desarrollo de las expresiones que dan la sustentación y la resistencia (ecuaciones 3 y 4) se omite aquí debido a la extensión que presentan cada una de ellas.

La simplificación de los términos de alto orden lleva a la siguiente expresión para la estimación de los torques respecto al centro de masas del pararrotor, generados por el cambio en el paso de la pala i respecto al centro de masas del pararrotor (θ_i)

$$M_{b,x_{A1}}^{aE} = I_{x_{A1}} K_1 \omega_o^2 C_{mX_{A1}} \quad (8)$$

$$M_{b,y_{A1}}^{aE} = I_{y_{A1}} K_2 \omega_o^2 C_{my_{A1}} \quad (9)$$

siendo las constantes de relación de inercia

$$K_1 = \frac{1}{2} \frac{\rho S r_{x_{A1}B}}{I_{x_{A1}}} \quad (10)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \frac{\rho S r_{x_{A1}B}}{I_{y_{A1}}} \quad (11)$$

$$C_{m_{x_{A1}}} = C_{l\alpha} k_{31} \left[(\theta_1 + \theta_2) \frac{\omega_{y_{A1}}}{\omega_{x_{A1}}} + (\theta_1 - \theta_2) k - 4 \frac{\omega_{y_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} k \right] + C_{l\alpha} k_{21} [(-\theta_1 + \theta_2) + 2 \frac{\omega_{y_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} + C_D k_{31} \left[-4 \frac{\omega_{x_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} k \right]] \quad (12)$$

Para los otros ejes se tienen los siguientes coeficientes de momentos

$$C_{m_{y_{A1}}} = -C_{l\alpha} \left[-\theta_1 + \theta_2 + 2 \frac{\omega_{y_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} \right] - 2C_D \frac{\omega_{y_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} \quad (13)$$

$$C_{m_{z_{A1}}} = C_{l\alpha} \left[-(\theta_1 + \theta_2) \frac{\omega_{y_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} - (\theta_1 + \theta_2) k + 2 \left(\frac{\omega_{y_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} \right)^2 + 2\phi^2 \right] + 2C_D \left[\frac{\omega_{x_{A1}}}{\omega_{z_{A1}}} k_{31} \right] \quad (14)$$

Si se tiene en cuenta que el modelo gira solamente sobre el eje z_A , las expresiones 12, 13 y 14 pueden simplificarse como se muestran a continuación:

$$C_{m_{x_{A1}}} = C_{l\alpha} k_{31} [(\theta_1 - \theta_2) k] + C_{l\alpha} k_{21} [(-\theta_1 + \theta_2)] \quad (15)$$

$$C_{m_{y_{A1}}} = C_{l\alpha} (-\theta_1 + \theta_2) \quad (16)$$

$$C_{m_{z_{A1}}} = C_{l\alpha} [(-\theta_1 - \theta_2) k + 2\phi^2] \quad (17)$$

En [21], el momento de inercia $I_{y_{A1}}$ considera al pararrotor como cuerpo rígido, incluyendo las palas del mismo, y, en consecuencia, descartando los efectos inerciales de batimiento y arrastre. La expresión para el torque en el pararrotor generada por ambas palas según el eje y_{A1} se obtiene reemplazando el coeficiente de momentos según y_{A1} (ecuación 16) cuando la velocidad de giro es sólo en z_A en la ecuación 9. De este modo, se obtiene que

$$M_{b,y_{A1}}^{a,E} = K_2 I_{y_{A1}} \omega^2 C_{l\alpha} (\theta_2 - \theta_1) \quad (18)$$

Si cada pala tiene una variación cíclica del paso (θ) bajo la ley

$$\theta(t) = \theta_0 + \theta_{1C} \cos(\psi(t)) + \theta_{1S} \sin(\psi(t)) \quad (19)$$

siendo $\Omega(t)t = \psi(t)$ y $\psi(t) = \int_0^t \Omega(t)dt$ (ángulo azimutal), θ_0 el ángulo de paso colectivo y θ_{1C} y θ_{1S} los ángulos de paso cíclico lateral y longitudinal respectivamente, y el argumento de las funciones seno y coseno de la ley de variación de θ se encuentra desfasado 90° entre ambas palas, la expresión para el torque queda

$$M_{b,y_{A1}}^{a,E} = K_2 I_{y_{A1}} \omega_0^2 C_{l\alpha} 2 \left(\overbrace{(-\theta_{1C} \cos(\Omega t) - \theta_{1S} \sin(\Omega t))}^{\text{pala1}} + \overbrace{(\theta_{1C} \sin(\Omega t) + \theta_{1S} \cos(\Omega t))}^{\text{pala2}} \right) \quad (20)$$

Para cuantificar esta expresión se supone una situación instantánea en la que los ejes y_A y y_{A1} son coincidentes y el eje de las palas es perpendicular a ellos (x_{A1}). De esta forma, se calcula el torque $M_{b,y_{A1}}^{a,E}$ utilizando la ecuación 20 y se lo compara con el resultado obtenido utilizando el simulador desarrollado en [21]. Este simulador representa al sistema mediante un modelo gráfico basado en tres tipos de elementos: entradas, bloques de procesos y salidas. Las expresiones matemáticas derivadas a partir de los planteos físicos se representan imitando circuitos analógicos. Suponiendo los siguientes valores (unidades en sistema internacional):

Parámetro	Valor	Observación
ρ	1,2	
S	0,12	
$r_{x_{A1}B}$	0,113	
$I_{x_{A1}}$	3,85e-5	
K_1	0,025	
θ_1	0,13	
θ_2	-0,13	
$\Delta\theta$	0,26	Paso Cíclico
$C_{l\alpha}$	3,4	
C_{m2}	0,11	
Ω_o	101 (760 rpm)	
$M_{b,y_{A1}}^{a,E}$	0,025Nm	Analítico
$M_{b,y_{A1}}^{a,E}$	0,025Nm	Simulador

Tabla 1: Valores del torque aerodinámico

El resultado muestra el valor obtenido para el momento aerodinámico para un paso colectivo fijo de las palas. Se comparan los resultados dados por el desarrollo analítico con el del simulador [21]. A continuación, se muestra una tabla de valores máximos para distintos ángulos de paso colectivo de las palas.

θ_1 [rad]	θ_2 [rad]	$\Delta\theta$ [rad]	$M_{b,y_{A1}}^{a,E}$ [Nm] analítico	$M_{b,y_{A1}}^{a,E}$ [Nm] simulador	diferencia (%)
0,1	-0,15	0,25	0,023	0,024	4,3
0,14	-0,19	-0,05	0,032	0,031	3,2
0,17	-0,1	0,06	0,026	0,025	4,0
0,20	-0,15	0,05	0,033	0,033	0

Tabla 2: Valores del torque aerodinámico para distintos ángulos fijos de paso de las palas

Según la posición azimutal de la pala la fuerza aerodinámica es variable, y en consecuencia, el torque transmitido al pararrotor. Esto se debe a que la sustentación y la resistencia (y debido a esto la resultante) son variables ya que

involucran en su cálculo el ángulo de ataque, que es variable debido a la variación cíclica del ángulo de paso, y la velocidad angular. Por lo tanto, el torque debido a efectos aerodinámicos es variable con el ángulo de azimut.

A fin de obtener un perfil de la variación del torque aerodinámico $M_{b,y_A}^{a,E}$, se trazan distintas curvas que grafican el valor del momento aerodinámico en función del ángulo de paso cíclico (θ_{1C} y θ_{1S}) para una vuelta del pararrotor, para un ángulo de paso colectivo $\theta_0 = 0,104$ rad. Nótese que se grafican los momentos aerodinámicos según el eje y_A , a fin de tener un elemento comparativo con los ensayos realizados. La matriz de transformación 2.1 permite obtener la expresión de 20 en este sistema de coordenadas.

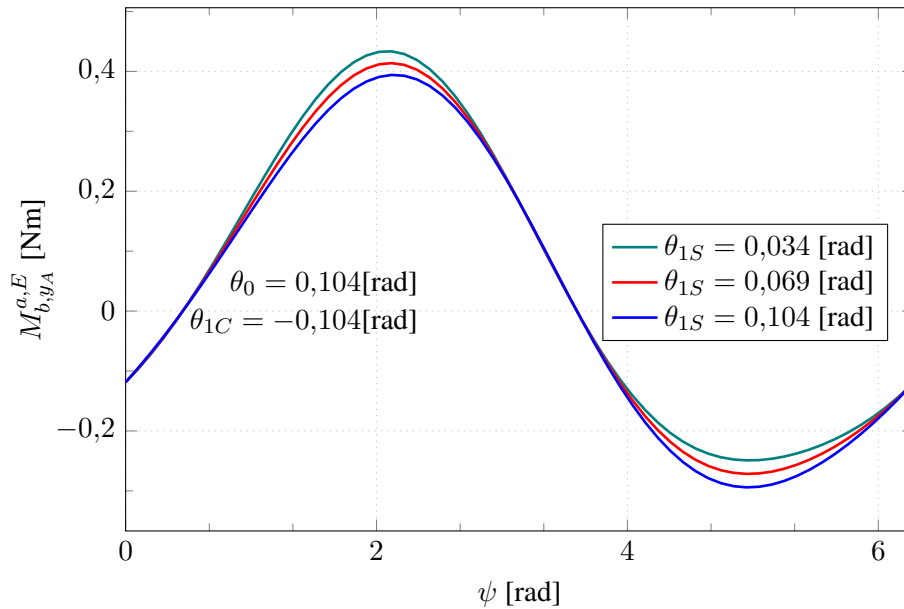


Figura 4: Momento aerodinámico para distintos valores del paso cíclico longitudinal.

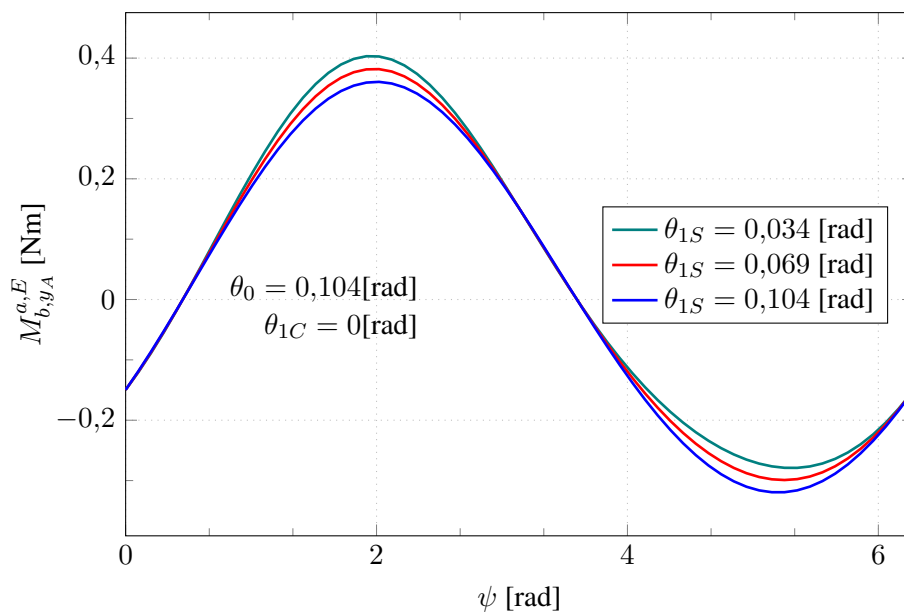


Figura 5: Momento aerodinámico para distintos valores del paso cíclico longitudinal.

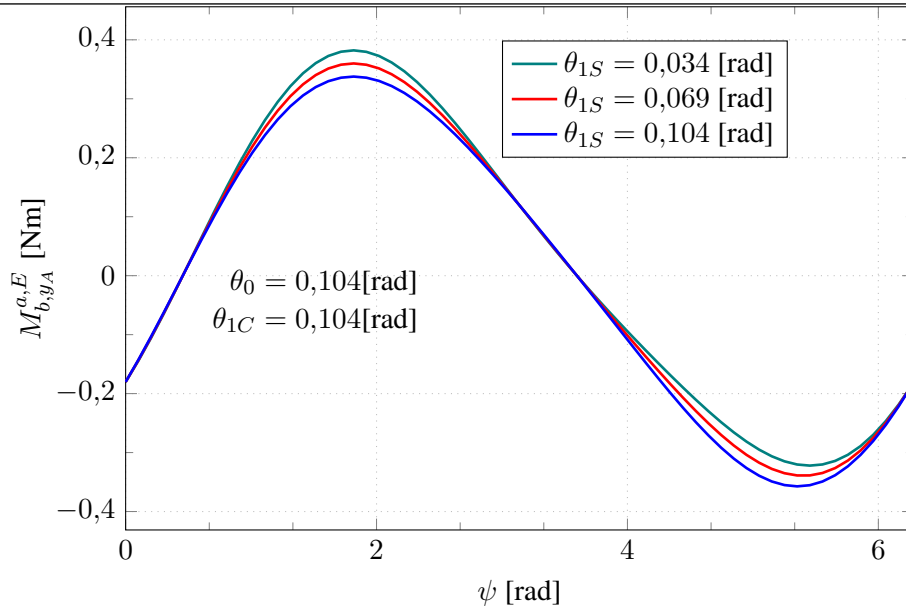


Figura 6: Momento aerodinámico para distintos valores del paso cíclico longitudinal.

2.3. Estimación de Momentos de Origen Inercial

Para el desarrollo de la expresión de momentos se considera lo desarrollado en [23]. Lo que se busca es estimar el torque transmitido al pararrotor debido a efectos dinámicos durante el cambio en el ángulo de paso θ en vacío (no se incluyen los efectos aerodinámicos). A tal fin, se utiliza como punto de partida el conjunto de ecuaciones siguiente, que definen la velocidad angular y el momento angular como

$$\omega_B = \frac{d\theta}{dt} \mathbf{i}_B + \Omega(t) \sin(\theta) \mathbf{j}_B + \Omega(t) \cos(\theta) \mathbf{k}_B \quad (21)$$

$$\mathbf{h}_B = I_\theta \frac{d\theta}{dt} \mathbf{i}_B + I_\beta \Omega(t) \sin(\theta) \mathbf{j}_B + I_\zeta \Omega(t) \cos(\theta) \mathbf{k}_B \quad (22)$$

$$\mathbf{EGB} \times M_P \frac{V^E}{dt} = 0 \quad (23)$$

$$\mathbf{EGB} \times M_P \mathbf{g} = x_{GB} M_P g \cos \theta \mathbf{j}_B - x_{GB} M_P g \sin \theta \mathbf{k}_B \quad (24)$$

Para la obtención de la derivada del momento angular a partir de la ecuación (22) hay que tener en cuenta que el planteo de las ecuaciones dinámicas se realiza en base a un sistema de referencia móvil ($[x_B, y_B, z_B]$), por lo tanto, las derivadas temporales deben considerar tanto el cambio en la magnitud como en la dirección de los vectores de la terna móvil utilizada. Esto conduce a calcular los torques en base a

$$\frac{D\mathbf{h}_B}{Dt} = \left(\frac{d\mathbf{h}_B}{dt} \right)_{XYZB} + \Omega(t) \wedge \mathbf{h}_B \quad (25)$$

Derivando respecto al tiempo la ecuación (22) y realizando el producto vectorial correspondiente al segundo término derecho de la ecuación (25) se obtiene la expresión del momento cinético de las palas

$$\frac{d\mathbf{h}_B}{dt} = \left(I_\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + \Omega(t)^2 \sin(\theta) \cos(\theta) (I_\zeta - I_\beta) \right) \mathbf{i}_B - 2I_\theta \Omega(t) \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt} \mathbf{k}_B \quad (26)$$

El caso más completo resulta cuando no se linealizan las ecuaciones y se considera el pequeño alargamiento de la pala y el orden de magnitud de los momentos de inercia es similar para los tres ejes. La ecuación según el eje x_B queda

$$M_{b,x_B}^{t,E} = I_\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + \Omega(t)^2 \sin(\theta) \cos(\theta) (I_\zeta - I_\beta) \quad (27)$$

En la ecuación anterior, podemos considerar θ como una función periódica dependiente del tiempo, tal como se representa en la ecuación 19 Reemplazando en la ecuación (25). considerando dos palas y realizando las operaciones correspondientes se llega a una expresión completa que estima el momento según la dirección y_{A1}

$$M_{b,y_A}^{d,E} = -\sin(\Omega(t)t)\{2I_\theta\Omega(t)^2[(\theta_{1C}\cos(\Omega(t)t) + \theta_{1S}\sin(\Omega(t)t)) + I_\beta(-\sin(\theta_1)\cos(\theta_1) + \sin(\theta_2)\cos(\theta_2)) + I_\zeta(\sin(\theta_1)\cos(\theta_1) - \sin(\theta_2)\cos(\theta_2))\} + \cos(\Omega(t)t)\{(I_\beta + I_\theta - I_\zeta)\Omega(t)^2[(\cos\theta_1(t)(\theta_{1S}\cos(\Omega(t)t) - \theta_{1C}\sin(\Omega(t)t)) - (I_\beta + I_\theta - I_\zeta)\Omega(t)^2\cos(\theta_2)(\theta_{1S}\cos(\Omega(t)t) + \theta_{1S}\sin(\Omega(t)t))]\} \quad (28)$$

La linealización y la utilización de la hipótesis de lámina en la anterior expresión conduce a que el torque inercial neto transmitido por las dos palas es nulo. La variación según el paso cíclico definido puede verse en las siguientes figuras, para un valor fijo de paso colectivo y distintas configuraciones del cíclico lateral y longitudinal.

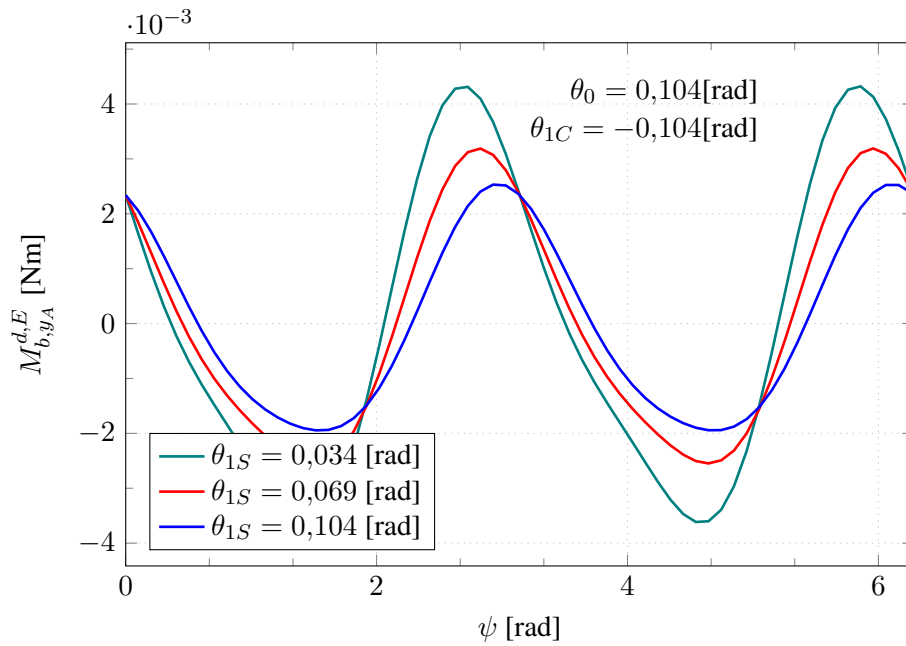


Figura 7: Momento dinámico para distintos valores del paso cíclico longitudinal.

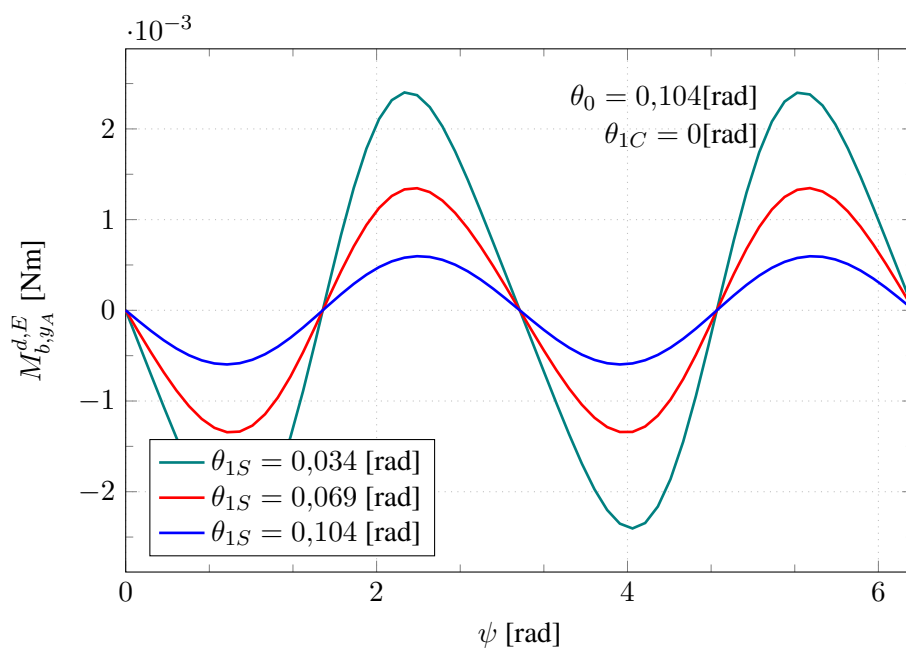


Figura 8: Momento dinámico para distintos valores del paso cíclico longitudinal.

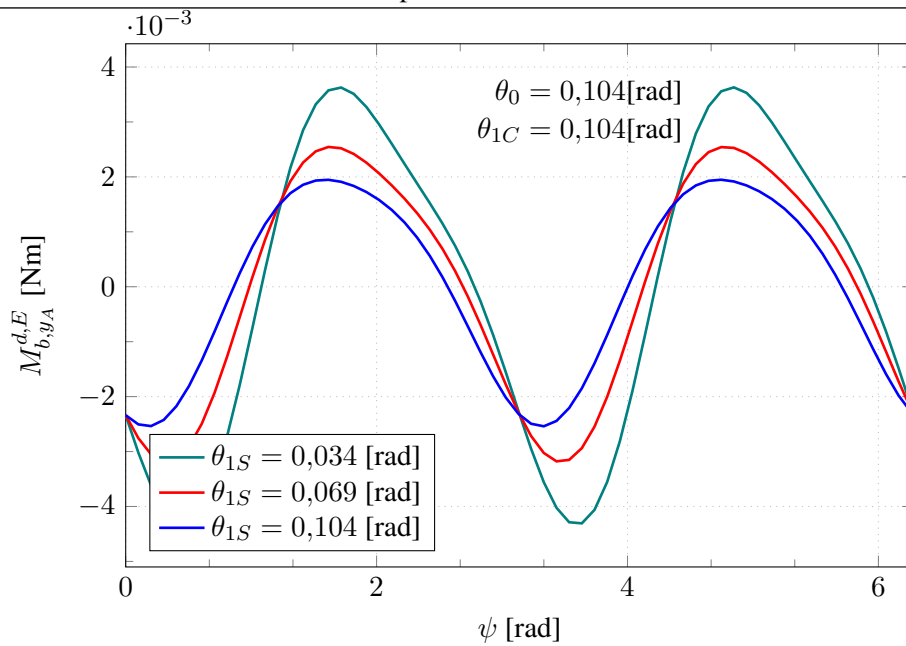


Figura 9: Momento dinámico para distintos valores del paso cíclico longitudinal.

Cabe observar que el momento de origen inercial aparece cuando el plato cíclico provoca una asimetría entre los torques que generan cada una de las palas. Las magnitudes que alcanzan son de un orden de magnitud inferior a los torques de origen aerodinámico, como se observa en la siguiente tabla para $\theta_0=0,104$ rad y $\theta_{1C}=0$ rad.

θ_{1S} [rad]	Momento aerodinámico máximo [Nm]	Momento inercial máximo [Nm]	relación inercial/aerodinámico
0,034	0,40	0,003	0,007
0,069	0,38	0,0013	0,004
0,104	0,36	0,0005	0,002

Tabla 3: Comparación entre momento aerodinámico e inercial

3. ESTUDIO EXPERIMENTAL

Para el desarrollo de los estudios experimentales se prepararon una serie de ensayos en base a la confección de un modelo de pararrotor con control de pasos cíclico y colectivo de las palas.

3.1. Descripción del modelo físico

El modelo físico utilizado para los ensayos fue fabricado en base a un carenado cilíndrico, y dos palas acopladas al carenado mediante un rotor de un helicóptero de aeromodelismo del tipo T REX 450.

Como se muestra en la figura que sigue, las dimensiones de altura y diámetro del cilindro principal son iguales (88 mm), y la pala presenta una planta rectangular de 88 mm de envergadura y 138 mm de cuerda.

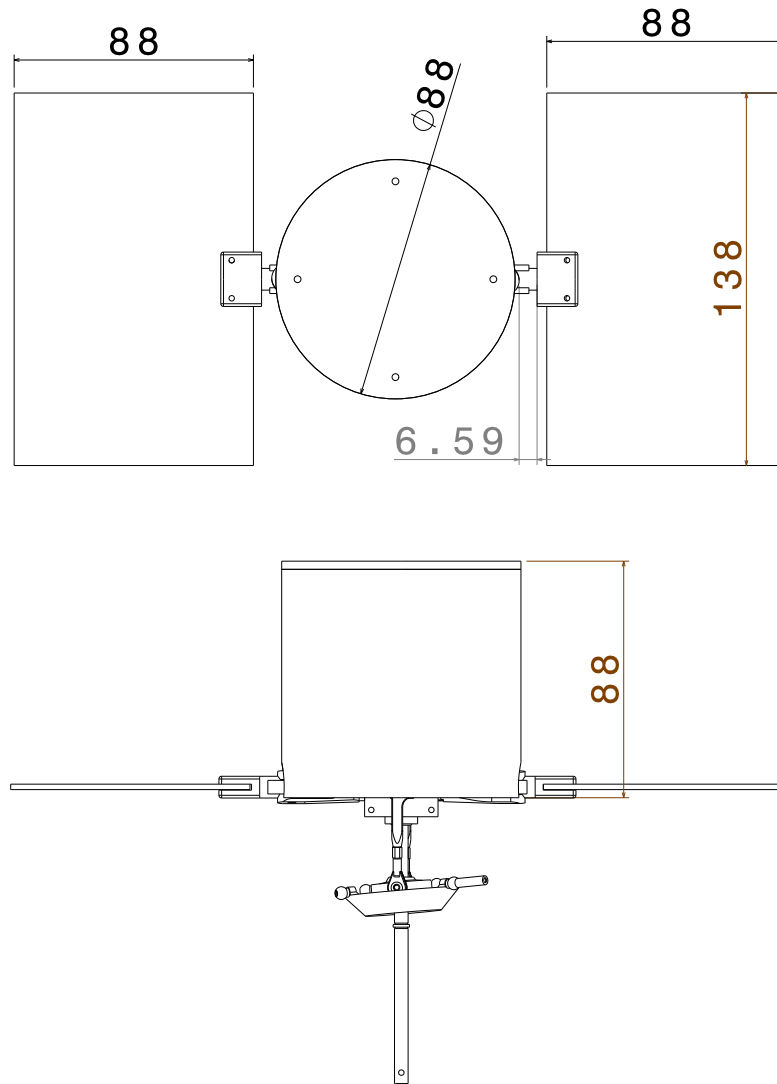


Figura 10: Dimensiones del modelo [mm]

Envergadura[m]	Cuerda [m]	Superficie [m ²]
0,088	0,138	0,012

Tabla 4: Dimensiones de las palas

El rotor de helicóptero utilizado para el acople de las palas contiene un plato oscilante para el control de los pasos, que es accionado por una serie de servomecanismos dispuestos en el chasis.

3.2. Configuración experimental

El pararrotor se ubica dentro de un túnel de viento de sección de prueba rectangular. Es un túnel de tipo “circuito cerrado”, cuya sección de prueba tiene dimensiones de 1,4 m de ancho x 1 m de alto x 7,2 m de longitud. El aire es impulsado a partir de un motor de corriente continua de 50 Hp de potencia, equipado con una hélice de paso fijo ajustable. Las velocidades se pueden controlar con un sistema electrónico, permitiendo ajustar la misma desde 0 a 20 m/s. Posee, además, un sistema de aletas para generar distintas configuraciones de flujo en la sección de prueba. Para ubicar el pararrotor dentro de la sección de prueba se diseñó una bancada que se fija al piso del túnel de viento, y permite el giro del dispositivo alrededor del rotor y alrededor del eje x_A , que es el eje alrededor del cuál interesa medir la fuerza lateral que genera el modelo.

La siguiente figura muestra de modo esquemático el soporte diseñado para el pararrotor.

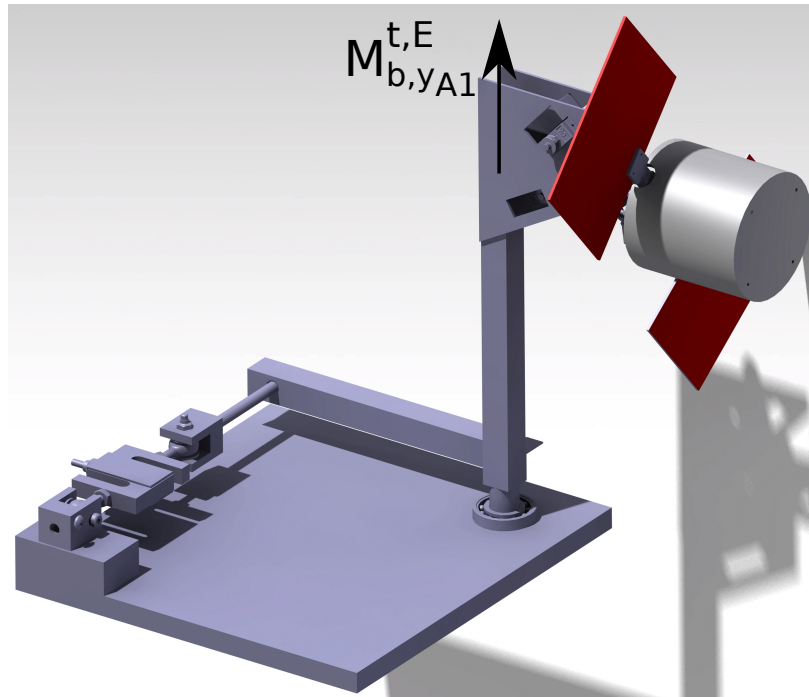


Figura 11: Esquema del soporte

3.3. Parámetros medidos e instrumentación

Los parámetros medidos durante los ensayos fueron:

- Velocidad de la corriente
- Velocidad angular del pararrotor
- Fuerza lateral generada por el pararrotor
- Ángulo de paso colectivo y cíclico de las palas
- Temperatura de bulbo seco y bulbo húmedo
- Presión atmosférica

Para la medición de estos parámetros se utilizaron los siguientes instrumentos

Parámetro	Instrumento	Marca	Modelo	Rango	Resolución
Velocidad de la corriente	Anemómetro de hilo caliente	Extech	407123	0,2-20 m/s	0,1 m/s
Velocidad angular	Lámpara estroboscópica	Lutron	DT-2239A	10-10000 RPM	1 RPM
Fuerza	Celda de carga tipo S	BSL	MTS-1	0-10 N	2 mV/V
Ángulo de las palas	Goniómetro digital	RC Logger	4000 2RCD	0 a 90°	0,1°
Temperatura	Termómetro bulbo seco y húmedo	-	-	BH -25° a 35°C, BS 0°C a 100°C	1°C
Presión	Barómetro digital	Druck	DPI740	75000 a 115000 Pa.	1 Pa.

Tabla 5: Instrumentos utilizados

Para la medición y adquisición de la fuerza lateral se utilizó una celda de carga tipo S dispuesta de la manera que se indica en la figura 10

Esta celda absorbe la carga que se transmite desde el pararrotor. La variación cíclica de las palas produce un momento sobre el dispositivo que es transmitido mediante la barra de aluminio vertical. Esta barra se encuentra empotrada

sobre un ruleman que permite el giro alrededor de eje x_A . El perfil perpendicular a la barra de aluminio transmite el momento generado hacia la celda, donde se mide la carga que se genera.

La señal que genera la celda de carga es acondicionada y enviada al programa de adquisición a través de una placa adquisidora externa. Esta señal es almacenada con una frecuencia de 1 kHz en un fichero que posteriormente es utilizado para el análisis y procesamiento de los datos.

El registro de la velocidad de la corriente y de la velocidad de rotación del pararrotor se realiza manualmente para cada una de las corridas del ensayo.

Los parámetros atmosféricos son relevados al inicio y al final de la realización de los ensayos, para determinar posteriormente la densidad del aire.

3.4. Ensayos

Para el modelo físico descrito en la sección 3.1 se realizaron una serie de ensayos en el túnel aerodinámico según los parámetros establecidos en la siguiente tabla

θ_0 (rad)	θ_{1S} (rad)
0,034	0,034
	0,069
	0,104
	0,139
	0,174
0,069	0,034
	0,069
	0,104
	0,139
	0,174
0,104	0,034
	0,069
	0,104
	0,139
	0,174

Tabla 6: Ángulos de ensayo

Para cada una de estas configuraciones se realizaron mediciones de fuerza lateral, de revoluciones por minuto del modelo y de la velocidad de la corriente a fin de cuantificar el valor del torque generado por la variación cíclica del paso de las palas.

3.4.1. Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir de los ensayos en el túnel de viento. Las configuraciones ensayadas son las que se indican en la tabla 6, para las cuales se midieron la velocidad de la corriente libre, la velocidad angular del pararrotor y la fuerza lateral generada.

Esta fuerza lateral es transformada en el torque, utilizando los datos geométricos de la bancada.

En la tabla que sigue se muestran los valores obtenidos de los ensayos:

θ_0 [rad]	θ_{1S} [rad]	V_Z [m/s]	Ω [rad/s]
0,034	0,034	5,3	94,14
	0,069	5,3	92,67
	0,104	5,3	85,87
	0,139	5,4	80,63
	0,174	5,3	69,11
0,069	0,034	5,3	107,44
	0,069	5,3	107,02
	0,104	5,3	100,00
	0,139	5,4	94,35
	0,174	5,3	85,13
0,104	0,034	5,3	110,58
	0,069	5,3	107,65
	0,104	5,4	102,10
	0,139	5,3	94,35
	0,174	5,4	80,11

Tabla 7: Resultados

Para los casos ensayados se adquirió la variación de la fuerza lateral en función del tiempo. La obtención de esta fuerza permitió el cálculo el torque generado por el modelo. En el gráfico siguiente se muestran los resultados obtenidos para dos configuraciones del plato cíclico

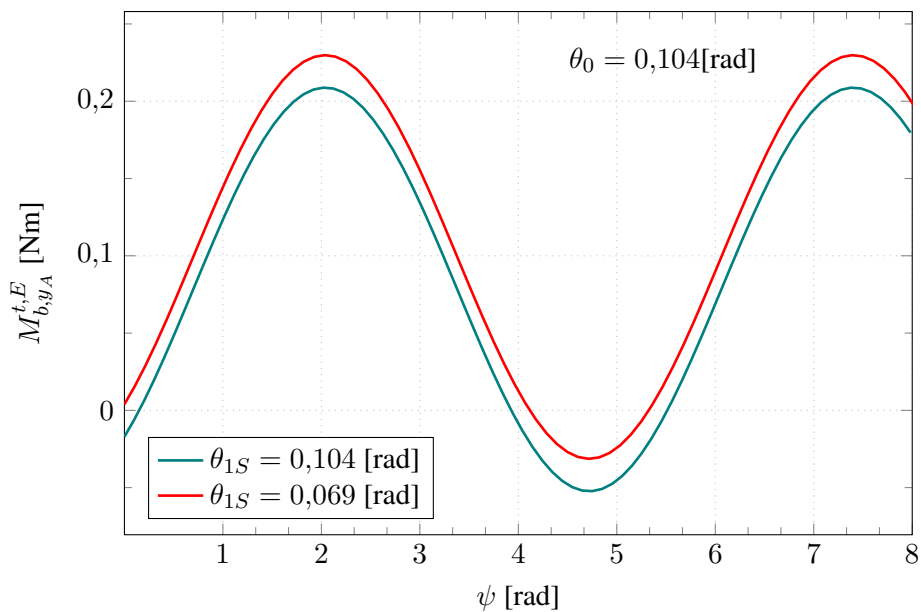


Figura 12: Momento aerodinámico experimental colectivo 0,104 rad

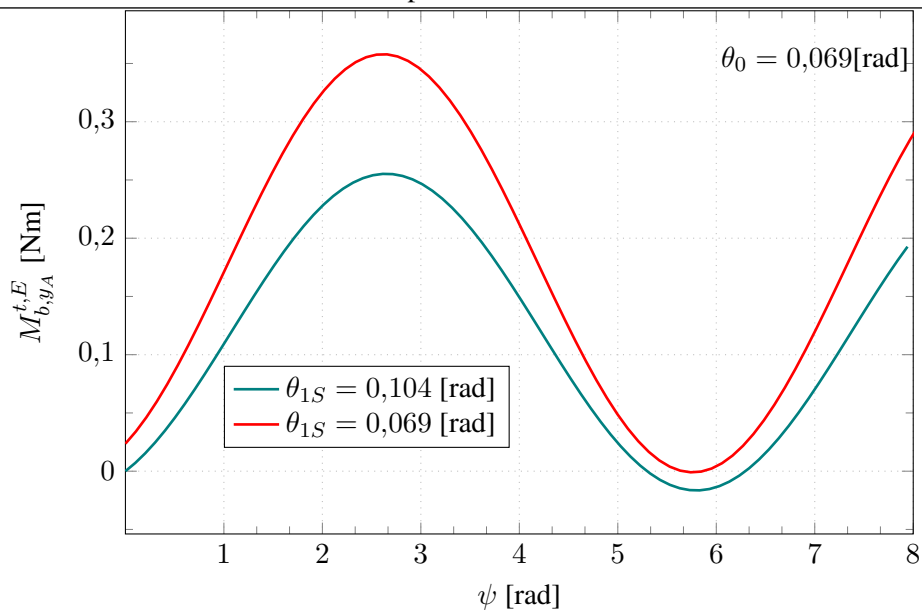


Figura 13: Momento aerodinámico experimental colectivo 0,069 rad

La comparación entre el momento experimental y el teórico se muestra en la gráfica siguiente, para un valor de ángulo colectivo $\theta_0 = 0,104$ rad y un ángulo colectivo $\theta_{1S} = 0,104$ rad

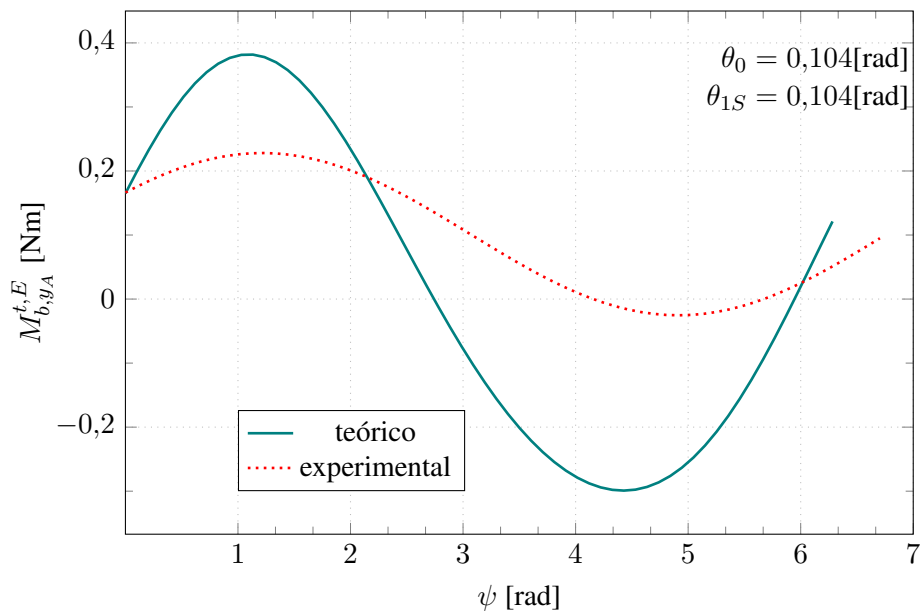


Figura 14: Comparación momento aerodinámico experimental y teórico colectivo 0,104 rad

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrolla un modelo teórico para la determinación del momento de rolido originado por el paso cíclico de las palas en un pararrotor, que comprende efectos aerodinámicos e inerciales.

Se obtienen expresiones analíticas para el momento que incluyen términos de alto orden, que son evaluadas en distintas configuraciones del plato oscilante para determinar el valor del momento aerodinámico según y_{A1} .

Se calcularon los momentos en forma analítica y numérica (mediante el simulador), dando diferencias de hasta 4 %.

La comparación entre las ecuaciones que representan el momento aerodinámico y el inercial (20 y 28) muestra que la relación entre ambas disminuye sensiblemente con el aumento del paso cíclico longitudinal. El momento aerodinámico máximo se ve incrementado con el paso cíclico longitudinal. Esto se debe a que el aumento en el ángulo de paso cíclico incrementa también el ángulo de ataque de la pala, tal como se observa en la figura 3, lo que trae aparejado un aumento de las fuerzas aerodinámicas (3 y 4). Al definir el momento mediante la ecuación 20,

se puede establecer la relación de que el momento se incrementa con el aumento de ángulo de paso cíclico. Como contraparte, el momento dinámico máximo disminuye, con lo que la relación establecida en la tabla 3 disminuye. En cuanto al desarrollo experimental, se construyó una bancada a los efectos de determinar el momento que genera el modelo ante las variaciones del plato oscilante.

En base a la tabla 7, se observa que disminuye la velocidad angular con el incremento del ángulo de paso cíclico longitudinal, para un ángulo de paso colectivo constante.

Además, se observa que el momento transmitido máximo aumenta al aumentar el ángulo de paso cíclico, tal como se predice con el modelo analítico.

Finalmente, tal como se muestra en la figura 13, se observa que el modelo teórico se excede en los momentos máximos alcanzados experimentalmente. Esto se debe a que las condiciones de ensayo deben ser mejoradas, reduciendo las vibraciones que se producen debido a desbalances dinámicos no deseados.

En cuanto a trabajos futuros inmediatos, se plantea la necesidad de las mejoras en la instrumentación y la adquisición de datos de ensayo, particularmente en la medición del momento generado. El desarrollo de parámetros adimensionales que permitan la comparación de los efectos del ángulo de paso cíclico queda pendiente respecto al post procesamiento de los datos relevados. También, y en una etapa siguiente, queda planteada la evaluación de la factibilidad de la técnica de control implementada, a los efectos de dotar a este tipo de dispositivos de herramientas para el control de la trayectoria y la realización de misiones específicas.

REFERENCIAS

- [1] W. BOLLAY, "A non-linear wing theory and its application to rectangular wings of small aspect ratio," *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 19, no. 1, pp. 21–35, 1939.
- [2] D. Kuchemann, "A simple method for calculating the span and chordwise loading on straight and swept wings of any given aspect ratio at subsonic speeds." DTIC Document, Tech. Rep., 1952.
- [3] B. Carmichael, "Low reynolds number airfoil survey, volume 1," 1981.
- [4] T. Mueller, "Aerodynamic measurements at low reynolds numbers for fixed wing micro-air vehicles (development and operation of uavs for military and civil applications)(course held at the von kaman institute for fluid dynamics, belgium, 1999)," 2000.
- [5] A. Pelletier and T. J. Mueller, "Low reynolds number aerodynamics of low-aspect-ratio, thin/flat/cambered-plate wings," *Journal of Aircraft*, vol. 37, no. 5, pp. 825–832, 2000.
- [6] G. E. Torres and T. J. Mueller, "Low aspect ratio aerodynamics at low reynolds numbers," *AIAA journal*, vol. 42, no. 5, pp. 865–873, 2004.
- [7] A. Rosen and D. Seter, "Vertical autorotation of a single-winged samara," *Journal of applied mechanics*, vol. 58, no. 4, pp. 1064–1071, 1991.
- [8] D. Seter and A. Rosen, "Stability of the vertical autorotation of a single-winged samara," *Journal of applied mechanics*, vol. 59, no. 4, pp. 1000–1008, 1992.
- [9] P. Crimi, "Analysis of samara-wing decelerator steady-state characteristics," *Journal of Aircraft*, vol. 25, no. 1, pp. 41–47, 1988.
- [10] B. Rocca, S. Preidikman, L. Ceballos, and J. Massa, "Estudio de la aerodinámica no lineal e inestacionaria de semillas voladoras autorrotantes," 2014.
- [11] K. Fregene, D. Sharp, C. Bolden, J. King, C. Stoneking, and S. Jameson, "Autonomous guidance and control of a biomimetic single-wing mav," in *AUVSI Unmanned Systems Conference*. Assoc. for Unmanned Vehicle Systems International Arlington, VA, 2011, pp. 1–12.
- [12] S. Kang, J. Wang, and J. Shan, "Stability analysis of a visibility-reduced monocopter," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 230, no. 4, pp. 653–667, 2016.

- [13] D. Borgstrom, L. Paulsson, and L. Karlsen, “Aerodynamics of a rotating body descending from the separation position of an artillery munition shell,” in *11 th Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference*. San Diego, CA, US: AIAA, 1991.
- [14] K.-F. Doherr and H. Schilling, “Nine-degree-of-freedom simulation of rotating parachute systems,” *Journal of Aircraft*, vol. 29, no. 5, pp. 774–781, 1992.
- [15] D. Levin and Z. Shpund, “Dynamic investigation of the angular motion of a rotating body-parachute system,” *Journal of aircraft*, vol. 32, no. 1, pp. 93–99, 1995.
- [16] D. Levin and Z. Shpund, “Canopy geometry effect on the aerodynamic behavior of cross-type parachutes,” *Journal of aircraft*, vol. 34, no. 5, pp. 648–652, 1997.
- [17] W. Pepper, “A new rotating parachute design having high performance,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 23, no. 2, pp. 222–224, 1986.
- [18] V. Nadal-Mora, Á. Sanz-Andrés, and Á. Cuerva, “Model of the aerodynamic behavior of a pararotor,” *Journal of aircraft*, vol. 43, no. 6, pp. 1893–1903, 2006.
- [19] V. N. Mora, J. Piechocki, and Á. S. Andrés, “Experimental research on a vertically falling rotating wing decelerator model,” in *19th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar*, Williamsburg, VA, 2007.
- [20] B. C. McKinney and G. C. Hudson, “Launch vehicle with engine mounted on a rotor,” Dec. 1 1998, uS Patent 5,842,665.
- [21] J. Piechocki, “Estudio de la dinámica del vuelo de un decelerador aerodinámico basado en el concepto de pararrotor,” Ph.D. dissertation, UNLP, 2012.
- [22] D. Kuchemann, “A simple method for calculating the span and chordwise loading on straight and swept wings of any given aspect ratio at subsonic speeds.” DTIC Document, Tech. Rep., 1952.
- [23] Á. C. Tejero, *Teoría de los helicópteros*. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos, Universidad Politécnica de Madrid, 2009.