



I NSTITUTO
U NIVERSITARIO
A ERONAUTICO

**FACULTAD DE INGENIERIA
INGENIERIA MECANICA AERONAUTICA**

**EVALUACIÓN DE TOLERANCIA AL DAÑO
EN COMPONENTES DE AERONAVES**

Autores:

TONIN, Andrea Marina
ZABALA, Malvina Gabriela Rita

Tutores:

Ing. LIBERATTO, Andrés Horacio
Lic. MUTAL, Rubén Humberto

***EVALUACIÓN DE TOLERANCIA AL DAÑO
EN COMPONENTES DE AERONAVES***

DEDICATORIA

A Paulino, este logro es para vos. Me hubiese encantado que estés acá.

AGRADECIMIENTOS

Gracias... a mis padres, Silvia y Jorge, que estuvieron en las calmas y en las tempestades, que me acompañaron en el festejo cuando todo salía bien y me contuvieron y soportaron cuando nada resultaba como se esperaba. A mis hermanos, Gisela y Guillermo, gracias por la confianza depositada en mí, gracias por las palabras de aliento. Sin ustedes no lo podría haber logrado. Gracias... a mis amigos por seguir estando a pesar de la distancia, y enviarme fuerza para seguir adelante. Gracias a mis compañeros por todos los hermosos momentos compartidos a lo largo de este ciclo de aprendizaje. Por último, un especial agradecimiento al Ing. Andrés Liberatto y al Lic. Rubén Mutal, quienes desinteresadamente nos ofrecieron su apoyo, nos brindaron sus conocimientos y nos acompañaron en esta hermosa etapa final.

Andrea

DEDICATORIA

A mis Padres, Mónica y Gustavo, que con amor y ejemplo, me guiaron a lo largo de este camino.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas las personas que me acompañaron en esta etapa de mi vida, en esta montaña rusa. A mi hermana Brenda, ella fue el color y la risa. A Rui, por su aliento constante y paciencia a prueba de todo. A mis abuelos, por tanto cariño a cambio de tan poco. A mis amigos, por saber comprender tanta ausencia. A mis compañeros, quienes hicieron que todo sea divertido. A Rubén y Andrés, por brindarnos sus conocimientos y ayuda desinteresadamente, desde el principio al fin de la carrera.

Malvina

RESUMEN

El presente Trabajo Final se desarrolla en base a una falla detectada en la Aeronave Agrícola Ayres S2R. La misma consiste en la aparición de grietas en los agujeros donde se alojan los bulones que efectúan la unión de las semi-alas, los cuales se encuentran ubicados en la platabanda inferior del larguero principal.

El objetivo es determinar, mediante la Metodología de Daño Tolerado, la velocidad de propagación de grietas y, de esta manera, establecer periodos de inspección adecuados sobre el componente mencionado.

En primer lugar se estudian las normativas aeronáuticas vigentes donde se exponen las exigencias bajo las cuales se enmarca la problemática de la aeronave en cuestión.

Se lleva a cabo el estudio de los métodos elementales para la Evaluación de Tolerancia al Daño, a saber: Mecánica de Fractura Lineal Elástica, Mecánica de Fractura Elasto-Plástica y modelos para la estimación de Velocidad de Propagación de Grietas.

Se realiza un análisis de grietas utilizando métodos analíticos para diferentes casos estándar, resueltos también por el Método de los Elementos Finitos mediante un software. Los resultados, luego comparados, se utilizan para determinar la fiabilidad respecto de la forma en que se emplea el programa durante el desarrollo del presente Trabajo.

Se definen diferentes perfiles de misión dentro de un rango de operación típica de la aeronave, a partir de los cuales se obtienen las sollicitaciones asociadas para la evaluación del modelo de estudio.

Luego, se construye la geometría en CAD, a partir de la cual se obtiene y configura el modelo de elementos finitos. Se lleva a cabo un análisis para determinar los potenciales lugares de nucleación de grietas. Seguidamente se realiza el sembrado de grieta y la preparación especial de la geometría en la región de interés.

Para cada perfil de misión definido, se calculan los valores de Factor Intensificador de Tensiones, a partir de los cuales es posible determinar la longitud de grieta crítica, su dimensión admisible y el tiempo, en ciclos, que le tomará alcanzar dicho valor (velocidad de propagación). A partir de estos datos, y bajo el Concepto de Daño Tolerado, se lleva a cabo la determinación de los periodos de inspección.

Finalmente, luego del estudio realizado se establece que, de acuerdo a un plan de inspección adecuado, la aeronave puede operar de forma segura en presencia de una grieta por un determinado período de tiempo sin necesidad de cambiar el componente afectado.

Córdoba, 25 de Julio de 2013

INDICE

	Página
INTRODUCCIÓN.....	2
CAPÍTULO I	
<hr/>	
1 Definiciones.....	8
2 ¿Cómo han cambiado los Requisitos de Fatiga a lo largo del Tiempo?.....	9
3 Normativa Aplicable.....	10
4 Evaluación a Fatiga.....	11
5 Nociones Básicas acerca de la Evaluación de Daño Tolerado.....	12
6 Metodología de Evaluación de Tolerancia al Daño.....	15
6.1 Método de Cálculo de Tolerancia al Daño.....	16
7 El Daño Tolerado y las Evaluaciones No Destructivas (NDE).....	19
7.1 Inspección No Destructiva (NDI).....	20
Referencias del Capítulo I.....	22
CAPÍTULO II	
<hr/>	
1 Mecánica de Fractura Lineal Elástica (MFLE).....	25
1.1 Concentración de Tensiones debido a Defectos Presentes en el Material.....	25
1.2 Tasa de Liberación de Energía \mathcal{G}	26
1.3 Modos de Carga.....	28
1.4 Factor Intensificador de Tensión K	29
1.4.1 Factor de Corrección de Geometría.....	32
1.5 Relación entre \mathcal{G} y K	34
1.6 K como Criterio de Falla.....	34
1.7 Consideraciones en cuanto a los Efectos de Plasticidad Local.....	35
1.7.1 Limitaciones por Plasticidad en MFLE.....	35
1.7.2 Influencia del Espesor.....	36
1.8 Modo Mixto de Fractura.....	37
2 Mecánica de Fractura Elasto-Plástica.....	40
2.1 K : Ajuste por Zona Plástica.....	40
2.2 Integral de Contorno " J ".....	41
3 Propagación de Grietas por Fatiga.....	45

3.1	Cargas Cíclicas.....	45
3.2	Etapas de Falla por Fatiga	47
3.3	Teoría de Falla por Fatiga.....	49
3.3.1	Regímenes de Fatiga.....	49
3.3.2	Modelos de Falla por Fatiga.....	50
3.4	Ecuaciones Empíricas de Crecimiento de Grietas por Fatiga.....	50
3.4.1	Ecuación de Walker.....	51
3.5	Cierre de Grieta.....	52
3.6	Cargas de Amplitud Variable.....	53
3.6.1	Efecto de las Cargas de Amplitud Variable: Retardación.....	55
3.7	Límite de la Validez de MFEL.....	56
3.8	Crecimiento de Grietas por Fatiga en Condiciones de Grandes Deformaciones Plásticas.....	57
3.9	Modelos de Comportamiento Plástico del Material.....	57
3.9.1	Comportamiento Estático Esfuerzo-Deformación.....	58
3.9.2	Comportamiento Cíclico Esfuerzo-Deformación.....	58
3.9.3	Determinación de la Curva Esfuerzo-Deformación.....	61
3.10	La Integral ΔJ	62
3.10.1	Leyes de Propagación de Grietas Controladas por ΔJ	62
3.10.2	Limitaciones de la Integral ΔJ	63
	Referencias del Capítulo II.....	64

CAPÍTULO III

PRIMERA PARTE

1	Método de los Elementos Finitos.....	67
1.1	Descripción General de la Metodología de Análisis.....	67
1.2	Los Elementos y sus Propiedades.....	69
1.3	Descripción del Método.....	71
1.4	Aplicación del Método.....	76
1.4.1	Sistemas de Referencias.....	77
1.4.2	Fuerzas Nodales.....	78
1.4.3	Campo de Desplazamiento del Elemento.....	78
1.4.4	Campo de Deformaciones del Elemento.....	79
1.4.5	Campo de Esfuerzos del Elemento.....	79

SEGUNDA PARTE

2	Análisis de Casos con Solución Analítica.....	81
2.1	Objetivos del Estudio de los Modelos.....	81

2.2	Modelo 1: Placa Plana con Agujero	81
2.2.1	Geometría	82
2.2.2	Construcción	83
2.2.3	Discretización del Dominio de Cálculo (Malla)	83
2.2.4	Condiciones de Contorno	83
2.2.5	Resultados	83
2.3	Modelo 2: Perfil L con Agujero	84
2.3.1	Estimación de Nucleación y Dirección de Propagación de Grietas	85
2.3.2	Geometría	87
2.3.3	Construcción	88
2.3.4	Discretización del Dominio de Cálculo (Malla)	91
2.3.5	Condiciones de Contorno	94
2.3.5	Obtención y Comparación de Resultados	96
3	Comentarios	97
4	Resolución de Caso Práctico	98
4.1	Caso de Carga Estática	98
4.2	Caso de Carga Cíclica	101
	Referencias del Capítulo III	113

CAPÍTULO IV

1	Descripción General y Características Principales	116
2	Perfil de Misión	118
2.1	Espectro de Carga	119
2.2	Reordenamiento de las Señales	121
3	Cálculo de Cargas	124
3.1	Cargas Aerodinámicas	124
3.2	Cargas Másicas	127
3.3	Obtención de Fuerzas y Momentos	127
3.3.1	Distribución de Fuerza de Corte	128
3.3.2	Distribución de Momento Flector	129
3.3.3	Distribución de Momento Torsor	130
4	Resultados	132
	Referencias del Capítulo IV	133

CAPÍTULO V

1	Construcción y Preparación de la Geometría	136
1.1	Geometría	138

1.2	Preparación de la Geometría.....	139
2	Configuración del Modelo de Simulación.....	140
2.1	Condiciones de Apoyo.....	140
2.2	Vínculos entre Partes (Contactos).....	141
2.3	Discretización del Dominio de Cálculo (Malla).....	144
2.4	Cargas.....	148
3	Estudio del Modelo.....	151
3.1	Estudio de Formación de Grietas.....	151
3.2	Sembrado de la Grieta.....	152
3.3	Efectos de Plasticidad.....	153
4	Comentarios.....	156
	Referencias del Capítulo V.....	157

CAPÍTULO VI

1	Obtención de Resultados.....	160
1.1	Resultados de Tensión.....	160
1.2	Resultados de Factor Intensificador de Tensiones.....	161
1.1	Resultados para Perfil de Vuelo 1.....	163
1.2	Resultados para Perfil de Vuelo 2.....	165
2	Tamaño Crítico de Grieta.....	169
2.1	Tamaño Tolerable de Grieta.....	169
3	Períodos de Inspección.....	171
3.1	Acciones a Tomar a partir de las Inspecciones.....	172
4	Comentarios.....	173

CAPÍTULO VII

➤	Comentarios y Conclusiones.....	175
➤	Líneas Futuras.....	176

ANEXOS

ANEXO A	– Gráficos y Códigos del Capítulo III
ANEXO B	– Códigos del Capítulo IV
ANEXO C	– Códigos del Capítulo V
ANEXO D	– Cálculos y Tablas del Capítulo VI

INDICE DE FIGURAS

	Página
INTRODUCCIÓN	
Figura [1] – Aeronave F-111.....	2
Figura [2] – Aeronave Avro 748.....	3
Figura [3] – Aeronave Ayres S2R.....	4
CAPÍTULO I	
Figura [1.1] – Síntesis de Normativa Aplicable.....	11
Figura [1.2] – Crecimiento de Grieta en Respuesta a los Ciclos de Carga.....	13
Figura [1.3] – Relación Inversa entre Tensión Crítica y Longitud de Grieta.....	14
Figura [1.4] – Diagrama de Resistencia Residual.....	15
Figura [1.5] – Definición del Primer Intervalo de Inspección.....	17
Figura [1.6] – Definición del Segundo Intervalo de Inspección.....	18
Figura [1.7] – Definición del Tercer Intervalo de Inspección.....	18
Figura [1.8] – Capacidad de Detección de los Métodos NDI.....	20
CAPÍTULO II	
Figura [2.1] – Agujero Elíptico en una Placa Plana.....	25
Figura [2.2] – Muestra Agrietada con Carga Variable y Desplazamiento Fijo.....	28
Figura [2.3] – Modos de Carga.....	29
Figura [2.4] – Redistribución de Tensiones en el Borde de la Grieta y Zona Plástica.....	30
Figura [2.5] – Definición de los Ejes Coordinados.....	31
Figura [2.6] – Grieta con sus respectivas Zona Plástica y Región K	36
Figura [2.7] – Ejemplos de Límites por Plasticidad.....	36
Figura [2.8] – Conversión de Ejes según Orientación de Grietas.....	38
Figura [2.9] – Propagación Típica de una Grieta Inclinada.....	39
Figura [2.10] – Estimación del Tamaño de la Zona Elástica y Plástica.....	40
Figura [2.11] – Comportamiento de un Material Elasto-Plástico y uno Elástico No Lineal.....	42
Figura [2.12] – Contorno Arbitrario alrededor del Extremo de la Grieta.....	42
Figura [2.13] – Representación de la Carga Cíclica.....	46
Figura [2.14] – Casos característicos de Cargas Cíclicas. (a) Completamente Alternante o Invertida;(b) Tensión Media No Nula;(c) Pulsante Tractiva; (d) Pulsante Compresiva.....	47

Figura [2.15] – Comportamiento Típico de Crecimiento de Grietas en Metales.....	49
Figura [2.16] – Cierre de la Grieta durante el Crecimiento debido a Fatiga.....	53
Figura [2.17] – Sobrecarga simple durante una Carga Cíclica.....	55
Figura [2.18] – Comportamiento Típico del Crecimiento de Grieta luego de una Sobrecarga.....	56
Figura [2.19] – Curva Ramberg-Osgood.....	58
Figura [2.20] – Ciclo Tensión-Deformación en Condición de Saturación.....	59
Figura [2.21] – Material Cargado en “Deformación Controlada”. (a) Variación de Deformación.(b) Variación de Tensión.(c) Primeros ciclos de Histéresis....	60
Figura [2.22] – Determinación de la Curva Tensión-Deformación para un Material Endurecible por Deformación.....	61

CAPÍTULO III

Figura [3.1] – Proceso de Análisis del Método de Elementos Finitos.....	68
Figura [3.2] – Elemento Lineal.....	70
Figura [3.3] – Elemento Plano.....	70
Figura [3.4] – Elemento Sólido.....	70
Figura [3.5] – Sistema de 1 Grado de Libertad.....	71
Figura [3.6] – Porción de Barra Cargada.....	72
Figura [3.7] – Sistemas de Referencia usados en el Método de Rigidez. (a) Sistema Local; (b) Sistema Global.....	77
Figura [3.8] – Dimensiones Generales del Modelo 1.....	82
Figura [3.9] – Distribución de Tensiones alrededor de un Agujero.....	86
Figura [3.10] – Orientación de Tensiones Principales alrededor de un Agujero.....	86
Figura [3.11] – Dimensiones Generales del Modelo 2.....	87
Figura [3.12] – Zoom: Dimensiones del Agujero y la Grieta.....	88
Figura [3.13] – Path de Borde de Grieta.....	89
Figura [3.14] – Path de Plano de Grieta.....	90
Figura [3.15] – Refinamiento Caso 1.....	91
Figura [3.16] – Refinamiento Caso 2.....	92
Figura [3.17] – Refinamiento Caso 3.....	93
Figura [3.18] – Refinamiento Caso 4.....	93
Figura [3.19] – Porción Refinada alrededor de la Grieta.....	94
Figura [3.20] – Condiciones de Contorno: Apoyos y Cargas.....	95
Figura [3.21] – Camino Recorrido por la Integral de Contorno.....	108

CAPÍTULO IV

Figura [4.1] – Representación de Campo Típico.....	119
--	-----

Figura	[4.2] – Espectro de Carga (Perfil 1).....	120
Figura	[4.3] – Espectro de Carga (Perfil 2).....	120
Figura	[4.4] – Espectro de Factores de Carga Reordenado (Perfil 1).....	122
Figura	[4.5] – Espectro de Factores de Carga Reordenado (Perfil 2).....	122
Figura	[4.6] – Distribución de Sustentación Típica en un Perfil Alar.....	125
Figura	[4.7] – Distribución de Sustentación Típica en un Ala.....	125

CAPÍTULO V

Figura	[5.1] – Límite de la Zona de Estudio.....	136
Figura	[5.2] – Vista Lateral del Modelo Completo.....	136
Figura	[5.3] – Vista Frontal del Modelo Completo.....	137
Figura	[5.4] – Vista en Perspectiva del Modelo Completo.....	137
Figura	[5.5] – Modelo Simplificado por Condición de Simetría.....	138
Figura	[5.6] – Selección de Caras y Puntos en el Plano de Simetría.....	140
Figura	[5.7] – Indicación de Restricciones en el Modelo.....	141
Figura	[5.8] – Vínculo de tipo <i>BONDED</i>	142
Figura	[5.9] – Vínculo de tipo <i>NO SEPARATION</i> . (a) Zona de Contacto en Platabanda; (b) Zona de Contacto en el Bulón.....	143
Figura	[5.10] – Zona de Simplificación de Contactos.....	144
Figura	[5.11] – Geometría del Elemento BEAM188 y Aplicación en el Modelo.....	145
Figura	[5.12] – Geometría del Elemento SHELL 181 y Aplicación en el Modelo.....	145
Figura	[5.13] – Geometría del Elemento SOLID 186 y Aplicación en el Modelo.....	146
Figura	[5.14] – Malla Concentrada hacia el “Área de Refinamiento”.....	146
Figura	[5.15] – Visualización de Diferentes Tipos de Elementos.....	147
Figura	[5.16] – Malla de Modelo Completo.....	147
Figura	[5.17] – Aplicación de Fuerza de Corte.....	148
Figura	[5.18] – Aplicación de Momento Torsor.....	149
Figura	[5.19] – Aplicación de Momento Flector.....	149
Figura	[5.20] – Pre-Tensión de Bulones.....	150
Figura	[5.21] – Zona de Posible Nucleación de Grietas.....	151
Figura	[5.22] – Posición de Sembrado de Grieta.....	152
Figura	[5.23] – Forma de la Grieta.....	153
Figura	[5.24] – Extensión de Deformación Plástica alrededor de la Grieta; R máx = 0.01×10^{-3} [m].....	155

CAPÍTULO VI

Figura	[6.1] – Distribución de Tensiones Normales en “y”. Indicación de Tensión Máxima.....	160
--------	---	-----

Figura	[6.2] – Distribución de Tensiones alrededor de Agujeros en presencia de una Grieta y Zonas de Potencial Nucleación - Con Bulones.....	161
Figura	[6.3] – Distribución de Tensiones alrededor de Agujeros en presencia de una Grieta y Zonas de Potencial Nucleación - Sin Bulones.....	161
Figura	[6.4] – Representación de Grieta para Diferentes Tamaños; (a) $a = 4.5$ [mm]; (b) $a_t = 13.3$ [mm]; (c) $a_c = 19.9$ [mm].....	170

INDICE DE GRÁFICOS

	Página
<hr/> CAPÍTULO III <hr/>	
Gráfico [3.1] – Contraste de Curvas <i>Tensión vs. Distancia</i>	84
Gráfico [3.2] – Distribución de Tensiones a lo largo del Borde de Grieta.....	90
Gráfico [3.3] – Contraste de Curvas <i>Tensión vs. Distancia</i>	96
Gráfico [3.4] – Curvas <i>Tensión vs. Distancia</i>	100
Gráfico [3.5] – Comportamiento Numérico de a vs. N	104
Gráfico [3.6] – Comportamiento Numérico de ΔK vs. a	104
Gráfico [3.7] – Comportamiento Analítico de ΔK vs. a	106
Gráfico [3.8] – Resultados de K a través del Espesor.....	109
Gráfico [3.9] – Comportamiento de ΔK vs. a mediante Software.....	110
Gráfico [3.10] – ΔK vs. a para diferentes Métodos.....	112
<hr/> CAPÍTULO IV <hr/>	
Gráfico [4.1] – Visualización de la Distribución de Fuerzas a lo largo de la Semi-Envergadura.....	128
Gráfico [4.2] – Distribución de Fuerza Cortante.....	129
Gráfico [4.3] – Distribución de Momento Flector.....	130
Gráfico [4.4] – Distribución de Momento Torsor respecto del 22.3% de la Cuerda.....	131
<hr/> CAPÍTULO V <hr/>	
Gráfico [5.1] – Curva del Material: Modelo “ <i>Bilineal</i> ”.....	154
Gráfico [5.2] – Curva del Material: Modelo <i>Elástico</i>	155
<hr/> CAPÍTULO VI <hr/>	
Gráfico [6.1] – Distribución K vs t para cada Solicitación con $a = 0.55$ [mm].....	162
Gráfico [6.2] – Distribución K vs t Total con $a = 0.55$ [mm].....	163
Gráfico [6.3] – da/dN vs ΔK para Perfil de Vuelo 1.....	164
Gráfico [6.4] – ΔK vs a para Perfil de Vuelo 1.....	164
Gráfico [6.5] – $K_{m\acute{a}x}$ vs a para Perfil de Vuelo 1.....	165
Gráfico [6.6] – da/dN vs ΔK para Perfil de Vuelo 2.....	166
Gráfico [6.7] – ΔK vs a para Perfil de Vuelo 2.....	166
Gráfico [6.8] – $K_{m\acute{a}x}$ vs a para Perfil de Vuelo 2.....	167
Gráfico [6.9] – Comparación de K vs a entre Perfil de Vuelo 1 y 2.....	168
Gráfico [6.10] – Comparación de a vs N entre Perfil de Vuelo 1 y 2.....	169
Gráfico [6.11] – a_c y a_t para el Perfil de Vuelo 2.....	170
Gráfico [6.12] – a vs N para el Perfil de Vuelo 2: Períodos de Inspección.....	171

INDICE DE TABLAS

	Página
<hr/>	
CAPÍTULO I	
Tabla [1.2] – Métodos NDI.....	21
<hr/>	
CAPÍTULO II	
Tabla [2.1] – Factores de Corrección para Algunas Configuraciones.....	33
Tabla [2.2] – Factores de Corrección para Configuraciones con Agujeros.....	33
<hr/>	
CAPÍTULO III	
Tabla [3.1] – Cantidad de Elementos utilizados en cada Caso.....	84
Tabla [3.2] – Detalle de las Condiciones de Contorno.....	95
Tabla [3.3] – Cantidad de Elementos utilizados en cada Caso.....	96
Tabla [3.4] – Propiedades del Material.....	98
Tabla [3.5] – Resultados de K obtenidos con <i>FEM</i>	103
Tabla [3.6] – Resultados de K obtenidos Analíticamente.....	105
Tabla [3.7] – Resultados de K obtenidos mediante el Software.....	109
Tabla [3.8] – Comparación de Error entre los diferentes Métodos.....	111
<hr/>	
CAPÍTULO IV	
Tabla [4.1] – Dimensiones y Características Generales de la Aeronave.....	117
Tabla [4.2] – Dimensiones y Características Geométricas del Ala.....	117
Tabla [4.3] – Velocidades y Factores de Carga de Operación de la Aeronave.....	117
Tabla [4.4] – Características del Perfil de Misión debidas al Producto.....	118
Tabla [4.5] – Estimación de Peso de la Aeronave para cada Perfil de Vuelo.....	119
Tabla [4.6] – Configuración de Peso Combustible-Producto (Perfil 1).....	123
Tabla [4.7] – Configuración de Peso Combustible-Producto (Perfil 2).....	123
Tabla [4.8] – Definición de Características de Perfil de Vuelo 1.....	126
Tabla [4.9] – Definición de Características de Perfil de Vuelo 2.....	126
Tabla [4.10] – Valores de Solicitaciones (Perfil 1).....	132
Tabla [4.11] – Valores de Solicitaciones (Perfil 2).....	132
<hr/>	
CAPÍTULO V	
Tabla [5.1] – Tipo de Contacto entre Cuerpos.....	142
Tabla [5.2] – Cálculo de la Fuerza Axial en los Bulones.....	150
<hr/>	
CAPÍTULO VI	
Tabla [6.1] – Tamaños de Grietas esperados para cada Ciclo de Inspección.....	172

LISTADO DE SÍMBOLOS

V_C	Velocidad Crucero
K_{Ic}	Tenacidad a la Fractura en Modo <i>I</i>
K	Factor Intensificador de Tensiones
σ_c	Tensión Crítica
a	Longitud de Grieta
a_c	Longitud Crítica de Grieta
a_t	Longitud Tolerable de Grieta
da/dt	Tasa de Crecimiento de Grieta ó Velocidad de Propagación de Grieta
a_0	Longitud Inicial de Grieta
t_t	Tiempo Total que le toma a la Grieta crecer desde el Tamaño Inicial hasta el Tamaño Tolerable
I_i	Intervalo de Inspección <i>i</i>
a_i	Longitud de Grieta al cabo del Período de Inspección I_i
G	Tasa de Liberación de Energía
σ_A	Tensión Normal al Plano de la Grieta en el Punto A
σ	Tensión Nominal, Normal al Plano de la Grieta
k	Factor Concentrador de Tensiones
U	Energía Potencial
da	Diferencial de Longitud de Grieta
dU	Diferencial de Energía Potencial
R	Resistencia del Material
P	Fuerza Normal al Plano de la Grieta
dP	Diferencial de Fuerza Normal al Plano de la Grieta
Δ	Desplazamiento
σ_{ij}	Tensor de Tensiones
ϵ_{ij}	Tensor de Deformaciones
r	Coordenada Polar Radial
θ	Coordenada Polar Angular
f_{ij}	Función Adimensional de θ
σ_{xx}	Tensión Normal al Plano <i>yz</i>
σ_{yy}	Tensión Normal al Plano <i>xz</i>
τ_{xy}	Tensión de Corte en el Plano <i>xy</i>
K_I	Factor Intensificador de Tensiones en el Modo <i>I</i>
Y	Factor de Corrección de Geometría
Y_p	Factor de Corrección de Geometría (fórmula alternativa)
t	Espesor de la Pieza
W	Ancho de la Pieza

d	Diámetro del Agujero de la Pieza
E	Módulo de Elasticidad
E'	Módulo de Elasticidad Corregido por Deformación Plana
ν	Módulo de Poisson
h	Distancia Normal desde el Plano de la Grieta hasta el Borde de la Pieza
σ_0	Tensión de Fluencia
r_0	Radio de la Zona de Deformación Plástica
σ_{zz}	Tensión Normal al Plano xy
ε_{zz}	Deformación en la Dirección z
K_{II}	Factor Intensificador de Tensiones en el Modo II
K_{III}	Factor Intensificador de Tensiones en el Modo III
μ	Módulo de Corte
β	Ángulo de Orientación de la Grieta respecto del Plano Normal a la Tensión Aplicada
$\sigma_{x'x'}$	Tensión Normal al Plano yz rotado un Ángulo β
$\sigma_{y'y'}$	Tensión Normal al Plano xz rotado un Ángulo β
$\tau_{x'y'}$	Tensión de Corte en el Plano xy rotado un Ángulo β
J	Integral de Contorno J
a_e	Longitud de Grieta Efectiva
$r_{0\sigma}$	Radio de la Zona de Deformación Elástica
K_e	Factor Intensificador de Tensiones Efectivo
Y_e	Factor de Corrección de Geometría Efectivo
Γ	Contorno Arbitrario alrededor de la Punta de la Grieta
w	Densidad de Energía de Deformación
T_i	Componente i del Vector de Tracción
u_i	Componente i del Vector de Desplazamiento
ds	Diferencial de Longitud a lo largo del Contorno Γ
n_j	Dirección Normal al Contorno Γ
α	Constante Adimensional
n	Exponente de Endurecimiento por Deformación
I_{nn}	Constante de Integración dependiente de n
$\tilde{\sigma}_{ij}$	Función Adimensional de n y θ
$\tilde{\varepsilon}_{ij}$	Función Adimensional de n y θ
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Tensión Nominal Maxima
$\sigma_{m\acute{i}n}$	Tension Nominal Minima
σ_r	Rango de Tension Aplicada
σ_m	Tension Media
σ_a	Amplitud de Tension
R_T	Razon de Factor Intensificador de Tensiones en un Ciclo

da/dN	Tasa de Crecimiento de Grieta ó Velocidad de Propagación de Grieta
$K_{m\acute{a}x}$	Factor Intensificador de Tensión Máximo en un Ciclo
$K_{m\acute{i}n}$	Factor Intensificador de Tensión Mínima en un Ciclo
ΔK	Rango de Factor Intensificador de Tensión en un Ciclo
ΔK_{th}	Rango de Factor Intensificador de Tensión en un Ciclo en el Umbral
$\overline{\Delta K}_{th}$	Constante Empírica del Material
γ	Constante de la Ecuación de Walker
γ_{th}	Constante Empírica del Material
C	Constante de la Ley de Paris
C_0	Constante de la Ecuación de Walker
m	Constante de la Ley de Paris
$\Delta\sigma$	Rango de Tensión en un Ciclo
N	Número de Ciclos
K_{op}	Factor Intensificador de Tensiones de Apertura
ΔK_{ef}	Rango Efectivo de Factor Intensificador de Tensión en un Ciclo
K_0	Constante Empírica del Material
U_{ef}	Razón de Intensificador de Tensiones Efectiva
\mathcal{H}	Historia de Carga
$\Delta\bar{\sigma}$	Rango Equivalente de Tensión en un Ciclo
$d\bar{a}/dN$	Tasa de Crecimiento Promedio Correspondiente a $\Delta\bar{\sigma}$
ε	Deformación Total
ε_e	Deformación Elástica
ε_p	Deformación Plástica
$\Delta\varepsilon$	Rango de Deformación Total en un Ciclo
$\Delta\varepsilon_e$	Rango de Deformación Elástica en un Ciclo
$\Delta\varepsilon_p$	Rango de Deformación Plástica en un Ciclo
σ_0^c	Tensión de Fluencia Cíclicas
ΔJ	Integral de Contorno J para Cargas Cíclicas
η	Constante Adimensional que depende de la Geometría
ΔP	Rango de Carga en un Ciclo
ΔV	Rango de Desplazamiento en un Ciclo
ΔJ_{ef}	Integral de Contorno J Efectivo para Cargas Cíclicas
$\{F\}$	Vector de Cargas
$[K]$	Matriz de Rigidez
$\{u\}$	Vector de Desplazamientos Nodales
ρ	Densidad del Material
σ_{nom}	Tensión Nominal Aplicada
a_f	Longitud Final de Grieta
V_p	Velocidad de Maniobra

V_{no}	Velocidad Estructural Máxima en Crucero
n_z	Factor de Carga
Δn_z	Rango de Factor de Carga en un Ciclo
W_{comb}	Peso de Combustible
W_{prod}	Peso de Producto de Fumigación
c_d	Coefficiente de Resistencia
c_l	Coefficiente de Sustentación
W_{total}	Peso Total de la Aeronave
L	Sustentación
α	Ángulo de Ataque
b	Envergadura
Q	Fuerza de Corte
M	Momento Flector
T	Momento Torsor
T'	Torque de Bulones
F'	Fuerza de Pre-Tensión de Bulones
$R_{m\acute{a}x}$	Radio Máximo de la Zona de Deformación Plástica
j	Factor de Seguridad

LISTADO DE ACRÓNIMOS

FAA	Federal Aviation Administration
FAR	Federal Aviation Regulation
EEP	Elemento Estructural Principal
EEC	Elemento Estructural Crítico
IAC	Instrucciones de Aeronavegabilidad Continuada
CAR	Civil Aeronautical Regulation
SFER	Special Federal Aviation Regulation
AC	Advisory Circular / Circular de Asesoramiento
NDI	Non-Destructive Inspection / Inspección No Destructiva
NDE	Non-Destructive Evaluation / Evaluación No Destructiva
NDT	Non-Destructive Test / Ensayo No Destructivo
MFLE	Mecánica de Fractura Lineal Elástica
MFEP	Mecánica de Fractura Elasto-Plástica
LCF	Low Cyclic Fatigue / Fatiga de Bajo Ciclaje
HCF	High Cyclic Fatigue / Fatiga de Alto Ciclaje
FEM	Finite Element Method / Método de los Elementos Finitos
CAD	Computer Assistance Desing / Diseño Asistido por Computador

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

Reseña Histórica

➤ **Falla en el pivote del ala de la aeronave F-111.**

El 22 de diciembre de 1969, el avión F-111 perteneciente a la Fuerza Aérea de los Estados Unidos, diseñado para soportar un factor de carga de 11.0g, realizaba una maniobra estabilizada a 4.0g cuando el eje del pivote de semi-ala izquierda falló. Esta falla, cuyo resultado fue la pérdida total de la aeronave, fue atribuida a la presencia de un defecto en el herraje de acero D6AC, el cual se había propagado a un tamaño crítico, debido a las tensiones de tracción inducidos por la maniobra de 4.0g. La aeronave había acumulado sólo 105 horas de vuelo al momento de la falla. El fracaso, fue atribuido a la baja resistencia a la fractura del acero D6AC causado por la sal utilizada para su enfriamiento durante el tratamiento térmico. Este incidente conllevó a realizar una de las mayores investigaciones de una aleación estructural.

Los resultados de las investigaciones culminaron en un cambio radical en los criterios de diseño para las aeronaves de la Fuerza Aérea de los Estados Unidos. Muchas de las especificaciones de diseño fueron modificadas y también aparecieron otras nuevas. El documento más importante que se emitió fue la norma MIL-A-83444 "Requisitos de Tolerancia al Daño para Aeronaves". En este documento se establece que la estructura se diseñe utilizando principios de la mecánica de fractura.

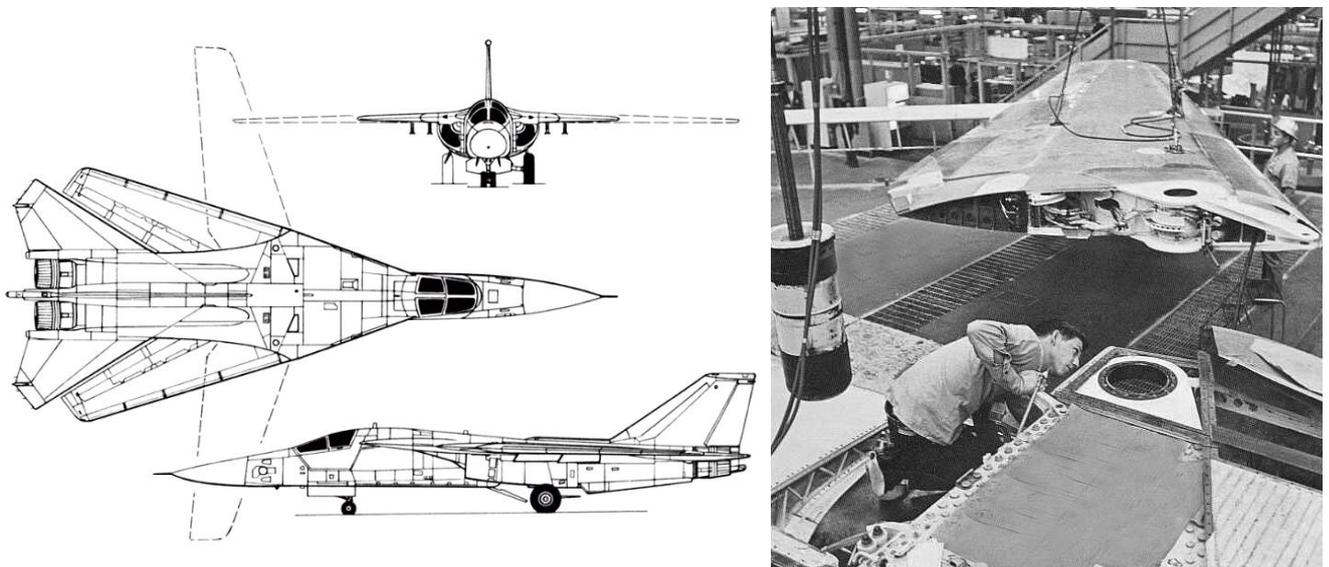


Figura [1] – Aeronave F-111

➤ **Desprendimiento del ala del Hawker Siddley – AVRO 748**

El 14 de Abril de 1976, en Argentina, una aeronave Hawker Siddley – AVRO 748, realizaba un vuelo cuando sufrió la separación del ala, debido a la fatiga. Este había sido el primer avión AVRO en ser diseñado en base a los principios de “Falla Segura”, para lo cual la estructura del ala había sido planteada como un conjunto de múltiples elementos. El inconveniente en el uso del concepto de diseño a falla segura en el 748, fue que no se previó que pudiera ocurrir una falla catastrófica, la cual se precipitó por grietas en múltiples sitios debido a fatiga.

La actual filosofía de diseño de Tolerancia al Daño incluye la realización de inspecciones específicas durante el servicio de la aeronave, basados en los distintos escenarios esperados acerca del crecimiento de grietas.

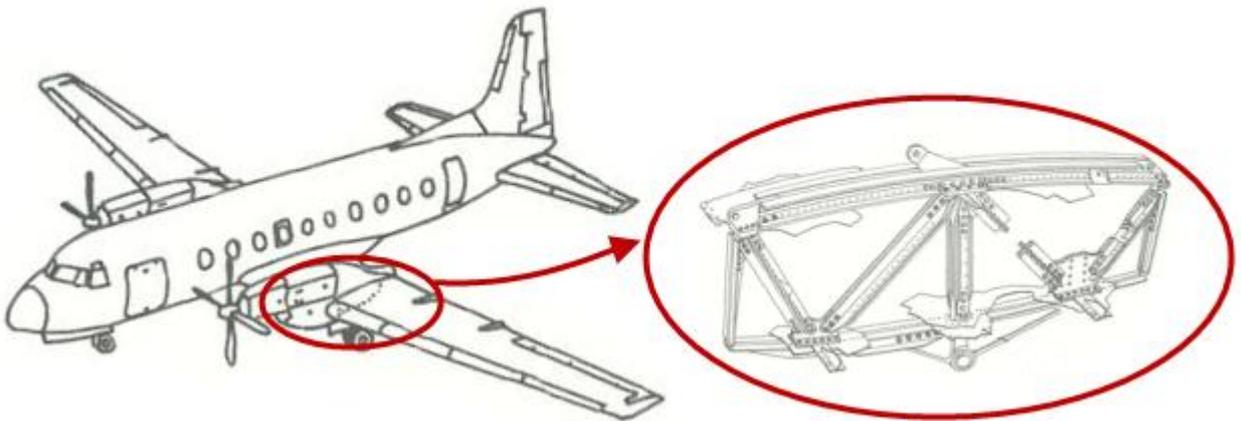


Figura [2] – Aeronave Avro 748

En base a lo expuesto anteriormente se puede distinguir la importancia de contar con una metodología adecuada para la evaluación de fatiga en las estructuras aeronáuticas, donde con los años toma protagonismo la filosofía de Tolerancia al Daño.

Originalmente, el término Daño Tolerado se refería a la capacidad de una estructura de soportar un daño repentino evitando una falla catastrófica. Con el paso del tiempo, se ha convertido en la habilidad de establecer límites de vida e intervalos de inspección que estén basados en el tiempo necesario para que una grieta se propague.

En la actualidad, el proceso de Evaluación de Tolerancia al Daño consiste básicamente en asumir la existencia de defectos en la estructura y evaluar la capacidad de ésta para

trabajar ante su presencia. Así mismo, una estructura tolerante al daño es aquella que es capaz de soportar las cargas de diseño en las etapas iniciales del daño y que presenta una alta resistencia a la propagación de éste en forma de grietas. Por lo tanto, es posible detectar el daño en las inspecciones establecidas, antes que el mismo se torne crítico.

Caso de Estudio

➤ ***Agrietamiento en la unión de las semi – alas de la aeronave Ayres Trush S2R***

El Avión Ayres S2R es un aeroplano de origen y fabricación Estadounidense, utilizado ampliamente en la Argentina por la industria agraria y para el control de incendios. Este tipo de aeronave es sometida a maniobras intensas y consecuentemente, a condiciones de cargas variables, pudiendo con el tiempo causar daño por fatiga a la estructura. Por esta razón, y para mantener a la aeronave en condiciones seguras de vuelo, se vuelve indispensable contar con un plan de mantenimiento que contemple además, inspecciones específicas en zonas susceptibles a la aparición de grietas por fatiga. Así fue que, durante la realización de inspecciones programadas, se detectaron grietas localizadas en los agujeros que alojan los bulones de $\frac{1}{4}$ pulgadas, situados en la platabanda inferior del larguero.



Figura [3] – Aeronave Ayres S2R

El objetivo de este Trabajo es determinar, bajo el concepto de Daño Tolerado, la velocidad de propagación de grietas en la platabanda inferior del larguero y, de esta manera, establecer los períodos adecuados de inspección sobre este componente, logrando que las aeronaves que poseen tendencia a sufrir este tipo de fallas, gocen de condiciones de vuelo seguras.

CAPÍTULO I

REQUERIMIENTOS DE LAS NORMAS VIGENTES

CAPÍTULO I

A lo largo de este capítulo se realiza el estudio y la interpretación de las Normativas Aeronáuticas vigentes. La Norma bajo la cual se realiza el diseño y la certificación de aeronaves, emitida por la FAA (Federal Aviation Administration), es designada como FAR (Federal Aviation Regulations). La misma se encuentra dividida en varias secciones, de las cuales la FAR-23 se aplica a aeronaves con pesos menores a 5700 Kg, contemplando y definiendo los estándares de certificación de las categorías Normal, Utilitario, Acrobático y Commuter. Así mismo, también se conocen por ejemplo la FAR-25, quien regula aeronaves con pesos mayores a 5700 Kg considerando la categoría de Transporte de Pasajeros y la FAR-27, bajo la cual se regulan Giroaviones de Categoría Normal.

El caso de estudio elegido para desarrollar a lo largo de este Trabajo, pertenece a una aeronave que, debido a sus características, se encuentra regida por la Parte 23 de la Norma FAR. Dentro de ésta, se analiza específicamente la Sub-Parte C, la cual hace referencia a los requerimientos estructurales que se deben cumplir.

1 Definiciones

A continuación se presentan definiciones que se consideran pertinentes al presente Trabajo.

a. **Elemento Estructural Principal (EEP)**. Un EEP es un elemento que contribuye de manera significativa a soportar las cargas generadas durante el vuelo, en tierra, o debido a la presurización, y cuya integridad es necesaria para mantener en condiciones seguras la estructura general del avión.

b. **Elementos Estructurales Críticos (EEC)**. Un elemento estructural crítico es aquel cuya falla, si no es detectada a tiempo, culminaría en el colapso estructural de la aeronave.

c. **Estructura Primaria**. Es toda aquella estructura que soporta las cargas generadas durante el vuelo, en tierra o debido a la presurización, cuya falla reduciría la integridad de la aeronave.

d. **Fatiga**. Es el proceso de cambio estructural permanente, progresivo y localizado que ocurre en un material sujeto a tensiones y deformaciones variables, en algún o algunos puntos y que produce grietas o la fractura completa tras un número suficiente de ciclos.

e. **Vida Segura**. La *Vida Segura* de una estructura significa que la misma ha sido evaluada para ser capaz de soportar la carga repetida de magnitud variable que se espera durante su vida de servicio sin grietas detectables.

f. **Falla Segura**. Significa que la estructura ha sido evaluada para asegurar que una falla catastrófica no es probable de ocurrir después de la rotura por fatiga o falla parcial de un único elemento estructural principal.

g. **Daño Tolerado**. Significa que la estructura ha sido evaluada para garantizar que si ocurre daño por fatiga, corrosión o daño accidental dentro de la vida operativa de la aeronave, la estructura restante podrá soportar cargas razonables sin fallar catastróficamente o sin mostrar una deformación estructural excesiva hasta que el daño sea detectado.

h. **Resistencia Residual**. Es la capacidad que tiene una estructura de soportar esfuerzos luego de que la misma ha sido dañada debido a fatiga, corrosión, o daño accidental.

i. **Camino de Carga Simple (Single Load Path).** Tiene lugar donde las cargas aplicadas son distribuidas sobre un solo elemento, el cual forma parte de un conjunto, y cuya falla, resultaría en la pérdida de la integridad de la estructura a la que pertenece.

j. **Instrucciones de Aeronavegabilidad Continuada (IAC).** Es la documentación que establece las instrucciones y requerimientos para llevar a cabo el mantenimiento de aeronaves, lo que resulta esencial para la continua condición de “aeronavegable” de una aeronave, motor o hélice.

2 ¿Cómo han cambiado los Requisitos de Fatiga a lo largo del Tiempo?

La filosofía de Daño Tolerado no siempre ha estado contemplada en los requerimientos de Fatiga. Si bien se observaba la necesidad de una metodología más certera y precisa, que proveyera respuestas con relación a las fallas debido al crecimiento de grietas, su aparición e introducción respecto de los requisitos para el diseño y la evaluación de estructuras aeronáuticas, fue paulatina.

A modo de describir esta situación y cómo fueron cambiando las normas a lo largo del tiempo, se presenta el siguiente resumen.

a. **Antes de 1957.** Los únicos requisitos en cuanto a fatiga para aviones pequeños aparecían en el Reglamento de Aeronáutica Civil (CAR), § 3.307. La norma CAR, en el apartado 3, solicitaba al diseñador de aeronaves, que eligiera detalles de diseño que evitaran las concentraciones de tensión. Este requisito de aeronavegabilidad se aplicaba a todos los detalles de diseño estructural en el avión. Cuando las normas CAR fueron recodificadas en distintas partes dentro del Título 14 del Código de Regulaciones Federales, este requisito se mantuvo en la § 23.627.

b. **1957.** La Modificación 3-2 de la CAR añade un requisito específico en el apartado 3, para la evaluación de fatiga de la estructura del fuselaje presurizado. El requisito otorgaba a los diseñadores la opción de una evaluación de resistencia de la estructura a vida-segura, o bien, la incorporación de diseño que contemplen la evaluación de resistencia a *Falla Segura*. Esta norma CAR § 3.270 fue recodificada dentro del Título 14 del Código de Regulaciones Federales como § 23.571.

c. **1969.** La Modificación 23-7 de la FAR, efectiva a partir del 14 de septiembre de 1969, añadió en § 23.572, los requisitos de fatiga al ala, a los órganos de transmisión de cargas, y a la estructura de fijación.

d. **1979.** El Reglamento Federal de Aviación Especial N° 41 (SFAR 41), efectivo a partir del 17 de septiembre de 1979, requería una justificación de fatiga para "aquellas partes del ala, órganos de transmisión de cargas del ala, empenaje vertical, estabilizador horizontal, y estructura de fijación, cuya falla pudiera ser catastrófica. "

e. **1989.** La Modificación 23-38, efectiva a partir del 26 de octubre de 1989, agregó al timón de dirección en los requerimientos de fatiga de la § 23.572.

f. **1993.** La Modificación 23-45 introdujo en la § 23.573 requisitos de tolerancia al daño y de evaluación de fatiga en estructuras de materiales compuestos. Esta modificación también añadió la tolerancia al daño como una opción aplicable en estructuras metálicas, para cabinas presurizadas en la § 23.571 y para alas, empenaje, y la estructuras asociadas en la § 23.572. En la modificación 23-45 también se amplió la evaluación de fatiga de la estructura del ala para canards, alas en tándem, y winglets.

g. **1996.**

(1) La Modificación 23-48 introduce la § 23.574, la cual requiere la evaluación de tolerancia al daño de la estructura metálica de las aeronaves en la categoría commuter. Esta modificación se efectivizó a partir del 11 de marzo de 1996.

(2) La Modificación 23-48 también introdujo la § 23.575, que aclara que tanto las inspecciones como cualquier otro procedimiento necesario para evitar una falla catastrófica, deben ser incluidos en la Sección de Limitaciones de las Instrucciones de Aeronavegabilidad Continuada (IAC).

3 Normativa Aplicable

Dentro de la norma FAR-23, Sub Parte C, se encuentra el título "Evaluación de Fatiga", donde de acuerdo a los apartados § 23.571 hasta § 23.575, propone tres métodos bajo los cuales se puede llevar a cabo la certificación de la aeronave. Estos son: Evaluación de Resistencia a Vida Segura, Evaluación de Resistencia a Falla Segura y Evaluación de Tolerancia al Daño. Como complemento a esta sección, en el año 2005 la FAA desarrolló una Circular de Asesoramiento (Advisory Circular – AC), AC 23-13A, donde se detallan en forma completa los procedimientos respecto a los criterios de Vida Segura y Falla Segura. No ocurre lo mismo con el criterio de Daño Tolerado, respecto del cual, la recomendación consiste en seguir las indicaciones de la AC 25.751-1D, teniendo la

precaución de que para el cálculo de parámetros, tales como velocidades y condiciones de carga, se deberá continuar aplicando los requerimientos solicitados ya sea en la norma FAR 23 o bien en la AC 23-13A.

Lo recién expuesto, se sintetiza en el siguiente cuadro:

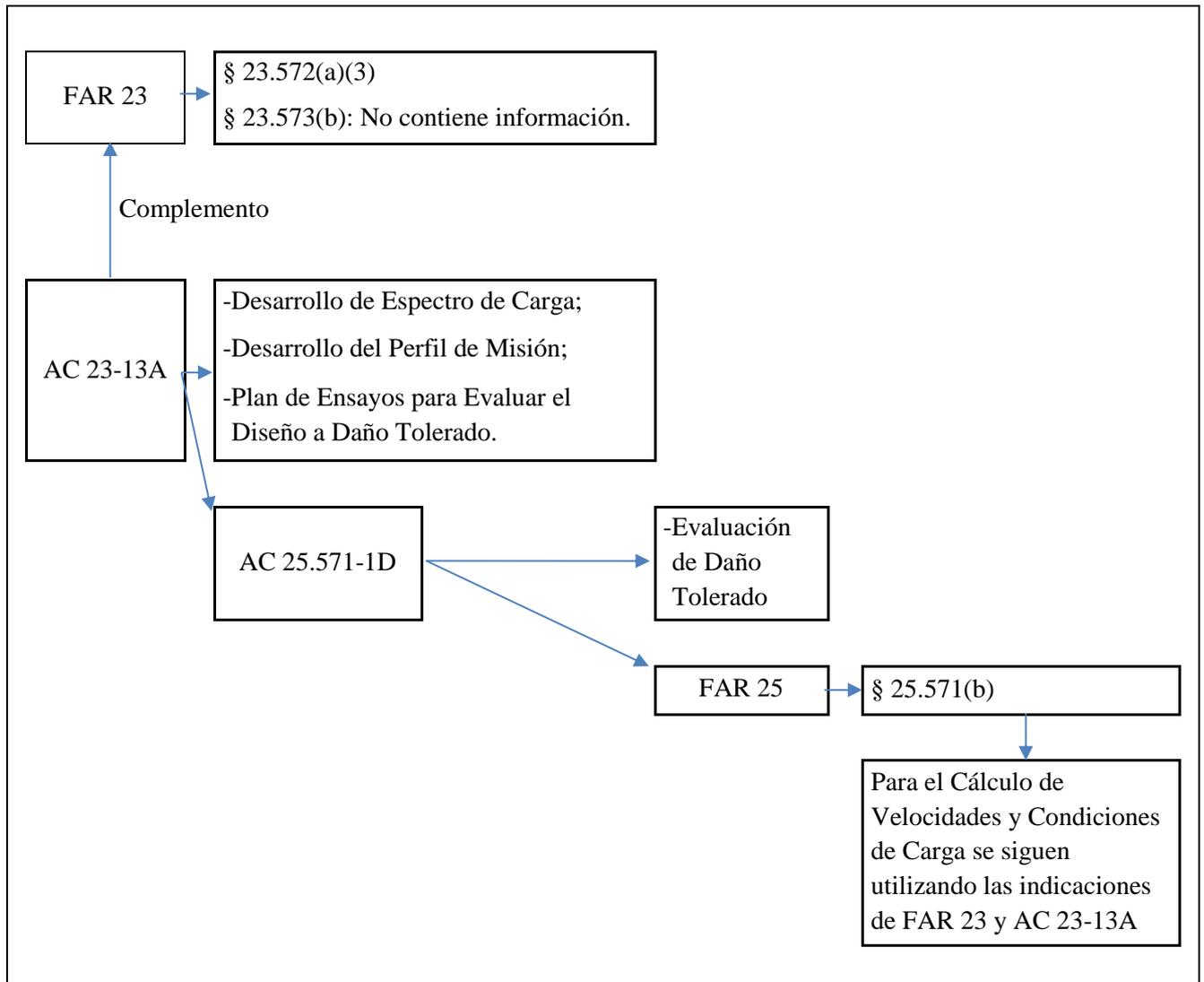


Figura [1.1] – Síntesis de Normativa Aplicable

4 Evaluación a Fatiga

El objetivo de los requerimientos de fatiga aquí mencionados, es fundamentalmente mantener la capacidad de resistencia con la que fue diseñada la estructura, durante toda la vida operativa de la aeronave.

La norma FAR establece que para todo vehículo aéreo contenido dentro de la categoría normal, utilitario y acrobático, el esfuerzo, el diseño y la fabricación de aquellas partes de la estructura, cuyo fallo pudiera ser catastrófico, deben ser evaluados por medio de alguno de los siguientes métodos:

Evaluación de Resistencia a Vida Segura: esto comprende una investigación en la que se muestra por medio de pruebas o análisis, apoyados por evidencias de ensayos, que la estructura es capaz de soportar las cargas cíclicas de magnitud variables que se esperan durante su vida en servicio sin presentar grietas detectables.

Evaluación de Resistencia a Falla Segura: esto incluye una investigación en la cual se muestra por medio de análisis, ensayos, o ambos que, no es probable que ocurra una falla catastrófica en la estructura, luego de que una falla por fatiga o una falla parcial aparezca en un EEP, y que el resto de la estructura es capaz de soportar un factor de carga estática máxima de 75% de la carga límite crítica a la velocidad de crucero (V_c).

Evaluación de Tolerancia al Daño: esta evaluación consiste en la determinación de los lugares y modos probables de daños debidos a fatiga, corrosión o accidentes. La determinación debe ser mediante análisis soportados por evidencia de ensayos o bien por la experiencia de servicio. El daño en múltiples sitios debido a fatiga debe ser incluido en aquellos casos en los que el diseño sea tal, que este tipo de falla sea previsible. La evaluación debe incorporar análisis estáticos y de cargas cíclicas, avaladas con evidencias de ensayos. El nivel de daño para la evaluación de resistencia residual en cualquier momento de la vida operativa de la aeronave, debe ser consistente con la detección inicial y con el posterior crecimiento bajo cargas cíclicas. Esta evaluación debe demostrar que la estructura restante es capaz de soportar las cargas límite críticas durante el vuelo, consideradas como cargas últimas, con un grado de daño detectable consistente con los resultados de la Evaluación de Daño Tolerado.

5 Nociones Básicas acerca de la Evaluación de Daño Tolerado

El propósito del análisis de Tolerancia al Daño es asegurar que el período de crecimiento de una grieta, será mayor que cualquier acumulación de cargas experimentadas durante el servicio de la aeronave, las cuales pudieran conducir a un tamaño de grieta crítico, y a partir del cual ya no se pueda garantizar la integridad de los componentes involucrados.

Para poder alcanzar este objetivo, resulta fundamental conocer los siguientes conceptos, y también la relación que existe entre ellos.

Propagación de Grieta: En una estructura dada, una grieta aumentará su tamaño en relación y respuesta a los ciclos de carga aplicados. Se considera que el crecimiento es despreciable cuando la grieta es muy pequeña, en cuyo caso, sería prácticamente imposible de observar, por lo que se supondrá entonces que, en una estructura siempre estarán presentes diminutos defectos. Luego, a medida que aumenta el tamaño de la grieta, la extensión de la misma se incrementará hasta una dimensión crítica, a partir de la cual la estructura se fracturará con la aplicación de un ciclo simple de carga.

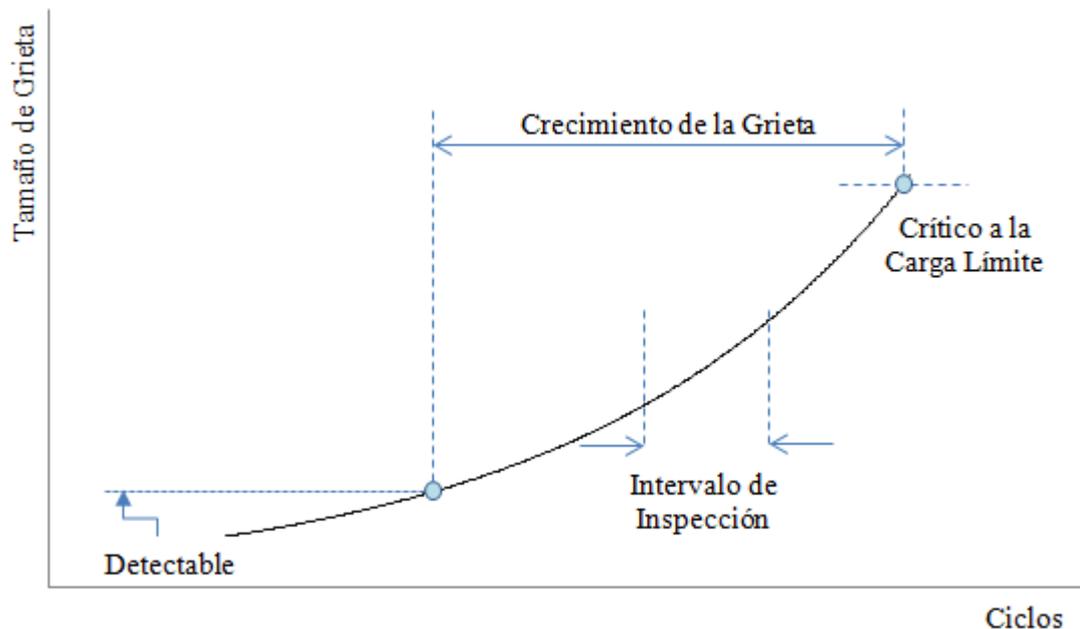


Figura [1.2] – Crecimiento de Grieta en Respuesta a los Ciclos de Carga

Resistencia Residual: Una vez conocida la Tenacidad a la Fractura K_{Ic} del material y la expresión del Factor Intensificador de Tensiones K , se puede determinar el esfuerzo crítico σ_c de súbita propagación de grietas para cualquier tamaño de grieta a . Este esfuerzo es conocido como Resistencia Residual.

El nivel de esfuerzo que inducirá la fractura rápida en una estructura, está relacionado con el tamaño que posea la grieta. Para una estructura sometida a pocos ciclos de carga durante su vida, y con una grieta de corta longitud, la capacidad que posee de resistir fracturas es alta. A medida que las cargas por fatiga se acumulen, la extensión

de la grieta se incrementará, reduciendo de esta manera el nivel de esfuerzo que provocaría la inestabilidad. Lo explicado se puede observar en la Fig. [1.3]. Cuando la grieta posee un tamaño pequeño, la tensión a la cual propagaría catastróficamente (Tensión Crítica) es alta, mientras que, a medida que la longitud del defecto aumenta, esta tensión crítica disminuye.

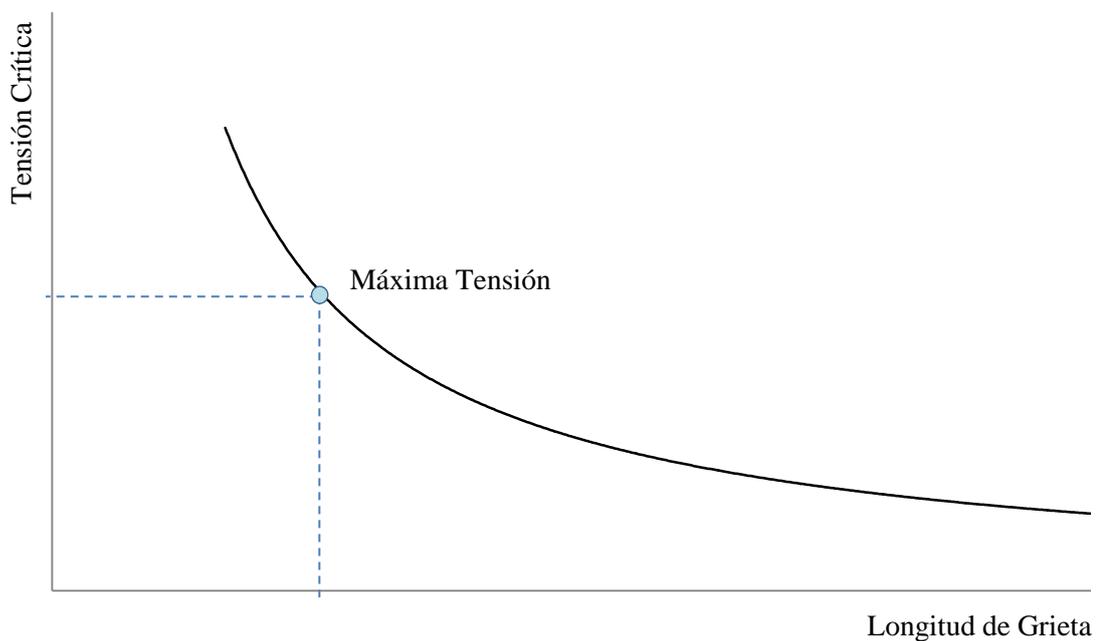


Figura [1.3] – Relación Inversa entre Tensión Crítica y Longitud de Grieta

Por otro lado, en la Fig. [1.4], puede observarse el siguiente hecho. En principio la Resistencia Residual (curva 1) se ve limitada por la tensión de fluencia. Ahora considerando que la tensión máxima aplicada (curva 2) es menor que la resistencia residual, y que esta última comienza a decrecer a medida que se acumula la cantidad de ciclos de carga e incrementa la longitud de la grieta, en algún instante ambas curvas se intersecarán. En este punto se producirá la fractura rápida.

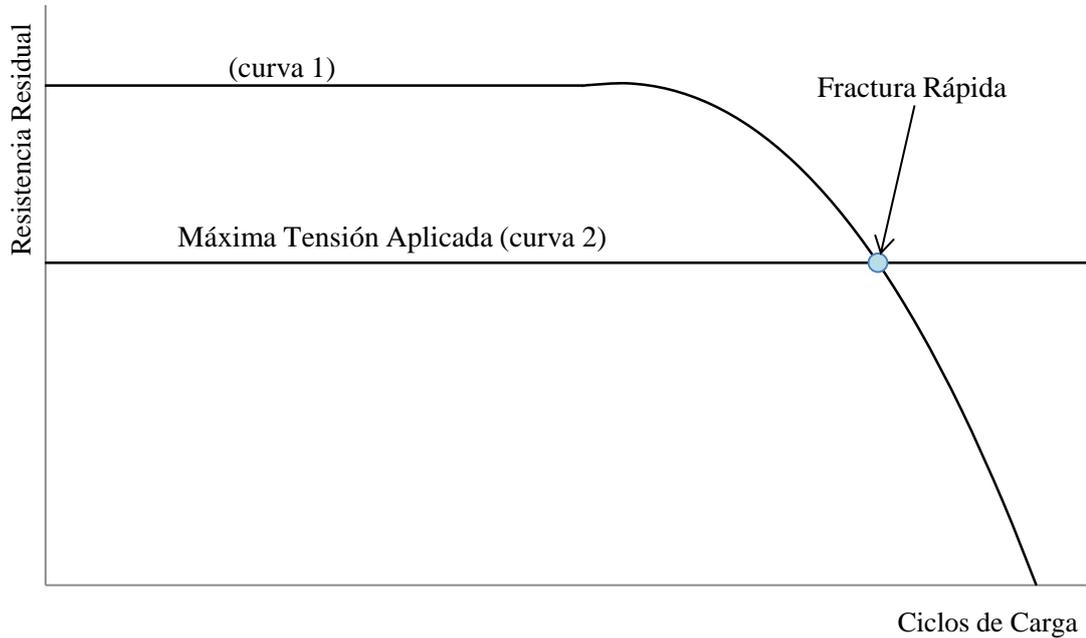


Figura [1.4] – Diagrama de Resistencia Residual

Inspección: La tasa de crecimiento de una grieta es el tiempo, medido por ejemplo en término de ciclos de vuelo, que le lleva a la misma crecer desde una longitud inicial hasta un tamaño crítico que reducirá la tensión residual a cero. El tamaño mínimo al cual puede ser detectada una grieta es el que marcará el inicio de la escala de tiempo. Es así que, para poder alcanzar el objetivo del análisis de Tolerancia al Daño, se deben diseñar programas de inspección que detecten el momento en que aparece una grieta, antes de que la misma comience a propagarse y la estructura falle. La frecuencia de las inspecciones debe ser a intervalos que representen una fracción del tiempo de crecimiento de la grieta esperado, de modo de tener la oportunidad de realizar acciones correctivas y mantener la seguridad e integridad de la estructura.

6 Metodología de Evaluación de Tolerancia al Daño

La Evaluación de Tolerancia al Daño es un requisito para la certificación de las aeronaves y sus partes componentes, y también una herramienta para la determinación de los periodos de inspección de las mismas.

El término Daño Tolerado tiene una variedad de significados, pero normalmente se refiere a la metodología de diseño en la cual el análisis de la mecánica de fractura predice

la vida remanente de un elemento y cuantifica sus intervalos de inspección. Como su nombre lo sugiere la filosofía de Daño Tolerado permite que permanezcan defectos en la estructura siempre y cuando los mismos se encuentren por debajo del tamaño crítico.

El origen de rotura por fatiga es un pequeño defecto en el material, que va extendiéndose progresivamente hasta el instante en que no existe suficiente material sano en la sección para soportar el esfuerzo aplicado; se produce entonces la rotura instantánea por deformación plástica o por fragilidad. Por ello, una de las primeras tareas del análisis de tolerancia al daño es la estimación del tamaño crítico de grieta a_c , esto es, el tamaño a partir del cual la misma propagará inestablemente.

Una vez que el tamaño de grieta crítico ha sido estimado, se le aplica al mismo un factor de seguridad, determinando así el tamaño de grieta tolerable a_t . El factor de seguridad debería estar basado en la incertidumbre de los parámetros de entrada, como ser, la tensión y la rigidez en el análisis de fractura, pero en general se elige arbitrariamente.

Una vez definidos estos parámetros, se deben calcular y definir los períodos de inspección que garanticen una segura operación de la aeronave.

Mediante el estudio de la Mecánica de Fractura se puede mostrar que la velocidad de crecimiento de una grieta es proporcional a la raíz cuadrada de su longitud. Por esta razón, las grietas de fatiga pasan la mayor parte de su vida en forma de defectos muy pequeños difíciles de detectar. Tan sólo en las últimas etapas de su vida comienzan a causar una pérdida significativa del área resistente. Esto plantea problemas para la definición de los períodos de inspección de estructuras en servicio.

6.1 Método de Cálculo de Tolerancia al Daño

Para la definición de los períodos de inspección, es conveniente tener en cuenta los aspectos que se mencionan a continuación:

- 1) El procedimiento se aplicará en cada lugar donde exista la posibilidad de nucleación de grietas.

- 2) La longitud mínima supuesta del defecto a_0 , debe ser tal que tenga en cuenta el método de Inspección No Destructivo (NDI) que se utilizará para su detección.

3) El tiempo total requerido para que la grieta crezca desde a_0 hasta a_t , llamado t_t , es obtenido mediante el cálculo basado en los principios de la Mecánica de Fractura.

4) La definición del primer intervalo de inspección I_1 , Fig. [1.5], debe contemplar que el tiempo transcurrido debe ser menor que t_t , de manera de prevenir un crecimiento de grieta por encima de a_t antes de la próxima inspección.

a) Si no se detectan grietas mayores a a_0 , el segundo intervalo de inspección I_2 será igual a I_1 , como se muestra en la Fig. [1.6].

b) Suponga ahora que la próxima inspección revela una longitud de grieta a_1 mayor que a_0 . En esta instancia el análisis de crecimiento de grieta debe ser realizado para estimar el tiempo requerido para que a_1 crezca hasta a_t .

5) El próximo intervalo de inspección I_3 debería ser más corto que I_2 , como se muestra en la Fig. [1.7].

Los intervalos de inspección deberían acortarse progresivamente a medida que la estructura se aproxime al final de su vida. La estructura es reparada o sacada de servicio cuando el tamaño de grieta alcanza el tamaño máximo tolerable o cuando las inspecciones requeridas se vuelven tan frecuentes que no justifican la continuidad de operación de la aeronave.

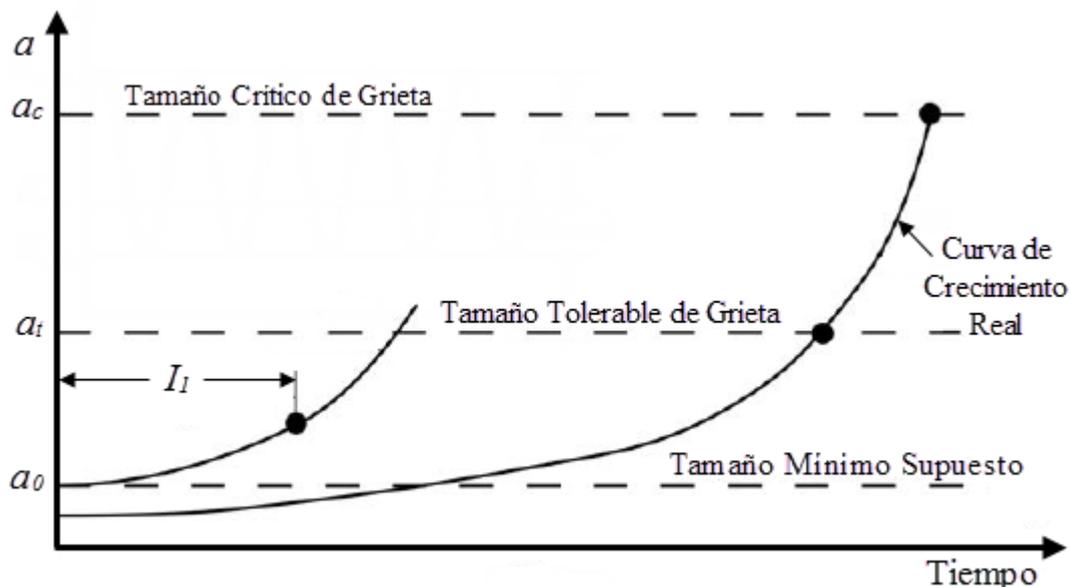


Figura [1.5] – Definición del Primer Intervalo de Inspección

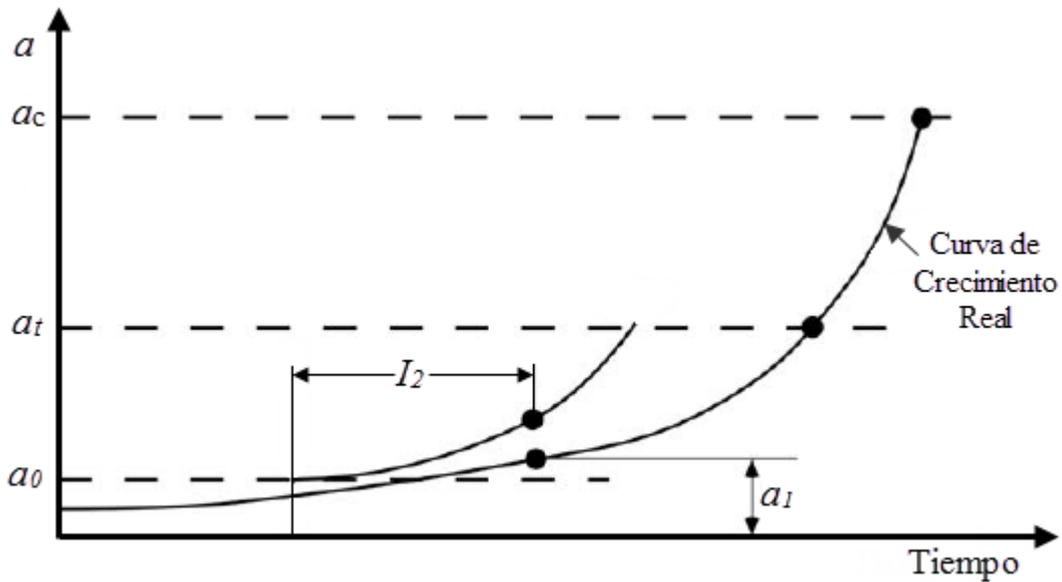


Figura [1.6] – Definición del Segundo Intervalo de Inspección

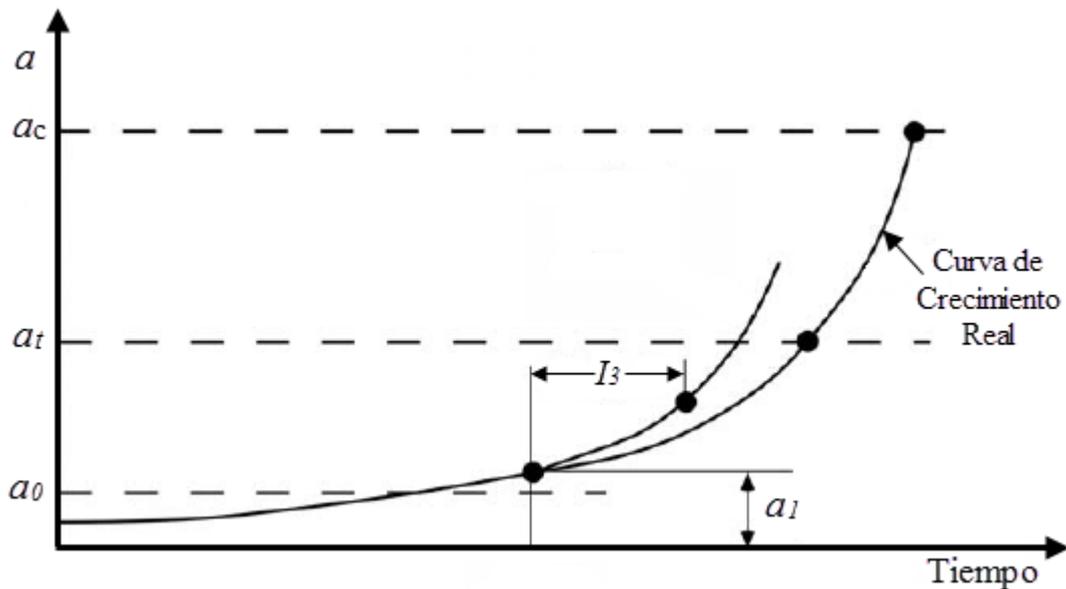


Figura [1.7] – Definición del Tercer Intervalo de Inspección

En varias aplicaciones los intervalos de inspección variables no son prácticos; las inspecciones deberían a menudo ser llevadas a cabo en tiempos regulares tal que se pueda programar correctamente de manera adelantada. En tales instancias habrá que modificar lo descrito más arriba. El propósito principal de cualquier manual de asesoramiento de tolerancia al daño, es asegurar que las grietas no van a crecer hasta la falla entre inspecciones.

7 El Daño Tolerado y las Evaluaciones No Destructivas (NDE)

Las Evaluaciones No Destructivas son el resultado de realizar Inspecciones No Destructivas (NDI) y Ensayos No Destructivos (NDT), en conjunto con los requerimientos para determinar la capacidad de servicio de un componente o conjunto.

La NDE es la técnica que se utiliza para inspeccionar o ensayar materiales y componentes sin destruirlos o reducir su capacidad de servicio. Un examen visual no es el único medio de asegurar la adecuada aptitud para el servicio del elemento. Estas técnicas no destructivas son empleadas para detectar variaciones en la estructura del material, detectar presencia de discontinuidades, cambios en la terminación superficial y determinar propiedades físicas de los materiales.

Las fallas de un elemento estructural o de una estructura completa generalmente pueden ser atribuidas a dos causas:

- Defecto preexistente de manufactura;
- Daño inducido durante el servicio.

El primer tipo de defecto, resulta generalmente de errores humanos en los procesos de diseño, como ser la selección de materiales o bien en la manufactura o control de calidad. La segunda causa de falla estructural, que es más difícil prevenir, se debe a comportamientos desconocidos o condiciones que no se pudieron anticipar o prever durante el diseño.

Es posible superar ambos tipos de fallas mediante la utilización del criterio de Daño Tolerado y la aplicación adecuada de la Evaluación no Destructiva. Ambos conceptos, a pesar de su diferencia, se encuentran íntimamente ligados y suelen asegurar la operación de una estructura por determinados períodos de servicio.

Como se mencionó anteriormente, el criterio de tolerancia al daño se refiere a la capacidad de una estructura de seguir operando mientras una grieta o defecto sea menor a cierto tamaño crítico sin que su integridad se vea comprometida. De manera complementaria, la evaluación mediante un método no destructivo proporciona la información actualizada de la situación en que se encuentra un componente en determinado momento, ya que puede identificar la presencia de una o varias grietas y permite conocer el tamaño y la localización de las mismas.

A partir de esa información y acompañada de un análisis de las condiciones de operación, propiedades del material y el tamaño de grieta tolerable, se puede establecer

qué tan críticas son las grietas. Luego, es factible predecir su comportamiento y estimar cuánto transcurrirá para que produzcan una fractura rápida. De esta manera se puede establecer un período de inspección que permite dar seguimiento al desarrollo de las grietas, y finalmente, fijar programas de mantenimiento.

7.1 Inspección No Destructiva (NDI)

En la industria aeronáutica, la necesidad de inspeccionar en busca de daños es una tarea importante. Dichas inspecciones requieren métodos técnicos, debido a los tamaños pequeños que poseen las grietas. En la Tabla [1.2] se puede ver un resumen de algunos de los Métodos de Inspección no Destructiva (NDI) que se realizan hoy en día, junto con la aplicación de los mismos y sus ventajas y desventajas. En la Fig. [1.8] se compara la capacidad de detección de dichos métodos.

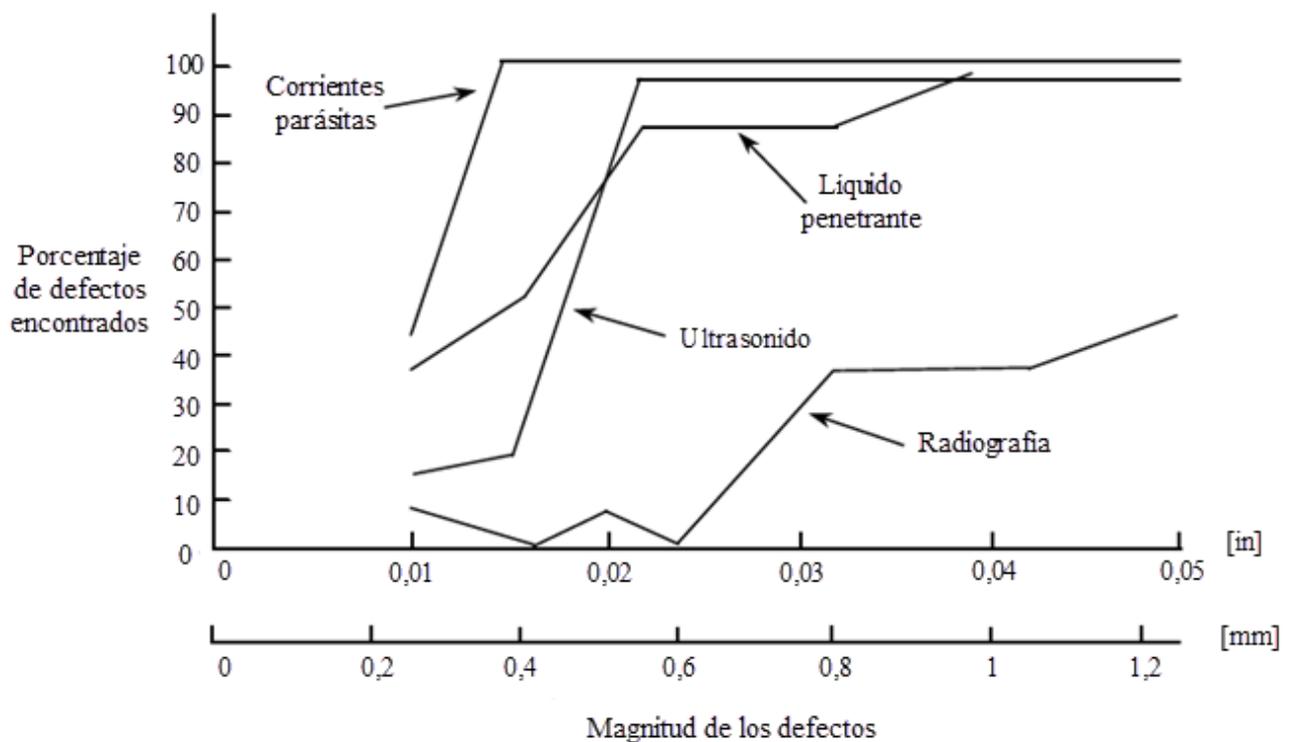


Figura [1.8] – Capacidad de Detección de los Métodos NDI

Método NDI	Aplicación	Ventajas	Desventajas
Radiografía	Detección de discontinuidades internas y externas. Elevada sensibilidad a las discontinuidades. Utilizado en la inspección de componentes inaccesibles, sin necesidad de procesos de desmontajes.	Puede detectar grietas internas y externas. Inspecciona áreas de difícil acceso. Los resultados quedan grabados de manera permanente y casi no requiere preparación previa del componente a inspeccionar.	Es altamente costoso, debido al elevado tiempo que lleva la realización de este ensayo. Es requerida una alta capacidad por parte del usuario. No es posible determinar la profundidad de las discontinuidades.
Líquido Penetrante	Detección de defectos superficiales en todo tipo de materiales, tales como aleaciones de metal, plásticos, gomas, vidrios y algunos cerámicos.	Fácil de usar. Es preciso, rápido y fácil de interpretar. Además es portable.	Los defectos deber llegar hasta la superficie y ser accesibles al operador. Pueden encontrarse cubiertos por pintura, por lo tanto es necesario limpiar antes y despues de efectuar el ensayo.
Corrientes Parásitas (Eddy Current)	Detección de grietas abiertas a la superficie del componente en ensayo. Puede ser empleado para seleccionar materiales, realizar ensayos de dureza, mediciones de conductividad eléctrica y medición de espesores de protección superficial.	Es portable y sensible a pequeñas discontinuidades. Se realiza con velocidad moderada y se obtienen resultados inmediatos. Es sensible al espesor.	La superficie debe ser accesible. La rugosidad de la superficie puede interferir con el ensayo. Solo puede aplicarse a materiales conductores y se requiere un usuario con habilidad.
Ultrasonido	Materiales metálicos, compuestos, plásticos, gomas, etc. Puede ser utilizado para medir espesores.	Es portable, barato, sensible a pequeñas discontinuidades. El componente necesita poca preparación y puede inspeccionarse un amplio rango de espesores.	La superficie debe ser accesible. La rugosidad del componente puede interferir con el ensayo. Se requiere una alta habilidad del usuario para la interpretación de los resultados.

Tabla [1.2] – Métodos NDI

En la Fig. [1.8] se puede observar que tres de las cuatro NDI presentadas alcanzan una detectabilidad de defectos con una precisión mayor al 80%, a partir de longitudes de grieta de 0.55 [mm]. Será importante tener en cuenta dicho dato durante el desarrollo de capítulos posteriores.

Referencias del Capítulo I

[1-1] FAR Part 23 – Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic and Commuter Category Airplanes – Subpart C Structure, Fatigue Evaluation. Amendment 55.-

[1-2] FAR Part 25 – Airworthiness Standards: Transport Category Airplanes – Subpart C Structure, Fatigue Evaluation. Amendment 115.-

[1-3] Advisory Circular – AC 23-13A Fatigue, Fail-Safe, and Damage Tolerance Evaluation of Metallic Structure for Normal, Utility, Acrobatic, and Commuter Category Airplanes. September 29, 2005.-

[1-4] Advisory Circular – AC 23.571-1D Damage Tolerance and Fatigue Evaluation of Structure. January 13, 2011.-

[1-5] Damage Tolerance Assessment Handbook – Volumen I & II. October 1993.-

CAPÍTULO II

MÉTODOS ANALÍTICOS PARA LA EVALUACIÓN DE PROPAGACIÓN DE GRIETAS

CAPÍTULO II

El concepto de la Mecánica de Fractura ha sido desarrollado con el fin de poder estudiar la resistencia de los materiales y estructuras que contienen defectos, los cuales bajo ciertas condiciones de carga, pueden desarrollarse como grietas. Es por esto, que resulta fundamental adoptar metodologías de estudio que permitan conocer el efecto que tienen estas fallas sobre el comportamiento del material, y que a su vez asistan a los investigadores y diseñadores a realizar una adecuada selección de materiales y diseños, de modo que se minimicen las posibilidades de que ocurra una fractura, y lograr entonces que los componentes y las estructuras soporten las sollicitaciones de servicio en forma segura y fiable durante toda su vida útil.

Siguiendo estos principios, el presente capítulo está destinado a introducir el concepto de la Mecánica de Fractura, y discutir tanto los fundamentos como la aplicación de sus principales líneas de estudio, comenzando con la ‘Mecánica de Fractura Lineal Elástica’, siguiendo con la ‘Mecánica de Fractura Elasto-Plástica’ y concluyendo con el análisis de la ‘Propagación de Grietas debido a Fatiga’.

1 Mecánica de Fractura Lineal Elástica (MFLE)

Las primeras teorías de la Mecánica de Fractura sólo eran aplicables a materiales que obedecían la Ley de Hooke. A principios de los '60 se comenzaron a desarrollar conceptos que tenían en cuenta comportamientos no lineales, aunque la mayoría de estos eran extensiones de la Mecánica de Fractura Lineal Elástica. Lo anterior sugiere que, para lograr comprender los conceptos avanzados que involucran efectos de plasticidad y otros, es fundamental el estudio profundo sobre la teoría lineal elástica.

A continuación se describen los enfoques de energía e intensidad de tensiones orientados a MFLE, a partir de los cuales se desprenden los parámetros G y K , denominados *Tasa de Liberación de Energía* y *Factor Intensificador de Tensiones*, respectivamente.

1.1 Concentración de Tensiones debido a Defectos Presentes en el Material

Las primeras evidencias cuantitativas sobre los efectos concentradores de tensiones que producían las fallas del material, fueron obtenidas a partir de analizar un agujero de forma elíptica en una placa plana de ancho infinito, como se muestra a continuación.

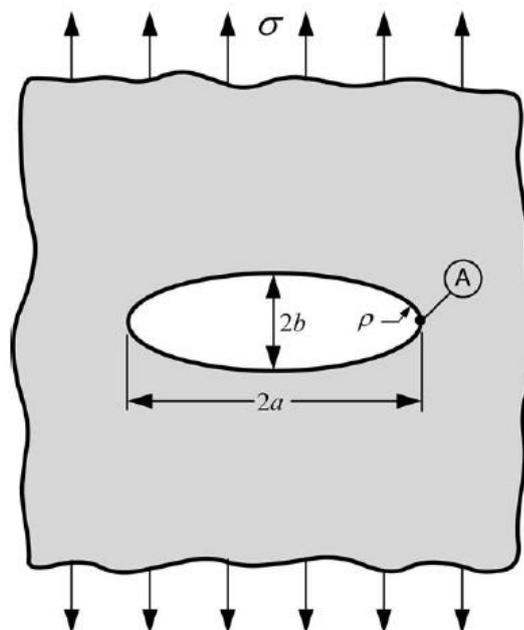


Figura [2.1] – Agujero Elíptico en una Placa Plana

En base a lo estudiado, se determinó que la tensión en el punto A estaba dada por:

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + \frac{2a}{b} \right) \quad \text{Ec. [2.1]}$$

donde se definió a la relación σ_A/σ como el “factor concentrador de tensiones”, k . Si se considera el caso de un agujero circular, entonces $a = b$, y el factor de concentración de tensiones obtenido a partir de la Ec. [2.1], sería igual a 3, demostrando para esta configuración un k independiente del radio del agujero.

A medida que el radio mayor a se incrementa, el agujero va tomando la forma aguda que, en un caso extremo se asemeja a una grieta afilada. Para este caso, resulta conveniente escribir la ecuación anterior como:

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad \text{Ec. [2.2]}$$

La Ec. [2.2] predice una tensión infinita en la punta de una grieta afilada donde $\rho = 0$, lo que implica que una estructura con una grieta de cualquier tamaño fallaría inmediatamente. Este resultado teórico que en la práctica es imposible, motivó a los investigadores a llevar a cabo un desarrollo de la teoría de la Mecánica de Fractura, basado en la energía en lugar de la tensión en la punta de la grieta.

1.2 Tasa de Liberación de Energía ζ

Basándose en la Primera Ley de la Termodinámica, el Ingeniero inglés A. A. Griffith postuló que la propagación de una grieta ocurre cuando la energía disponible para el crecimiento de la misma es lo suficientemente grande como para vencer la resistencia del material. Dicha resistencia puede incluir energía superficial, trabajo plástico, u otro tipo de energía de disipación asociada a la propagación de la grieta.

El modelo desarrollado por Griffith consideraba que toda la energía liberada era usada en la creación de una nueva superficie libre en las caras de la grieta. Esto es aproximadamente verdadero para materiales que prácticamente no presentan deformación plástica. Sin embargo, en materiales dúctiles, la mayoría de la energía es usada en deformar el material plásticamente en la punta de la grieta. Aplicando el concepto de ζ en

metales, se demostró que esto era válido aún bajo circunstancias de plasticidad, siempre y cuando la zona de deformación plástica fuese pequeña.

Si se considera un cuerpo agrietado y cargado como el que se muestra en la Fig. [2.2(a)], y se asume que el comportamiento del material es elástico lineal, entonces la curva carga-desplazamiento también será lineal. Como resultado de la aplicación de la carga, el cuerpo será sometido en todo su volumen a deformaciones elásticas, y por lo tanto, a que en el mismo se almacene energía potencial U . Esto puede observarse en la Fig. [2.2(b)]. Si la grieta se propaga una pequeña longitud da , mientras el desplazamiento se mantiene constante, la rigidez del cuerpo disminuirá. Esto implica una reducción de la energía potencial dU , que se traduce en una cantidad de energía liberada.

Por lo anterior, la tasa de cambio de energía potencial con el incremento en el área de la grieta, se define como la *Tasa de Liberación de Energía de Deformación o Fuerza Conductora*,

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{b} \frac{dU}{da} = -\frac{dU}{dA} \quad \text{Ec. [2.3]}$$

donde el signo negativo aparece para que \mathcal{G} tenga un valor positivo. Entonces, \mathcal{G} representa la energía por unidad de área requerida para extender la grieta. Por lo tanto, si R es la resistencia del material a la propagación de la misma, la condición de crecimiento estable estaría dada por

$$\mathcal{G} = R \quad \text{Ec. [2.4]}$$

y

$$\frac{d\mathcal{G}}{da} \leq \frac{dR}{da} \quad \text{Ec. [2.5]}$$

En cambio, un crecimiento de grieta inestable se produciría si

$$\frac{d\mathcal{G}}{da} \geq \frac{dR}{da} \quad \text{Ec. [2.6]}$$

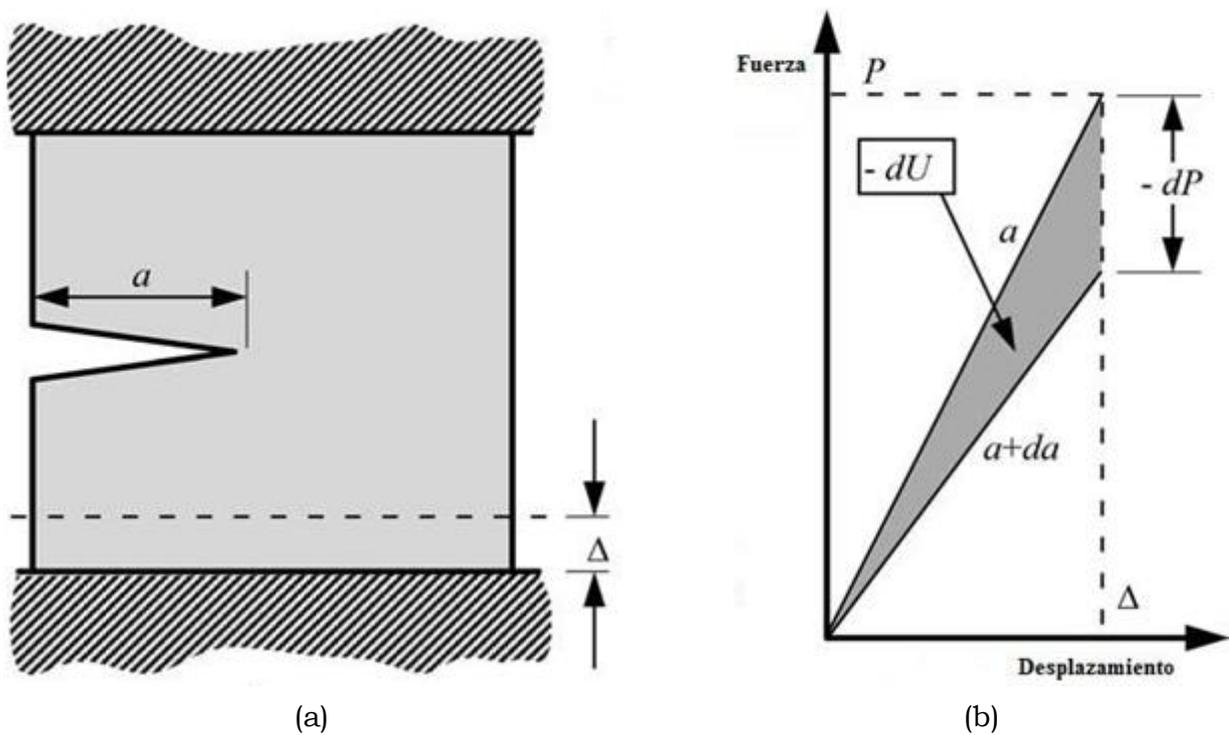


Figura [2.2] – Muestra Agrietada con Carga Variable y Desplazamiento Fijo

1.3 Modos de Carga

Antes de analizar las variaciones de esfuerzos y deformaciones en cuerpos agrietados sometidos a cargas externas, es necesario definir los diferentes modos de fractura. En este sentido, existen tres modos básicos de desplazamiento de las caras de una grieta cuando es sometida a tensiones, de manera que cualquier estado de cargas puede ser pensado como combinación de ellos.

En el *Modo I* la carga principal es aplicada normal al plano de la grieta y tiende a abrirla. El *Modo II* corresponde a un corte en el plano de la grieta y tiende a deslizar una cara de la misma con respecto a la otra. El *Modo III* se refiere a un corte fuera del plano de la grieta. Un cuerpo agrietado puede estar cargado de acuerdo a cualquiera de estos tres modos o con una combinación de ellos.

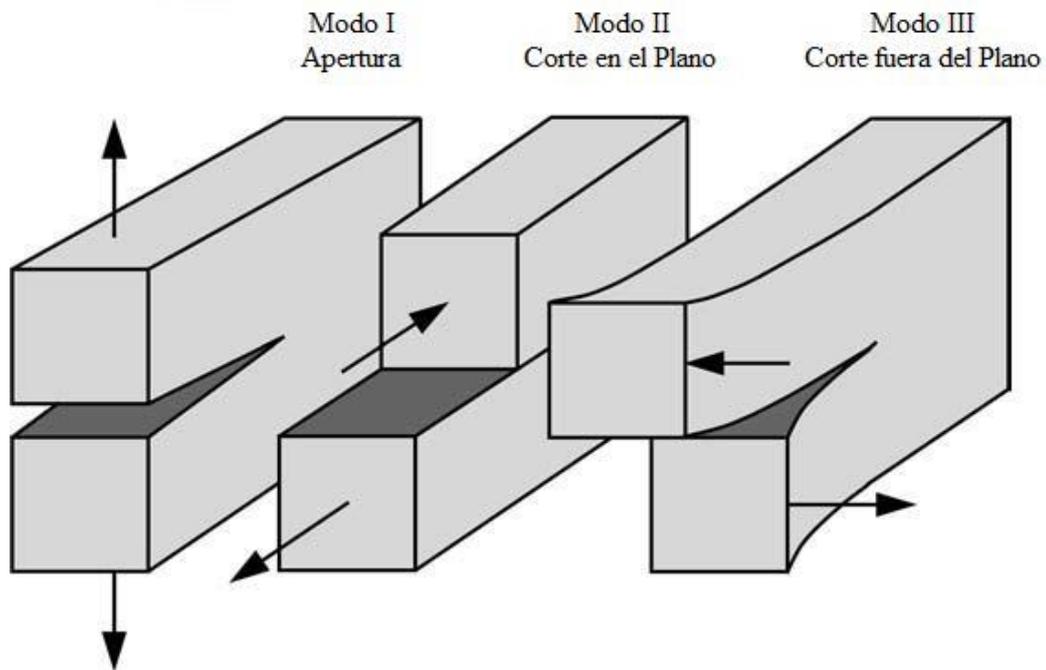


Figura [2.3] – Modos de Carga

1.4 Factor Intensificador de Tensión K

Como se discutió anteriormente, el concepto de concentración de tensiones, predice en la teoría, que aparecerá una tensión infinita en la punta de una grieta; sin embargo se sabe que en la realidad esto no es posible. En materiales dúctiles, tales como los metales, se observa que ocurren grandes deformaciones plásticas en la cercanía del extremo de la grieta, llamándose esta región, dentro de la cual fluye el material, '*zona plástica*'. Entonces, debido a esto, si la carga aplicada no es demasiado alta, el material podría transformar la forma afilada de la punta de la grieta a una más redondeada, de modo de que esta tensión, teóricamente infinita, se reduzca a un valor finito.

En este caso, la punta de la grieta experimentaría una gran deformación, sufriendo una pequeña separación. Los altos niveles de tensiones predichos en la cercanía de la punta de la grieta son, entonces, redistribuidos a lo largo de esta región, como se muestra en la Fig. [2.4].



Figura [2.4] – Redistribución de Tensiones en el Punta de la Grieta y Zona Plástica

En base a lo expuesto anteriormente, se puede suponer que todo el material alrededor de la grieta, experimentará distintas tensiones. Entonces, para ciertas configuraciones de elementos agrietados, sometidos a fuerzas externas, sería posible encontrar expresiones que indiquen como es la tensión en cada punto del cuerpo. Trabajando bajo las hipótesis de que el comportamiento del material es isotrópico y elástico lineal, y definiendo el sistema de referencia de la Fig. [2.5], se puede encontrar que el campo de tensiones está dado por:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}}\right) f_{ij}(\theta) \quad \text{(en esta ecuación los términos de alto orden son omitidos)} \quad \text{Ec. [2.7]}$$

donde

σ_{ij} es el tensor de tensiones

r y θ están definidas en la Fig. [2.5]

k es una constante llamada *factor de concentración de tensiones*

f_{ij} es una función adimensional de θ

La Ec. [2.7] es válida cuando se estudia el comportamiento del material muy próximo a la punta de la grieta, donde efectivamente pueden desprejarse los términos de alto orden, y como puede observarse presenta una singularidad a medida que $r \rightarrow 0$. A su vez, cada modo de los vistos anteriormente, producirá una singularidad en el extremo de la

grieta, donde K y f_{ij} dependerán del modo. Esta ecuación también puede ser expresada en función del *Factor Intensificador de Tensiones* K , el cual está definido como $K = k\sqrt{2\pi}$.

Entonces, considerando un campo singular para el *Modo I*, las tensiones mostradas en la Fig. [2.5], pueden ser calculadas a partir de las siguientes ecuaciones

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad \text{Ec. [2.8]}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad \text{Ec. [2.9]}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad \text{Ec. [2.10]}$$

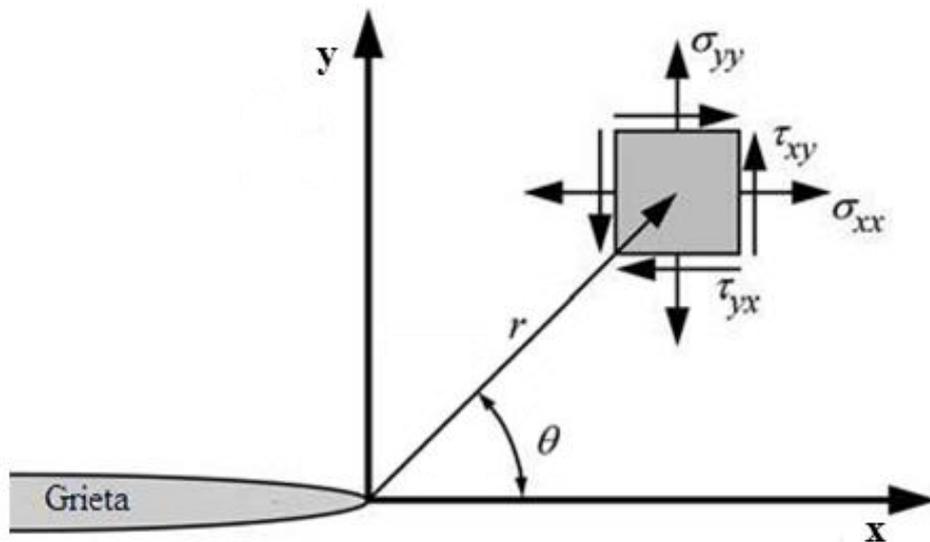


Figura [2.5] – Definición de los Ejes Coordinados

Es conveniente aclarar que, existen ecuaciones análogas para los *Modos de carga II y III*, sólo que a lo largo de este Trabajo, se analizan y desarrollan los temas utilizando el *Modo I*, debido a que naturalmente las grietas son más propensas a propagar de esa forma.

Siguiendo la línea de las Ec. [2.8], [2.9] y [2.10], se observa que todas las tensiones distintas de 0 son proporcionales a K_I , siendo el resto de los factores, simplemente, las variaciones en las coordenadas r y θ .

De acuerdo a las ecuaciones anteriores, K_I tiene unidades de *tensión* · $\sqrt{\text{longitud}}$.

A su vez, existe también una solución analítica para problemas sencillos, en los cuales se conoce tanto la geometría de la grieta como la carga aplicada. Esto se refleja en la siguiente ecuación:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad \text{Ec. [2.11]}$$

donde

Y es un factor de corrección de geometría

σ es la tensión normal aplicada

a es la semi-longitud de una grieta

Se puede concluir entonces que, en términos generales, el concepto de *Factor Intensificador de Tensión*, caracteriza la magnitud (intensidad) del campo de tensiones en las cercanías de la punta de una grieta, en un material isotrópico, lineal elástico.

1.4.1 Factor de Corrección de Geometría

Como se mostró anteriormente, el *Factor Intensificador de Tensión* K puede relacionarse con la tensión aplicada y con la longitud de la grieta mediante la Ec. [2.11]. El factor Y es una función que depende de la geometría y la configuración de carga y, generalmente, de una relación entre la longitud de la grieta a y alguna otra dimensión geométrica de la muestra.

Otra forma usual de expresar la Ec. [2.11] es:

$$K = Y_p \frac{P}{t\sqrt{W}} \quad \text{Ec. [2.12]}$$

donde

P es la fuerza aplicada a la pieza

t es el espesor de la pieza

W es el ancho de la pieza

Y_p es un nuevo *factor de corrección de geometría* (función adimensional)

Este factor Y_p puede ser determinado a través de engorrosos procedimientos analíticos y/o experimentales, y para ciertos casos de configuraciones conocidas de muestras de

ensayo, que se asemejen al problema real que se trata de resolver, pueden utilizarse los resultados obtenidos que se encuentran publicados en gran cantidad de manuales. A continuación se listan alguno de los casos más comunes.

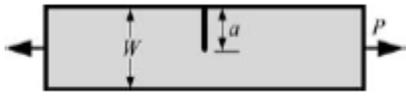
<i>Geometría</i>	Y_p
<p>Grieta en un Borde</p> 	$\frac{\sqrt{2 \tan \frac{\pi a}{2W}}}{\cos \frac{\pi a}{2W}} \left[0.752 + 2.02 \left(\frac{a}{W} \right) + 0.37 \left(1 - \sin \frac{\pi a}{2W} \right)^3 \right]$
<p>Grieta Centrada</p> 	$\frac{\sqrt{\frac{\pi a}{2W}}}{\sqrt{1 - \frac{a}{W}}} \left[1.122 - 0.561 \left(\frac{a}{W} \right) - 0.205 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 0.471 \left(\frac{a}{W} \right)^3 + 0.190 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right]$

Tabla [2.1] – Factores de Corrección para Algunas Configuraciones

Por otra parte, algunos resultados interesantes de mostrar son los ilustrados a continuación, donde se pueden observar los factores de corrección de geometría para especímenes con agujeros.

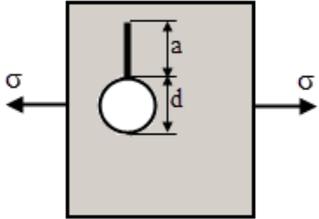
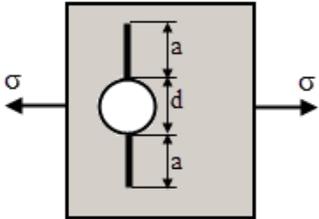
<i>Geometría</i>	Y
<p>Una Grieta a partir de un Agujero Circular</p> 	$\left[0.707 - 0.18 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-1} + 6.55 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-2} - 10.54 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-3} + 6.85 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-4} \right]$
<p>Dos Grietas a partir de un Agujero Circular</p> 	$\left[1 - 0.15 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-1} + 3.46 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-2} - 4.47 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-3} + 3.52 \left(1 + \frac{2a}{d} \right)^{-4} \right]$

Tabla [2.2] – Factores de Corrección para Configuraciones con Agujeros

Los resultados expuestos en la Tabla [2.2] son válidos cuando el Factor Intensificador de Tensiones es calculado como $K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}$.

1.5 Relación entre \mathcal{G} y K

\mathcal{G} y K son dos parámetros que describen de manera apropiada el comportamiento de las grietas. Como fue definido en secciones anteriores, la Tasa de Liberación de Energía \mathcal{G} cuantifica el cambio neto de energía potencial que acompaña a un incremento de extensión de grieta, describiendo entonces, una conducta global. K , caracteriza las tensiones, deformaciones, y desplazamientos cerca de la punta de la grieta y es un parámetro local. Las cantidades K y \mathcal{G} pueden ser relacionadas de la siguiente manera:

$$\mathcal{G} = \frac{K^2}{E'} \quad \text{Ec. [2.13]}$$

donde E' es calculado a partir del modulo elástico E y la relación de Poisson ν

$$E' = E \quad (\text{tensión plana; } \sigma_{zz} = 0) \quad \text{Ec. [2.14]}$$

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (\text{deformación plana; } \varepsilon_{zz} = 0) \quad \text{Ec. [2.15]}$$

Es importante destacar que, a pesar que se cuenta con una ecuación que relacione \mathcal{G} y K , generalmente sólo uno de estos conceptos es necesario, y en cuyo caso, suele ser K , por ser el que mejor se adecua a las publicaciones de Mecánica de Fractura orientadas a la ingeniería.

1.6 K como Criterio de Falla

En las secciones anteriores se discutió la importancia del *Factor Intensificador de Tensiones* K , el cual caracteriza las condiciones en el extremo de la grieta. Sumado a esto, si se asume que un material falla localmente bajo alguna combinación de tensiones y deformaciones, entonces la grieta se propagará cuando K alcance un valor crítico. Este valor K_c , llamado *Tenacidad a la Fractura*, y el cual se considera una medida de resistencia a la fractura, es una constante del material y, bajo ciertas circunstancias, es

independiente del tamaño y la geometría del cuerpo fisurado. Estas diferentes situaciones se discutirán con más detalle en los apartados siguientes.

1.7 Consideraciones en cuanto a los Efectos de Plasticidad Local

A continuación se mencionan ciertos aspectos en cuanto a la plasticidad que se deben tener en cuenta al momento de aplicar las teorías de la Mecánica de Fractura, tales como la validez de la MFLE y la influencia del espesor.

1.7.1 Limitaciones por Plasticidad en MFLE

Si se considera una zona plástica lo suficientemente pequeña, entonces habrá alrededor de ella un campo de tensiones elástico donde las Ec. [2.8], [2.9] y [2.10] aún pueden ser aplicadas. Ese campo se denomina Región K y está representada en la Fig. [2.6]. La existencia de esa región es necesaria para que la teoría lineal elástica sea válida, ya que la misma rodea la zona plástica en la punta de la grieta y controla el comportamiento de esa área. De esta manera, K aún continúa caracterizando las condiciones del extremo de la grieta, a pesar de la existencia de una zona plástica. Si ésta última es tan grande que elimina la región K , entonces la teoría lineal elástica deja de ser aplicable.

En cuanto a las dimensiones del elemento, es necesario que la zona plástica sea pequeña comparada con la distancia desde la punta de la grieta a cualquier borde del mismo. Tales dimensiones como a , $(W - a)$ y h pertenecen a una placa agrietada como la de la Fig. [2.7(a)] y deben cumplir simultáneamente las siguientes relaciones para que la teoría MFLE sea aplicable

$$a, (W - a), h \geq \frac{4}{\pi} \left(\frac{K}{\sigma_0} \right)^2 \quad \text{Ec. [2.16]}$$

Si alguna de las relaciones no es cumplida entonces la zona plástica se encontraría muy cerca de algunos de los bordes del elemento, como se muestra en la Fig. [2.7].

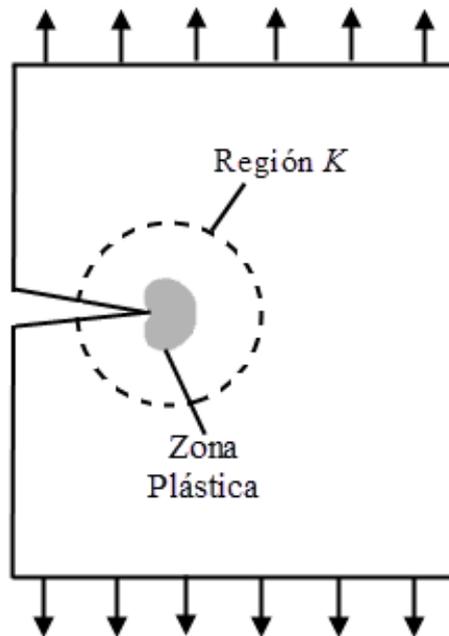


Figura [2.6] – Grieta con sus respectivas Zona Plástica y Región *K*

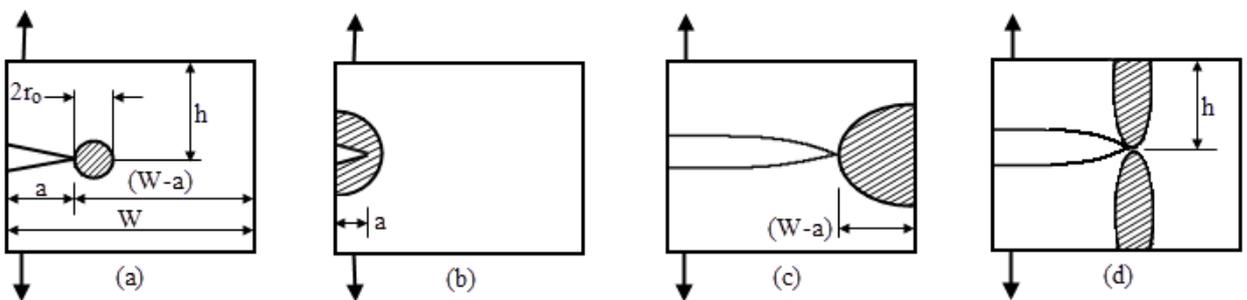


Figura [2.7] – Ejemplos de Límites por Plasticidad

1.7.2 Influencia del Espesor

El espesor del cuerpo tiene un impacto directo en el tamaño de la zona plástica y, en caso de que ocurra una fractura, en la dirección en que se produciría la misma.

Si el espesor es pequeño comparado con el tamaño de la zona plástica, una contracción de Poisson en la dirección del espesor ocurre libremente en la punta de la grieta, lo cual resulta en una fluencia del material en los planos de corte inclinados. Por lo tanto, la fractura bajo un estado plano de tensiones ocurrirá en dicha dirección.

Para elementos con grandes espesores, las restricciones geométricas limitan la deformación ϵ_{zz} en la dirección del grosor y por lo tanto, dan lugar al nacimiento de σ_{zz} .

Esta tensión produce un aumento de σ_{yy} , y como consecuencia de esto, una disminución del tamaño de la zona plástica. En caso de fractura, la misma ocurrirá en una dirección plana a través de todo el espesor.

Luego de una serie de observaciones empíricas de los efectos del espesor en la rigidez, se ha determinado que una deformación plana no ocurrirá, siempre y cuando el espesor y el resto de las dimensiones satisfagan la siguiente relación:

$$t, a, (W - a), h \geq 2,5 \left(\frac{K}{\sigma_0} \right)^2 \quad \text{Ec. [2.17]}$$

Si se compara la ecuación anterior y la Ec. [2.16] se puede apreciar que la última es menos rigurosa que la primera, por lo tanto los límites para el uso de MFLE son automáticamente satisfechos si lo hacen con la deformación plana.

1.8 Modo Mixto de Fractura

En los apartados anteriores se describieron tres modos distintos de carga, los cuales estaban asociados directamente a tres modos de fractura y propagación de grietas. A continuación, el estudio se centrará en aquellos casos en los que aparecen combinaciones de estos modos básicos. Por ejemplo, cuando un componente está sometido a dos o más modos de carga, la contribución de la *Tasa de Liberación de Energía* debida a cada uno, se podría sumar de acuerdo a la siguiente ecuación, desde que \mathcal{G} , tanto como la energía en sí, son cantidades escalares.

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad \text{Ec. [2.18]}$$

A partir de esto, se podría pensar en una grieta que está inclinada un cierto ángulo respecto de la tensión aplicada. Si la carga original es del tipo *Modo I*, entonces la grieta no solo experimentará una tensión de tracción sino que también una tensión de corte, *Modos I y II* respectivamente. Entonces, redefiniendo el sistema de ejes coordenado para que el mismo coincida con la orientación de la grieta, como muestra la Fig. [2.8], se observaría que la tensión aplicada podría ser descompuesta en dos componentes, una normal y otra de corte, dando un resultado equivalente a si fuese una grieta orientada a un ángulo nulo y bajo cargas del tipo *Modos I y II*.

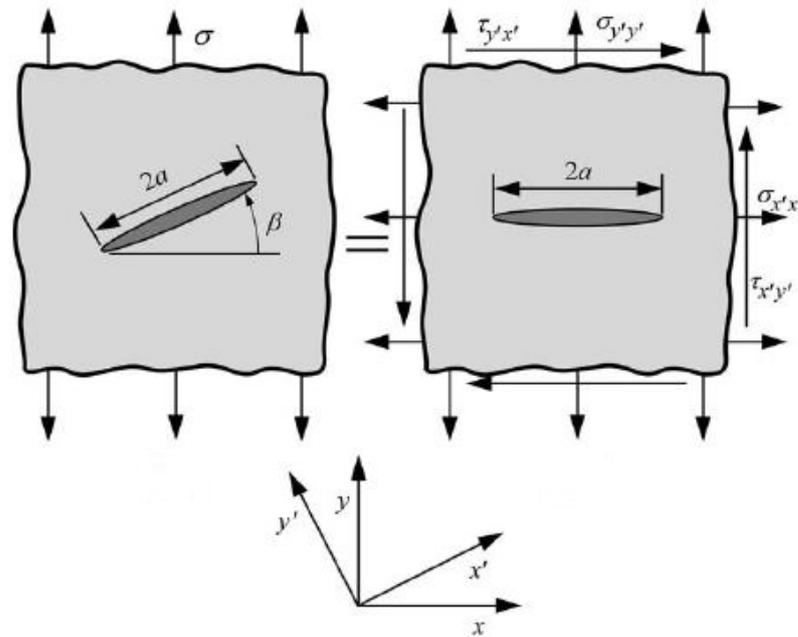


Figura [2.8] – Conversión de Ejes según Orientación de Grietas

Ahora bien, las ecuaciones para los distintos *Factores Intensificadores de Tensión* se pueden obtener relacionando las tensiones originales y las nuevas mediante el círculo de Mohr, quedando entonces:

$$K_I = \sigma_{y'y'}\sqrt{\pi a} = \sigma \cos^2(\beta) \sqrt{\pi a} = K_{I(0)} \cos^2(\beta) \tag{Ec. [2.19]}$$

$$K_{II} = \tau_{x'y'}\sqrt{\pi a} = \sigma \sin(\beta) \cos(\beta) \sqrt{\pi a} = K_{I(0)} \sin(\beta) \cos(\beta) \tag{Ec. [2.20]}$$

donde $K_{I(0)}$ es el Factor Intensificador de Tensión en *Modo I* para $\beta = 0^\circ$.

Una grieta se propagará por el camino que menor resistencia le provea, sin la necesidad de seguir precisamente en el plano original. Entonces, si el material es isotrópico y homogéneo, la grieta se propagará de acuerdo a alguno de los modos mencionados, de forma que se maximice la *Tasa de Liberación de Energía*.

Un escenario clásico de una fisura con un cierto ángulo se muestra en la Fig. [2.9], dónde se observa que cuando ocurre la fractura, la grieta tiende a propagarse ortogonal a la tensión aplicada.

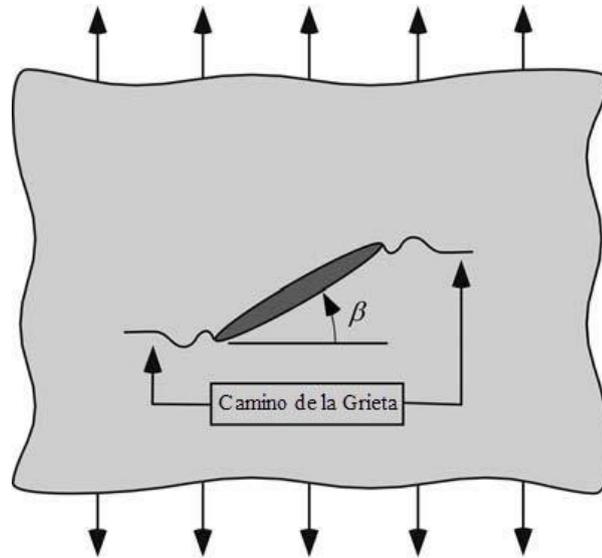


Figura [2.9] – Propagación Típica de una Grieta Inclinada

Aquí solo se han considerado los *Modos I y II*, pero esta metodología básica podría ser aplicada a casos más generales. Por lo tanto, en cualquier situación, se debe realizar una evaluación de la *Tasa de Liberación de Energía* “como una función de la dirección de propagación” para problemas de Modos Mixtos.

2 Mecánica de Fractura Elasto-Plástica

Existen materiales en los cuales es imposible caracterizar el comportamiento de la grieta con la teoría lineal elástica, y se hace necesario un modelo de Mecánica de Fractura alternativo. Esto se debe a una considerable deformación plástica en la punta de la grieta.

La Mecánica de Fractura Elasto-Plástica se aplica a materiales que exhiben un comportamiento no lineal e inelástico. En las secciones a seguir, se describirán dos enfoques para extender la misma más allá de la elasticidad lineal. Estos son: Ajuste de K por Zona Plástica y la Integral de Contorno J , donde éste último describe y caracteriza las condiciones de una grieta con una excesiva plasticidad.

2.1 K : Ajuste por Zona Plástica

Si se considera una redistribución de tensiones cerca de la zona plástica, como se muestra en la Fig. [2.10], se observa que las tensiones fuera de la zona, son similares para aquellas ecuaciones del campo de tensión, con una grieta hipotética de longitud efectiva $a_e = a + r_{0\sigma}$. Esto llevaría a una modificación de K , incrementándolo por tener en cuenta el aumento en la longitud de la grieta debido a la fluencia.

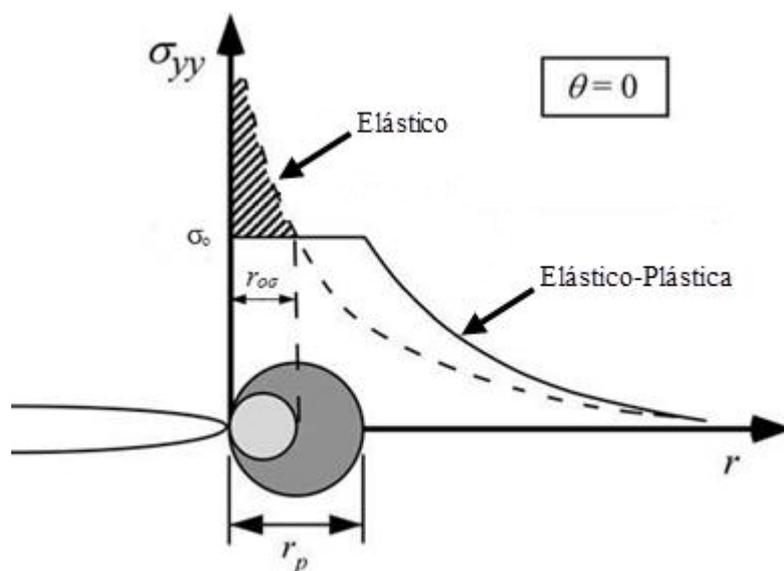


Figura [2.10] – Estimación del Tamaño de la Zona Elástica y Plástica

Si $K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}$, entonces:

$$K_e = Y_e \sigma \sqrt{\pi a_e} = Y_e \sigma \sqrt{\pi(a + r_{0\sigma})} \quad \text{Ec. [2.21]}$$

donde $r_{0\sigma} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_e}{\sigma_0}\right)^2$ es el tamaño de la Zona Elástica.

Mediante un proceso de iteración entre la Ec. [2.21] y el tamaño de la Zona Elástica, se puede obtener el valor del K_e , proponiendo en primer lugar el valor de K calculado a partir de la Ec. [2.11].

Si se considera que Y no cambia significativamente con el incremento en la longitud de la grieta, entonces el *Factor Intensificador de Tensión Efectivo* K_e es relacionado con la Ec. [2.11] y se puede calcular de forma directa de la siguiente manera:

$$K_e = \frac{K}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{Y\sigma}{\sigma_0}\right)^2}} \quad \text{Ec. [2.22]}$$

En el caso de estar en presencia de una deformación plana, el incremento de la longitud de la grieta estaría dado por la Ec. [2.22].

Las modificaciones realizadas sobre K permiten la extensión de MFLE a niveles de tensión admisibles más altos. Sin embargo, se recomienda el uso de este criterio cuando las tensiones se encuentran por debajo de $\sigma_{nom} = 0.8 \sigma_0$.

2.2 Integral de Contorno “J”

La integral de contorno J es un parámetro que caracteriza la fractura en materiales que presentan un comportamiento no lineal.

En la Fig. [2.11] se representa un material con un comportamiento Elasto-Plástico y otro con un comportamiento Elástico no Lineal. Cuando se cargan, ambos materiales describen una curva idéntica, pero en la descarga responden de manera diferente. El primero sigue una trayectoria lineal, paralela a la pendiente de la curva, mientras que el segundo sigue el camino descrito durante la carga. Si se considera entonces que ambos materiales son sometidos a una carga monotónica, la respuesta mecánica sería idéntica.

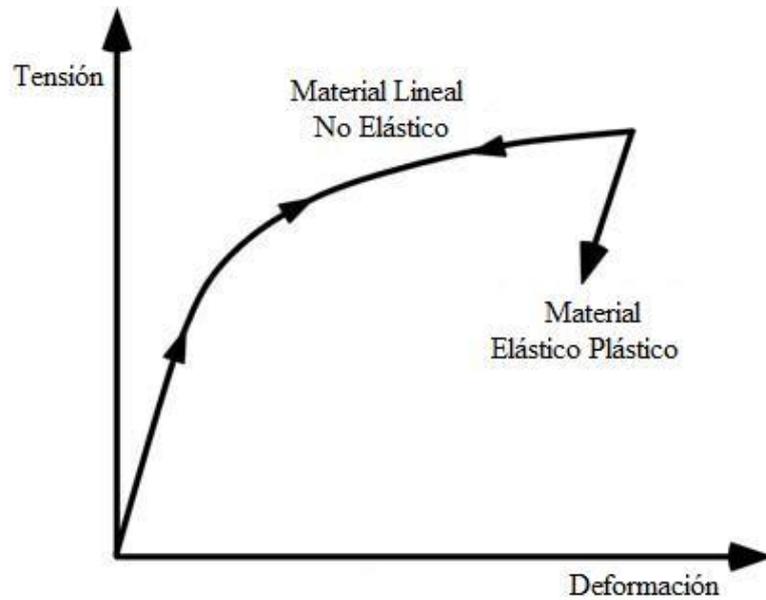


Figura [2.11] – Comportamiento de un Material Elasto-Plástico y uno Elástico No Lineal

La teoría de plasticidad por deformación fue aplicada al análisis de una grieta en un material no lineal, idealizando la deformación Elasto-Plástica como Elástica no Lineal. De esa forma se demostró que la *Tasa de Liberación de Energía J*, podría ser escrita como una integral de línea independiente de la trayectoria.

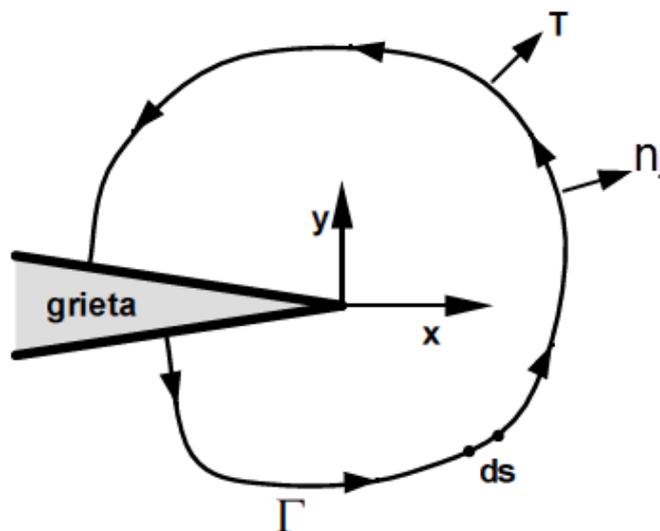


Figura [2.12] – Contorno Arbitrario alrededor del Extremo de la Grieta

Si se considera un camino arbitrario, en sentido anti horario alrededor de la punta de la grieta, *J* estaría dada por:

$$J = \int_{\Gamma} \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad \text{Ec. [2.23]}$$

donde

w es la densidad de energía de deformación

T_i son los componentes del vector tracción

u_i son los componentes del vector desplazamiento

ds es un incremento de longitud a lo largo del contorno Γ

y la densidad de energía de deformación se define como:

$$w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad \text{Ec. [2.24]}$$

donde σ_{ij} y ε_{ij} son los tensores de tensión y deformación, respectivamente. El vector tracción es normal al contorno y sus componentes están dadas por:

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad \text{Ec. [2.25]}$$

donde n_j son los componentes del vector unitario normal a Γ .

Además se demostró que la integral J unívocamente puede caracterizar las tensiones y deformaciones en la punta de la grieta de materiales no lineales. Por lo anteriormente dicho, J puede ser vista como parámetro de energía y de intensidad de tensiones.

La Ec. [2.26] define la Tasa de Liberación de Energía para materiales no lineales elásticos.

$$J = - \frac{dU}{da} \quad \text{Ec. [2.26]}$$

De esta manera, J es una versión más general de la Tasa de Liberación de Energía. Para el caso especial de un material lineal elástico, $J = \mathcal{G}$ y

$$J = \frac{K^2}{E} \quad \text{Ec. [2.27]}$$

Como se mencionó anteriormente, J también puede ser utilizado como el *Factor Intensificador de Tensiones*. De este modo, si se suman las deformaciones elástica y plástica, la relación para deformación uniaxial está dada por

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha' \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad \text{Ec. [2.28]}$$

donde

σ_0 es la tensión de fluencia

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$$

α' es una constante adimensional

n es el exponente de endurecimiento por deformación

Las ecuaciones para describir las distribuciones de tensión y deformación en la punta de la grieta, en coordenadas polares se muestran a continuación.

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{EJ}{\alpha' \sigma_0^2 I_{nn} r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta) \quad \text{Ec. [2.29]}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha \sigma_0}{E} \left(\frac{EJ}{\alpha' \sigma_0^2 I_{nn} r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \theta) \quad \text{Ec. [2.30]}$$

donde

I_{nn} es una constante de integración que depende de n

$\tilde{\sigma}_{ij}$ y $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ son funciones adimensionales de n y θ

Estos parámetros además, dependen del estado de tensiones, es decir, tensión o deformación plana.

3 Propagación de Grietas por Fatiga

Los componentes de máquinas, vehículos y estructuras están frecuentemente sometidos a cargas repetidas, y las tensiones cíclicas que se traducen de éstas conducen a un daño físico microscópico en los materiales involucrados. Aunque las cargas estén por debajo de la resistencia última del material, este daño microscópico puede ser acumulado hasta que el mismo se desarrolla como una grieta, u otro tipo de defecto, que desencadena la falla del componente. A este proceso de daño y falla debido a cargas cíclicas se lo denomina *Fatiga*.

La *Propagación de Grietas por Fatiga* es un proceso que ocurre bajo la aplicación de cargas variables en el tiempo, las cuales tienen como resultado, la formación y el crecimiento de defectos en los elementos de una estructura. Debido a que la presencia de grietas en un componente puede reducir considerablemente la resistencia del mismo y conducirlo a la falla, resulta importante el estudio del comportamiento de los defectos para la determinación de la vida de los elementos, y así aumentar la seguridad operacional de los mismos. A partir de la década del '70, los ingenieros asumieron la importancia de la propagación de grietas como un aspecto claro de la tolerancia al daño estructural.

En esta sección se presentan los conceptos y teorías necesarias para poder estudiar el crecimiento de grietas debido al mecanismo de fatiga, comenzando por las Cargas Cíclicas, las cuales se encuentran estrechamente relacionadas con dicho proceso. Luego se lleva a cabo una breve descripción de las etapas de Falla por Fatiga, para abordar y comprender las Teorías de Falla. Dentro de las mencionadas teorías se describirán los Regímenes de Fatiga bajo los cuales las estructuras pueden encontrarse y los Modelos de Falla, los cuales dependen de dicho Régimen de solicitaciones. Seguidamente, se presentan las teorías empíricas y semiempíricas para la caracterización del Crecimiento de Grietas por Fatiga. En los apartados posteriores se describe el Cierre de Grieta, las Cargas de Amplitud Variable y el Efecto de Retardación, el Límite de Validez de la MFLE en Fatiga y el Crecimiento de Grieta por Fatiga en condiciones de Gran Deformación Plástica.

3.1 Cargas Cíclicas

La fatiga es un proceso de deterioro de un material sometido a cargas cíclicas, cuyos valores se encuentran por debajo de aquellos que serían capaces de provocar su rotura mediante una carga estática de tracción.

Una Tensión o Esfuerzo cíclico puede representarse como se muestra en la Fig. [2.13]. Las mismas pueden ser normales o de corte.

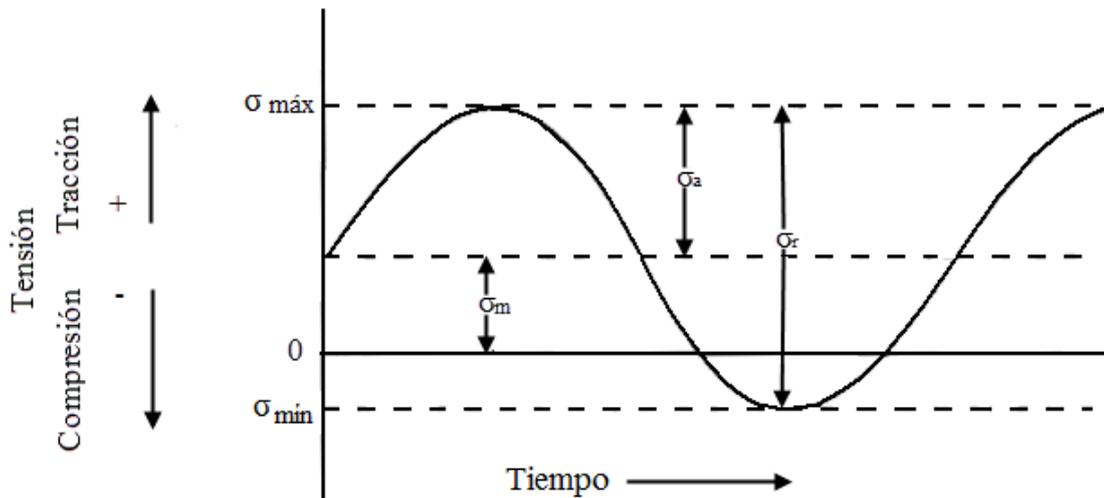


Figura [2.13] – Representación de la Carga Cíclica

En la figura anterior se indican varios parámetros utilizados para caracterizar el ciclo de fluctuación de carga. Estos son:

$\sigma_{m\acute{a}x}$	<i>Tensión Máxima</i>
$\sigma_{m\acute{i}n}$	<i>Tensión Mínima</i>
σ_r	<i>Rango de Tensión</i>
$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2}$	<i>Tensión Media</i>
$\sigma_a = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2}$	<i>Amplitud de Tensión</i>
$R_T = \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}}$	<i>Razón de Factor Intensificador de Tensiones en un Ciclo</i>

Para el manejo de estas variables, debe tenerse en cuenta que un esfuerzo normal de tracción es positivo, y un esfuerzo normal de compresión es negativo. Dependiendo de los valores relativos que las relaciones y definiciones anteriormente expuestas asuman, se pueden presentar cuatro casos característicos de la carga cíclica:

- a- Completamente Alternante o Invertida. Se verifica cuando $\sigma_m = 0$ o $R_T = -1$.
- b- Tensión Media No Nula (caso más general). Se verifica cuando todas las expresiones anteriores tienen un valor no nulo.
- c- Pulsante Tractiva. Se verifica cuando se cumple que $\sigma_{m\acute{i}n} = 0$, $\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{2}$ o $R_T = 0$.
- d- Pulsante Compresiva. Se verifica cuando $\sigma_{m\acute{a}x} = 0$, $\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{2}$ o $R_T = \infty$.

Gráficamente esto se puede ver en la Fig. [2.14].

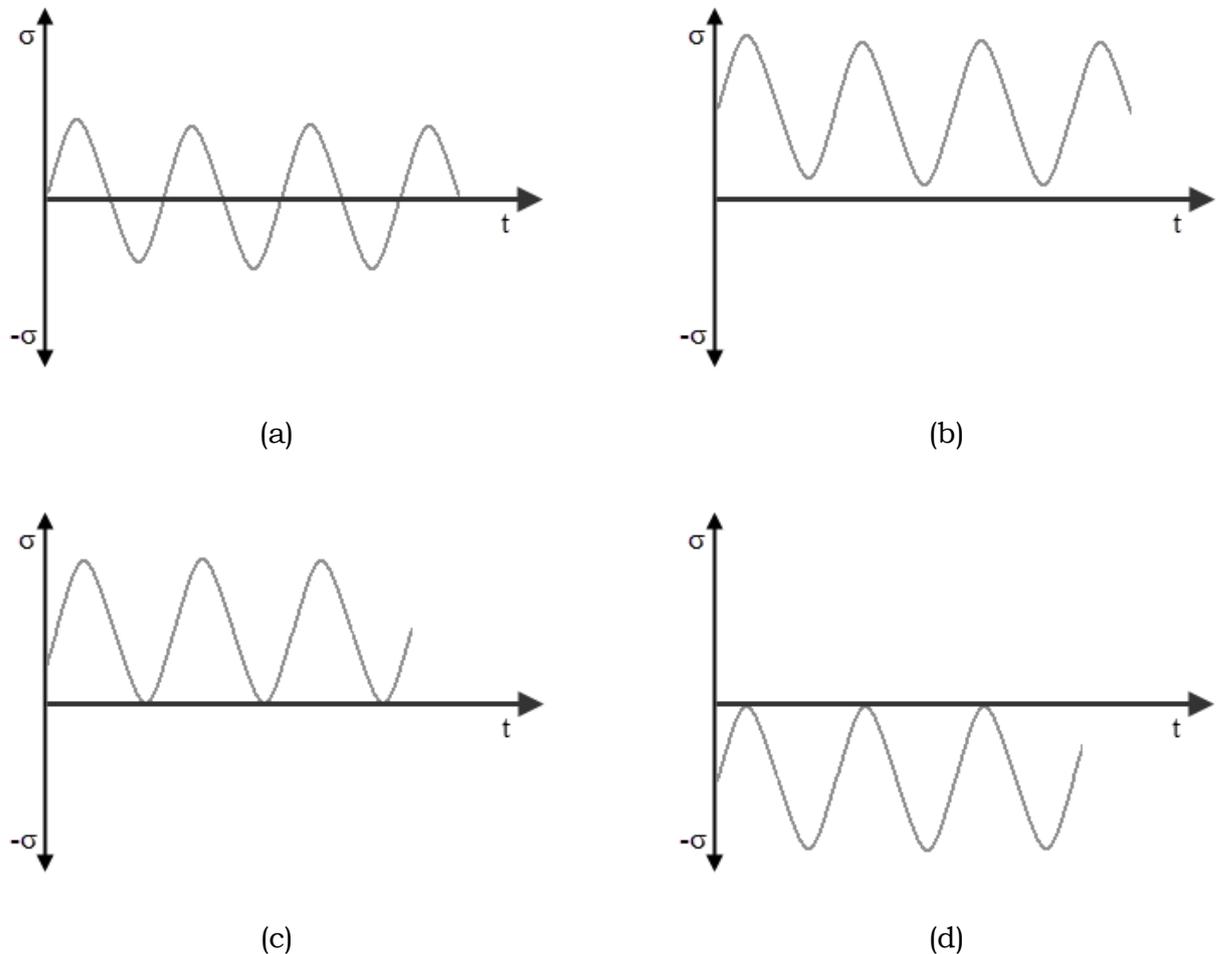


Figura [2.14] – Casos característicos de Cargas Cíclicas. (a) Completamente Alternante o Invertida; (b) Tensión Media No Nula; (c) Pulsante Tractiva; (d) Pulsante Compresiva.

3.2 Etapas de Falla por Fatiga

Las fallas por fatiga siempre se inician en una grieta, pudiendo ésta última haber estado presente en el material desde su fabricación o simplemente puede haberse desarrollado en el tiempo a causa de las deformaciones cíclicas cerca de las concentraciones de esfuerzos.

Existen tres etapas de fallas por fatiga: la iniciación de la grieta (Etapa I), la propagación estable de la grieta (Etapa II) y finalmente una propagación acelerada que conduce a la falla del componente (Etapa III). Dichas etapas se explican a continuación.

Etapa I. Como se ha mencionado anteriormente, el material puede encontrarse libre de grietas, pero puede poseer una colección de partículas e inclusiones, los cuales son normales en los materiales de ingeniería. Además de estos defectos inherentes, la pieza puede presentar concentradores de esfuerzos como consecuencia de la geometría, por ejemplo muescas. Debido a que los esfuerzos en la entalla son variables y podrían ser significativos, puede ocurrir una deformación plástica local producida por la concentración de esfuerzos, aun cuando la tensión nominal en la sección se encuentre por debajo del límite elástico del material. La plasticidad local causa movimiento de los planos de deslizamiento a lo largo de los bordes de grano del material. A medida que los esfuerzos se alternan, aparecen más planos de deslizamiento, y es así como quedan formadas las microgrietas.

Etapa II. Una vez iniciada la grieta, la propagación se desarrolla de manera estable y puede ser ajustada por una ley potencial de intensidad de tensiones, como se explicará más adelante. La grieta afilada crea concentraciones de tensiones mayores a los que producía el concentrador original, provocando una zona plástica en la punta de la grieta cada vez que el esfuerzo de tracción la abre. En esta situación, la punta de la grieta se redondea (siempre que el material tenga algo de plasticidad), reduciendo la concentración efectiva de tensiones. Cuando la carga es alternada, o disminuida, la grieta se cierra y la deformación plástica cesa momentáneamente, hasta que la grieta vuelve a adoptar una apariencia afilada, pero ahora con una longitud mayor. Este proceso continúa y de esta manera la grieta va creciendo.

Etapa III. En esta etapa es donde ocurre la falla estática de tipo frágil, debido a la propagación de la grieta a alta velocidad. Esto ocurre cuando la grieta es lo suficientemente larga, de tal forma que $K_I = K_{Ic}$ para la tensión aplicada. Esta última etapa de fatiga, en general, carece de interés, ya que la velocidad de crecimiento es tan grande que el número de ciclos consumidos, apenas cuenta en la vida de la pieza.

En la Fig. [2.15] se puede observar el comportamiento típico de una grieta, desde la etapa de nucleación y crecimiento a baja velocidad, pasando luego por la etapa de crecimiento estable y, finalmente, llegando a la propagación de la misma hasta la rotura del componente.

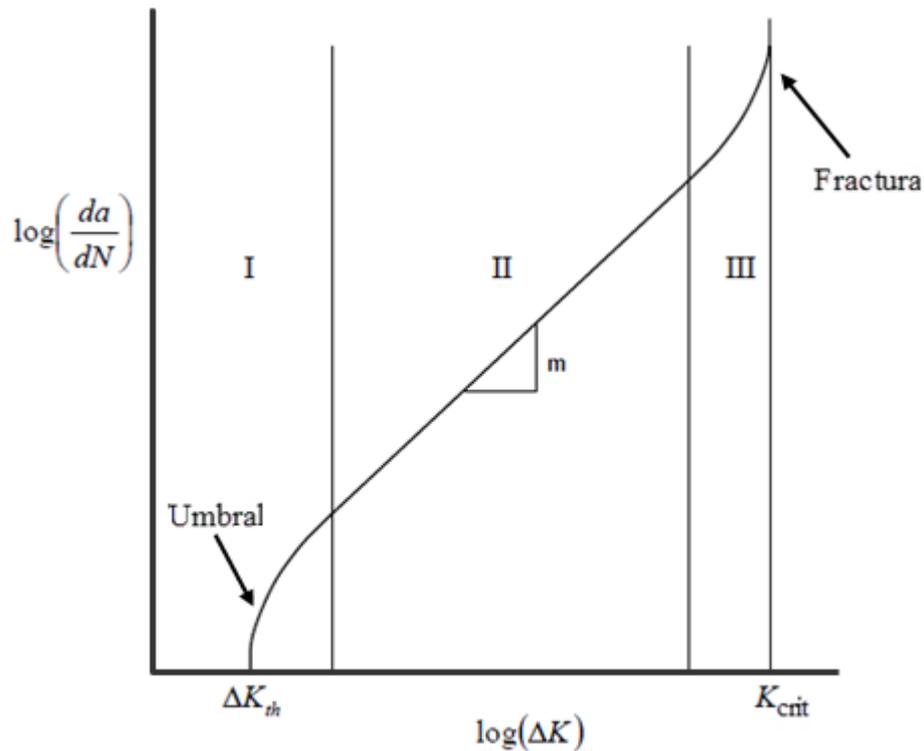


Figura [2.15] – Comportamiento Típico de Crecimiento de Grietas en Metales

3.3 Teoría de Falla por Fatiga

Antes de presentar los modelos de Falla por Fatiga que se utilizan actualmente, es conveniente hablar sobre los regímenes de fatiga.

3.3.1 Regímenes de Fatiga

Cuando se tienen elementos sometidos a esfuerzos cíclicos, se habla de dos tipos de regímenes de fatiga: *fatiga de bajo ciclaje (LCF)* y *fatiga de alto ciclaje (HCF)*, los cuales tienen relación con el número de veces que se repiten los esfuerzos en un elemento.

Aunque es lógico pensar en que no existe una línea divisoria exacta entre los dos regímenes, es usual hablar de 10^3 ciclos como límite; es decir, si una pieza soporta menos de 10^3 ciclos, está en régimen de bajo ciclaje, mientras que si soporta más de 10^3 ciclos, está en régimen de alto ciclaje. Esta clasificación es conveniente desde el punto de vista de la aplicación de los modelos de falla por fatiga.

3.3.2 Modelos de Falla por Fatiga

Actualmente existen tres modelos de Falla por Fatiga: el modelo de Vida-Esfuerzo, el de Vida-Deformación y el de Mecánica de Fractura. Cada uno de ellos tiene sus ventajas y desventajas como así también, conveniencias en cuanto a su aplicación.

Modelo de Vida – Esfuerzo ($S - N$). Este modelo es utilizado para determinar el número de ciclos al cual podría nuclear una grieta, sobre una pieza que no posee defectos iniciales y que se encuentra bajo un régimen de alto ciclaje (*HCF*). La curva ($S - N$) realiza la estimación de vida a partir de la amplitud de tensiones, siguiendo un modelo elástico.

Modelo de Vida – Deformación ($\varepsilon - N$). También es utilizado para determinar el número de ciclos al cual se forma una grieta considerando la pieza libre de defectos, solo que este tipo de curvas son utilizadas en componentes que se encuentran bajo condiciones de bajo ciclaje (*LCF*). La curva ($\varepsilon - N$) realiza la estimación de vida a partir de la amplitud de deformaciones.

Mecánica de Fractura. La aplicación de este modelo se lleva a cabo cuando hay una grieta presente. La vida de un componente entonces, es calculada como la propagación de la grieta hasta la rotura, mediante la Mecánica de Fractura Lineal Elástica (MFLE) ó Mecánica de Fractura Elasto-Plástica (MFEP).

3.4 Ecuaciones Empíricas de Crecimiento de Grietas por Fatiga

En la Fig. [2.15] se presenta un gráfico esquemático de da/dN vs. ΔK , que ilustra el típico comportamiento del crecimiento de grietas por fatiga en metales. En ella se puede distinguir tres regiones diferentes. A valores intermedios de ΔK , la curva es lineal, mientras que en los valores extremos, la tasa de crecimiento se comporta de una manera muy diferente. En la Región I, da/dN se aproxima a cero en el umbral de ΔK , y bajo estas condiciones, la grieta no se propagará. Este valor de ΔK_{th} puede calcularse de la siguiente manera:

$$\Delta K_{th} = \overline{\Delta K}_{th} (1 - R_T)^{1-\gamma_{th}} \quad \text{Ec.}[2.31]$$

donde $\overline{\Delta K}_{th}$ y γ_{th} son constantes empíricas, ajustadas de acuerdo a datos obtenidos de ensayos de ΔK_{th} para varios valores de R_T . El valor de $\overline{\Delta K}_{th}$ corresponde al valor de ΔK_{th} cuando $R_T = 0$. Por otro lado, en la Región III, la tasa de crecimiento se acelera a medida que $K_{m\acute{a}x}$ se aproxima a un K_c , donde K_c es la *Tenacidad a la Fractura* del material.

La región en donde la curva adopta una forma lineal, puede ser descrita por una ley de potencias de la siguiente manera, conocida como *Ley de Paris*:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad \text{Ec. [2.32]}$$

donde

$$\Delta K_I = Y\sqrt{\pi a}(\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}) = Y\sqrt{\pi a}(\Delta\sigma)$$

C y m son constantes del material determinadas experimentalmente

La determinación del número de ciclos necesarios para alcanzar la longitud crítica de la grieta, según la ecuación de Paris es:

$$N - N_i = \frac{1}{C} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{(\Delta K_I)^m} = \frac{1}{C} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{(Y)^m (\Delta\sigma)^m (\pi a)^{\frac{m}{2}}} \quad \text{Ec. [2.33]}$$

La predicción de los ciclos de vida implica el conocimiento de la longitud inicial de la grieta a , del factor de geometría Y y en caso de que la grieta propague hasta fracturar la pieza, del tamaño de la grieta donde $K_I = K_{Ic}$.

3.4.1 Ecuación de Walker

La Ley de Paris, anteriormente vista, es válida cuando la tensión aplicada varía entre un mínimo $\sigma_{m\acute{i}n} = 0$ y un máximo $\sigma_{m\acute{a}x}$. Cuando el valor de tensión mínimo es mayor que cero, se debe modificar la ecuación de Paris, de forma de adaptarla para resolver la velocidad de crecimiento de grieta bajo esa condición.

Una de las ecuaciones más utilizadas, es la *Ecuación de Walker*:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_0}{(1 - R_T)^{m(1-\gamma)}} (\Delta K)^m \quad \text{Ec. [2.34]}$$

donde C_0 y γ son constantes de material determinadas experimentalmente.

3.5 Cierre de Grieta

El rango del Factor Intensificador de Tensiones es generalmente obtenido a partir de un análisis completo de las cargas aplicadas y de la geometría. Aunque estos análisis están basados en consideraciones globales, se asume que los mismos caracterizan el campo local. En la práctica, se observa que en materiales dúctiles el Factor Intensificador de Tensiones local en la punta de la grieta podría diferir del obtenido con la tensión nominal, debido a algún fenómeno mecánico, microestructural o medioambiental en la vecindad del extremo de la grieta.

Los argumentos anteriores fueron obtenidos luego de que se descubrió, que una grieta sometida a fatiga permanecía cerrada durante cierto porcentaje del ciclo. A este fenómeno se lo denominó *Cierre de Grieta* y fue observado en varias probetas. Estos especímenes sometidos a fatiga, presentaban una rigidez estándar de acuerdo a las fórmulas de fractomecánica bajo cargas altas, sin embargo, presentaban rigideces correspondientes a muestras no agrietadas cuando los mismos eran sometidos a cargas bajas. Este comportamiento aparece como resultado de tensiones de compresión residuales en la vecindad de la punta de la grieta.

El efecto que produce el *Cierre de Grieta* es una disminución en la tasa de crecimiento de la misma, al reducir el rango de intensidad de tensión ΔK efectivo. En la Fig. [2.16] se puede observar el concepto de *Cierre*. Cuando un modelo es cargado cíclicamente entre $K_{m\acute{a}x}$ y $K_{m\acute{i}n}$, las caras de la grieta se encuentran en contacto por debajo de un K de apertura, o K_{op} , siendo este un valor de intensidad de tensión a partir del cual la grieta se comienza a abrir. También se asumió que la porción del ciclo que se llevó a cabo por debajo del valor de K_{op} no contribuye al crecimiento de la grieta en fatiga ya que no hay cambios en la deformación de la punta de grieta durante una carga cíclica de cierre. Por lo tanto, se define al Factor Intensificador de Tensión Efectivo de la siguiente manera:

$$\Delta K_{ef} = K_{m\acute{a}x} - K_{op} \quad \text{Ec. [2.35]}$$

Este valor de Factor Intensificador de Tensión de apertura, puede calcularse de la siguiente forma:

$$K_{op} = K_o(1 - R_T) + \frac{\Delta K R_T}{1 - R_T} \quad \text{Ec. [2.36]}$$

donde K_0 es una constante del material.

Así mismo, se introdujo una relación de Intensificador de Tensión Efectiva, conocida como U_{ef} , y una modificación en la ecuación de Paris como se muestra a continuación.

$$U_{ef} \equiv \frac{\Delta K_{ef}}{\Delta K} \quad \text{Ec. [2.37]}$$

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{ef}^m \quad \text{Ec. [2.38]}$$

Como se mencionó antes, el Factor Intensificador de Tensión puede diferir en la práctica de su valor teórico debido a ciertos factores externos. El *Cierre* Inducido por Plasticidad es uno de ellos, y se produce como resultado de una tensión residual en la huella de deformación plástica. Esta tensión residual produce que las caras de las grietas se cierren a una tensión nominal positiva.

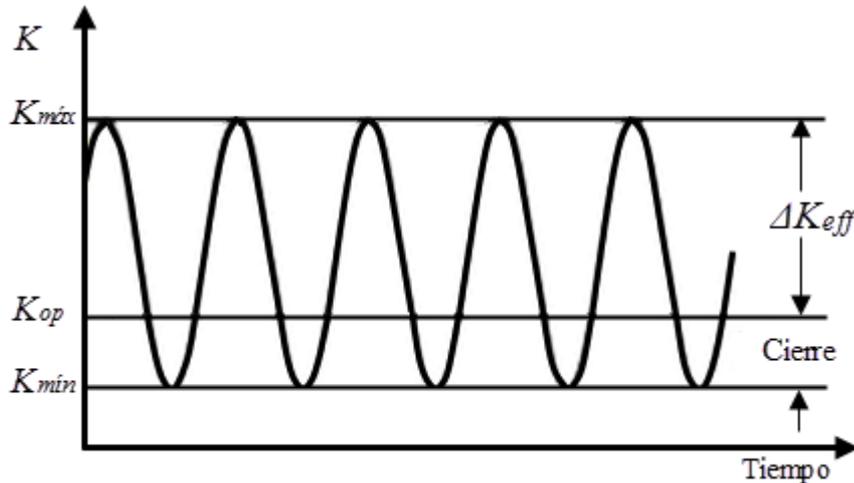


Figura [2.16] –Cierre de la Grieta durante el Crecimiento debido a Fatiga

3.6 Cargas de Amplitud Variable

Como se vio anteriormente, muchas ecuaciones desarrolladas en la teoría de fatiga implican una relación unívoca entre da/dN , ΔK y R_T , y las mismas son rigurosamente válidas para cargas de amplitud constante. Sin embargo, las estructuras reales muy pocas veces se ven sometidas a este caso ideal; una estructura típica experimenta un espectro de

tensiones a lo largo de su vida. Por lo tanto, en tales casos, la tasa de crecimiento de grieta en cualquier momento dependerá tanto de las condiciones actuales, como de la historia previa de carga. A modo de una representación matemática general, en la siguiente ecuación, se puede observar la dependencia de las condiciones pasadas y presente.

$$\frac{da}{dN} = f_2(\Delta K, R_T, \mathcal{H}) \quad \text{Ec. [2.39]}$$

Un análisis de fatiga, en condiciones de carga variable que tenga en cuenta la historia de cargas \mathcal{H} , es considerablemente más dificultoso que un análisis para cargas constantes. Por lo tanto, generalmente es deseable la realización de este último, siempre y cuando la hipótesis de cargas constantes esté justificada. Existen muchas situaciones prácticas en las que esta suposición es razonable, o se tenga la certeza que el cálculo resultará conservativo.

El Modelo de Daño Lineal para Fatiga por Cargas de Amplitud Variable es un modelo adecuado para resolver estos casos. Los principales lineamientos se basan en lo siguiente.

Asumiendo que el crecimiento de la grieta es bien predicho por la *Ley de Paris*, entonces la relación de crecimiento para un espectro de cargas, a un tamaño de grieta dado resulta:

$$\frac{d\bar{a}}{dN} = C(Y\Delta\bar{\sigma}\sqrt{\pi\bar{a}})^m \quad \text{Ec. [2.40]}$$

donde

$\Delta\bar{\sigma}$ es un rango de tensión constante equivalente

$d\bar{a}/dN$ es la tasa de crecimiento promedio correspondiente a $\Delta\bar{\sigma}$

Y es un factor de geometría en la solución del intensificador de tensión

Luego, la predicción de la vida se realiza como si la carga fuese de amplitud constante y el $\Delta\bar{\sigma}$ pueda ser sacado fuera de la integral.

$$N = \frac{1}{C(\Delta\bar{\sigma}\sqrt{\pi})^m} \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{Y a^{m/2}} \quad \text{Ec. [2.41]}$$

3.6.1 Efecto de las Cargas de Amplitud Variable: Retardación

En esta sección se ha comenzado analizando el cómo lidiar con el problema de crecimiento de grietas cuando aparecen ciclos de carga de amplitud variable. A continuación se tratará uno de los mayores efectos que esto provoca: la *Retardación*. Para ello, es útil observar la Figura [2.17].

Aquí se muestra cómo una “carga de amplitud constante” es interrumpida por una “sobrecarga”, luego de la cual la amplitud K retorna a su valor anterior. Previo a la “sobrecarga”, la zona plástica había alcanzado un estado estacionario de tamaño, pero el ciclo de sobrecarga produce una zona plástica significativamente mayor en el borde de la grieta. Cuando la carga vuelve a los valores $K_{mín}$ y $K_{máx}$ originales, es probable que la tensión residual resultante de la zona plástica sobrecargada influya en el subsecuente comportamiento a fatiga. La siguiente figura esquematiza el comportamiento típico del crecimiento de la grieta luego de una sobrecarga.

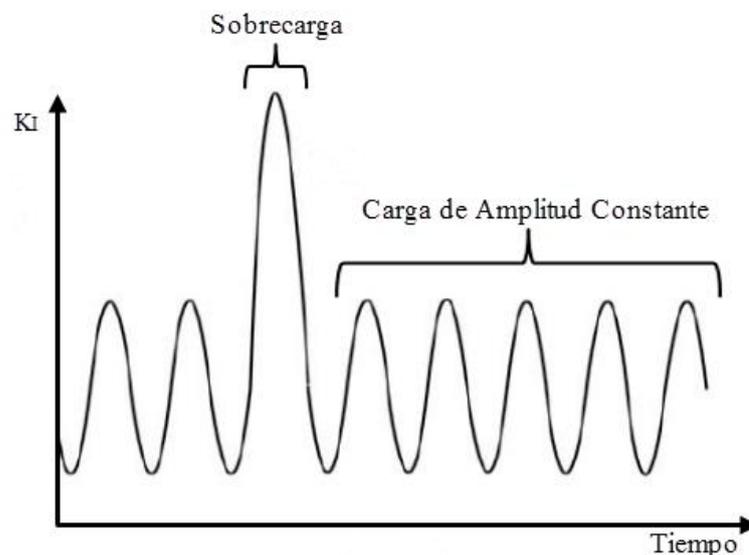


Figura [2.17] – Sobrecarga simple durante una Carga Ciclica

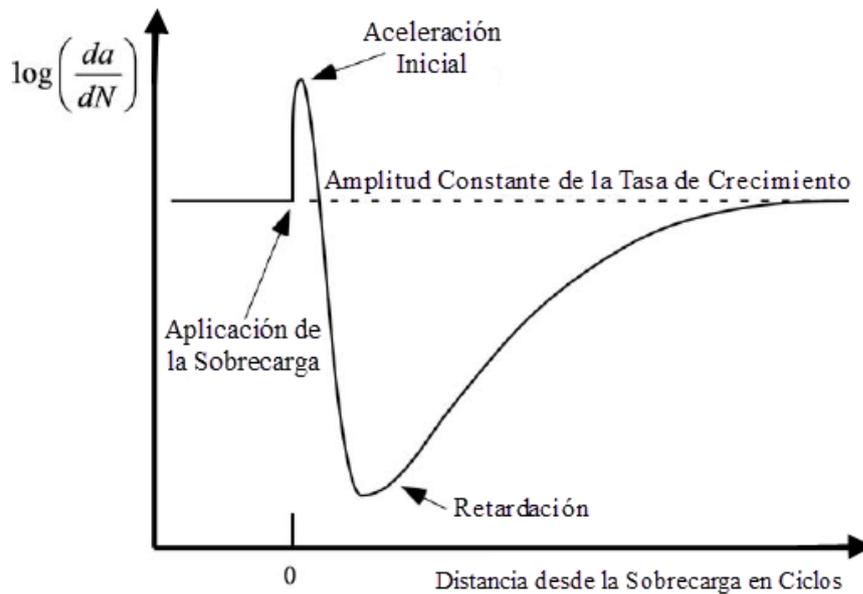


Figura [2.18] – Comportamiento Típico del Crecimiento de Grieta luego de una Sobrecarga

La desaceleración observada en la tasa de crecimiento de grieta es lo que se conoce como el fenómeno de la *Retardación*. En primera instancia, seguido a la sobrecarga, existe un breve período de aceleración en la tasa da/dN , y la *Retardación* ocurre luego. A medida que la grieta continúa creciendo posteriormente a la sobrecarga, se observa que la tasa de crecimiento eventualmente volverá al valor que tenía cuando las condiciones de carga eran de amplitud constante.

A pesar de que se han propuesto varios posibles mecanismos para explicar el porqué de la *Retardación*, la opinión de la mayoría de los especialistas en fatiga, concuerda en que la plasticidad inducida por el cierre de la grieta es la responsable. Esto es, a medida que la grieta crece dentro de la zona sobrecargada, la tensión residual detrás del borde de la grieta resulta en un cierre inducido por la plasticidad.

3.7 Límite de la Validez de MFEL

Para que da/dN se corresponda con un único valor de ΔK es importante mantener las condiciones lineales elásticas. En ensayos de Fatiga, la linealidad es asegurada mediante el cumplimiento de la siguiente ecuación:

$$W - a \geq \frac{4}{\pi} \left(\frac{K_{m\acute{a}x}}{\sigma_0} \right)^2 \quad \text{Ec. [2.42]}$$

Si se comparan las Ec. [2.42] y [2.16] se puede observar que los requerimientos para aplicar la MFLE a la propagación de grietas son menos exigentes que los que se deben cumplir para determinar la resistencia a la fractura, explicadas en la *Sección 1.7.1*.

3.8 Crecimiento de Grietas por Fatiga en Condiciones de Grandes Deformaciones Plásticas

Anteriormente se describió el enfoque de la MFLE para caracterizar la tasa de crecimiento de una grieta debido a fatiga. En tal enfoque la velocidad del crecimiento de la grieta por ciclo da/dN , era correlacionada con el parámetro intensificador de tensiones ΔK . En este apartado, el foco se concentrará en el comportamiento de crecimiento de grietas por fatiga bajo condiciones donde existen limitaciones fundamentales en correlacionar da/dN con ΔK .

En cuanto a aplicaciones de ingeniería, a continuación se listan algunas condiciones donde pueden existir grandes deformaciones plásticas:

- Durante el ensayo de un material de baja resistencia y alta rigidez;
- En aplicaciones de alta temperatura de fusión, donde la tensión de fluencia del material es sustancialmente reducida;
- Durante el crecimiento de grietas pequeñas debido a fatiga, a partir de muescas, donde la tensión local excede la tensión de fluencia del material.

Para solucionar estos problemas de ingeniería es necesario desarrollar un enfoque alternativo, que además de tener en cuenta las grandes deformaciones plásticas bajo condiciones de cargas cíclicas, sea consistente con el enfoque de la MFLE cuando la extensión por plasticidad no es aceptable. Para ello, es necesario primeramente entender la naturaleza de cómo es la deformación y el daño en la región del borde de la grieta.

3.9 Modelos de Comportamiento Plástico del Material

Las curvas de esfuerzo-deformación estáticas han sido usadas para obtener parámetros de diseño para limitar esfuerzos en estructuras de ingeniería y componentes sujetos a cargas elásticas. A su vez, las curvas de esfuerzo-deformación cíclicas son

usadas para asegurar la durabilidad de estructuras y componentes sujetos a cargas repetitivas.

3.9.1 Comportamiento Estático Esfuerzo-Deformación

Ante una carga de carácter monótonica, la relación tensión-deformación, mostrada en la Fig. [2.19], se puede expresar según la ecuación de Ramberg-Osgood, que estima la deformación total como suma de la deformación elástica y plástica:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad \text{Ec. [2.43]}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha' \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad \text{Ec. [2.44]}$$

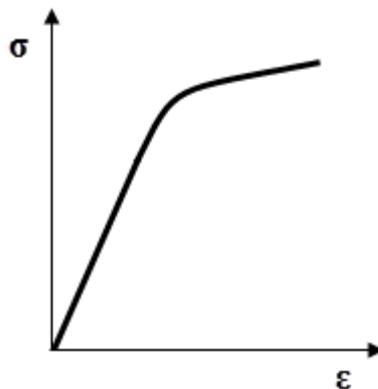


Figura [2.19] – Curva Ramberg-Osgood

3.9.2 Comportamiento Cíclico Esfuerzo-Deformación

La respuesta de un material sujeto a cargas cíclicas es en la forma de un ciclo de histéresis como la que se muestra en la Fig. [2.20].

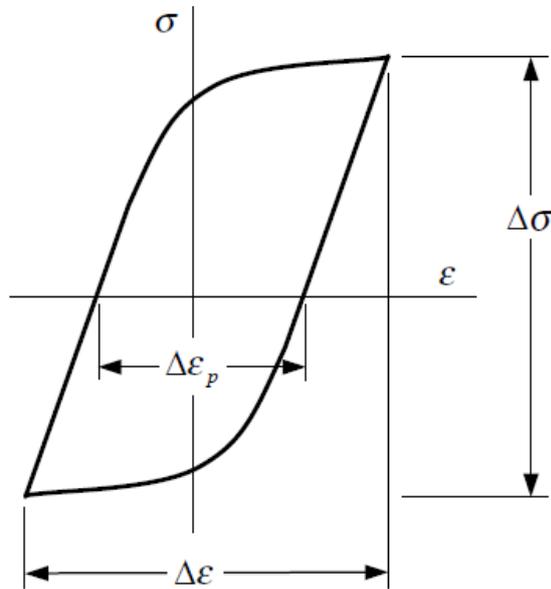


Figura [2.20] – Ciclo Tensión-Deformación en Condición de Saturación

El ancho total del ciclo es $\Delta\varepsilon$ ó “rango total de deformación”. El alto total del ciclo es $\Delta\sigma$ ó “rango total de esfuerzo”. La relación entre estas variables puede ser representada matemáticamente mediante una adaptación de la Ec. [2.44], resultando:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2\alpha'' \left(\frac{\Delta\sigma}{2\sigma_0^c} \right)^{m'} \quad \text{Ec. [2.45]}$$

donde los remplazos realizados son:

$\Delta\varepsilon$	→	ε
$\Delta\sigma$	→	σ
$2\alpha''$	→	$\alpha' \varepsilon_0$
$2\sigma_0^c$	→	σ_0
m'	→	n

y donde σ_0^c es la tensión de fluencia cíclica.

Según el tipo de material, ocurre que ante cargas cíclicas se produce un endurecimiento o bien un ablandamiento durante el periodo inicial, hasta que se alcanza un estado estable llamado saturación, dentro de la cual permanece la mayor parte de la vida del ciclo.

La Fig. [2.21] muestra la respuesta del esfuerzo de un material cargado en “deformación controlada”, esto es, el material es cargado en tracción y compresión sucesivamente hasta obtener siempre el mismo nivel de deformación, tanto positiva como negativa, Fig. [2.21(a)]. Para lograr esto en un material endurecible por deformación la tensión se debe ir variando según la Fig. [2.21(b)]. La Fig. [2.21(c)] muestra los ciclos de histéresis para los primeros dos ciclos. Como se observa en la misma, el esfuerzo máximo obtenido se incrementa con cada ciclo de deformación. Esto se conoce como endurecimiento por deformación.

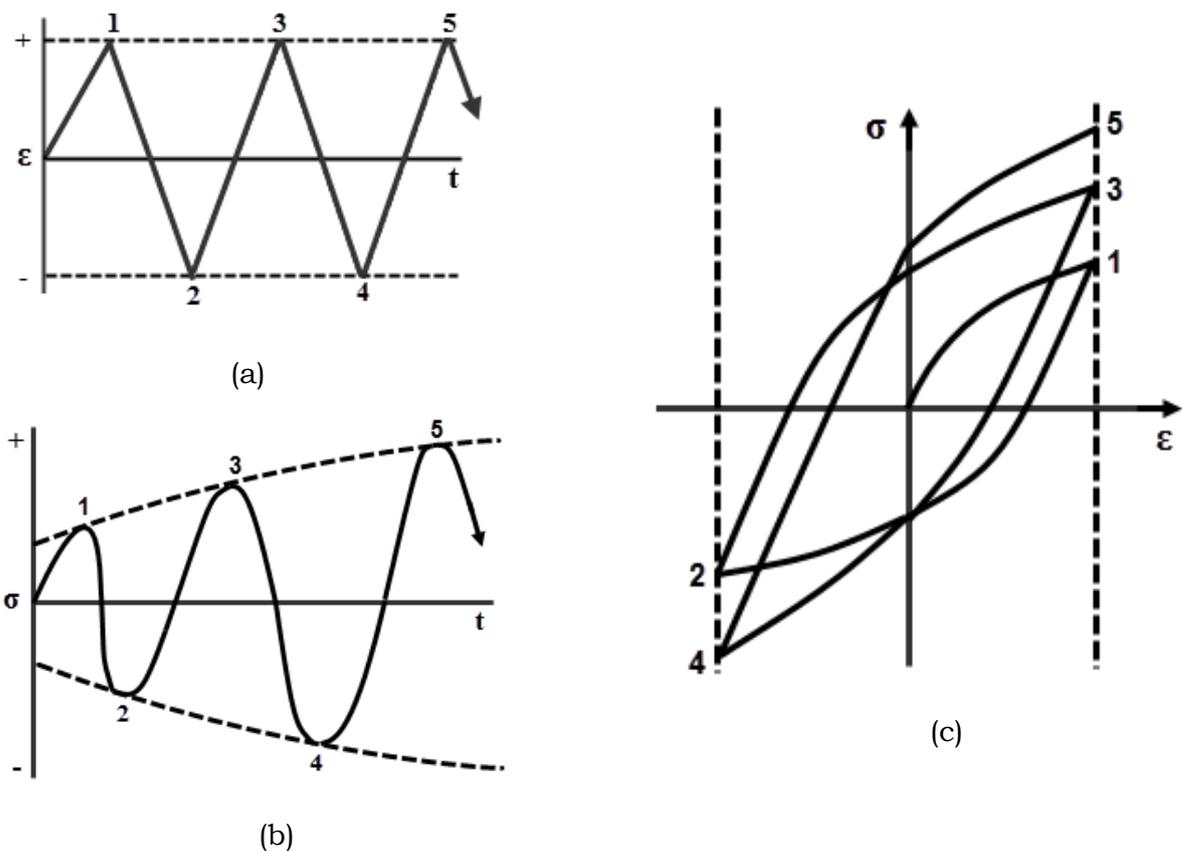


Figura [2.21] – Material Cargado en “Deformación Controlada”. (a) Variación de Deformación. (b) Variación de Tensión. (c) Primeros ciclos de Histéresis.

La razón de que los materiales se endurezcan o se suavicen está relacionada con la naturaleza y estabilidad de las dislocaciones de la estructura del material. Generalmente:

1. Para un material suave, inicialmente la densidad de dislocación es baja. La densidad es rápidamente incrementada debido a la deformación plástica cíclica, contribuyendo a significar ciclos de endurecimiento por deformación.

2. Para un material duro, los ciclos de deformación provocan un reajuste de las dislocaciones, los cuales ofrecen una resistencia baja a la deformación y el material es cíclicamente suavizado.

Generalmente, el comportamiento transitorio (endurecimiento o suavizado por deformación) ocurre solamente durante el principio de la vida a la fatiga. Después de esto, el material logra una condición cíclicamente estable. Esto es usualmente logrado alrededor del 20% al 40% de la vida a la fatiga. Consecuentemente, las propiedades a la fatiga son usualmente especificadas a 'media vida' (aproximadamente al 50% del total de la vida a la fatiga) cuando la respuesta del material está estabilizada.

3.9.3 Determinación de la Curva Esfuerzo-Deformación

Las curvas cíclicas de esfuerzo-deformación pueden ser obtenidas a partir de pruebas por diversos métodos. Uno de ellos es:

- Muestras semejantes: Una serie de muestras semejantes son probadas a varios niveles de deformación hasta que los lazos de histéresis son estabilizados. Los lazos de histéresis estables (curvas negras) son entonces superpuestas y los vértices de los ciclos son conectados formando una nueva curva (curva roja) como se muestra en la Fig. [2.22]

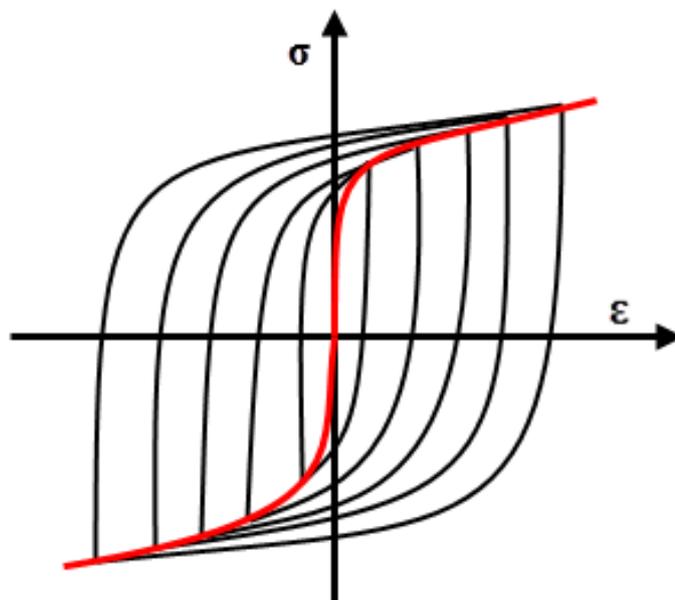


Figura [2.22] – Determinación de la Curva Tensión-Deformación para un Material Endurecible por Deformación

3.10 La Integral ΔJ

Recordando la *Sección 2.2*, en la cual se definió un parámetro que caracterizaba la fractura en materiales con un comportamiento no lineal, sometidos a condiciones de carga monotónicas, se podría definir también un parámetro que responda al comportamiento del material bajo condiciones de carga cíclica. Entonces, análogamente a la Ec. [2.23], se muestra la siguiente ecuación, válida para cuando un material es cargado cíclicamente:

$$\Delta J = \int_{\Gamma} \left(\Delta w \, dy - \Delta T_i \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x} \, ds \right) \quad \text{Ec. [2.46]}$$

donde Γ es cualquier contorno arbitrario mostrado en la Fig. [2.12] y

$$\Delta w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \Delta \sigma_{ij} \, d\Delta \varepsilon_{ij} \quad \text{Ec. [2.47]}$$

y los términos restantes están dados por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{\text{máx}} - \sigma_{ij}^{\text{mín}} \\ \Delta \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{ij}^{\text{máx}} - \varepsilon_{ij}^{\text{mín}} \\ u_i &= u_i^{\text{máx}} - u_i^{\text{mín}} \\ \Delta T_i &= T_i^{\text{máx}} - T_i^{\text{mín}} \end{aligned}$$

A su vez, ΔJ puede ser definido usando el diagrama de carga-desplazamiento (Ref. [2.9]), obteniendo como resultado la Ec. [2.46]:

$$\Delta J = \frac{\eta}{B(b-a)} \int_0^{\Delta V} \Delta P \, d(\Delta V) \quad \text{Ec. [2.48]}$$

donde ΔP y ΔV son los rangos de carga y desplazamiento.

3.10.1 Leyes de Propagación de Grietas Controladas por ΔJ

Análogamente a como se desarrolló en la *Sección 2.2*, se pueden determinar métodos para encontrar leyes que describan la propagación de una grieta respecto de ΔJ .

Distintos investigadores aplicaron la Integral J para encontrar el crecimiento de grietas por fatiga cuando la misma se encuentra bajo condiciones de plasticidad a gran escala, obteniendo como resultado la siguiente Ley de Propagación:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta J_{ef})^m \quad \text{Ec. [2.49]}$$

donde ΔJ_{ef} es el valor corregido de ΔJ que tiene en cuenta el cierre de la grieta. Esta relación surge a partir de remplazar ΔJ_{ef} por $(\Delta K_{ef})^2/E$.

3.10.2 Limitaciones de la Integral ΔJ

Existen varias limitaciones en cuanto al uso de ΔJ para caracterizar el crecimiento de grietas debido a fatiga bajo condiciones de plasticidad a gran escala en metales. Dentro de las más fuertes, se encuentra en primer lugar el uso de la hipótesis de que el material es elástico y puede ser saturado cíclicamente. Mientras que existen muchos materiales que se aproximan a esta condición, alcanzando la saturación o bien siendo cíclicamente estables, también existe otro gran número de materiales estructurales que no logran alcanzar una verdadera etapa de saturación. Como no existe una única ecuación que pueda describir el comportamiento tensión-deformación en el régimen transitorio durante los ciclos de endurecimiento, la unicidad de la relación cíclica tensión-deformación no se puede asegurar. Por lo tanto, la Integral ΔJ ya no es independiente del camino, ni está relacionada de forma unívoca con el campo de tensión y deformación en el borde de la grieta, invalidando entonces la teoría de la *Integral J*. Otra gran limitación en cuanto al uso de ΔJ , y que se vuelve más importante bajo condiciones de grandes deformaciones plásticas, es la incertidumbre respecto de cuán exacta es la predicción del cierre de la grieta. El ajuste y las correcciones por *Cierre de Grieta* que se realizan en la estimación del ΔJ pueden ser dificultosas de realizar, llevando a que, en caso de elegir no tener este fenómeno en cuenta, los cálculos resulten demasiado conservativos.

Referencias del Capítulo II

- [2-1]** Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications. 2nd & 3rd Ed. – Anderson.-
- [2-2]** Mechanical Behavior of Materials, Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue. 3rd Ed. – Dowling.-
- [2-3]** Damage Tolerance Assessment Handbook – Volumen I & II. October 1993.-
- [2-4]** Diseño Asistido por Computador de Estructuras Aeronáuticas mediante Criterios de Tolerancia al Daño – Mario Eduardo Vega Perry. October 1993.-
- [2-5]** Fracture Mechanics, Theory and Applications – Majid Mirzaei.-
- [2-6]** Nonlinear Fracture Mechanics for Engineers – Saxena, CRC Press, 1998.-
- [2-7]** Diseño de Máquinas. 2^{da} Ed. – Robert L. Norton.-
- [2-8]** Summary of Stress-Intensity Factors – Alan Liu, Rockwell International (retired).-
- [2-9]** Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications; Capítulo 10. 2nd & 3rd Ed. – Anderson.-

CAPÍTULO III
ANÁLISIS DE LA MECÁNICA DE FRACTURA
EMPLEANDO ELEMENTOS FINITOS

CAPÍTULO III

Los avances que se han ido produciendo en las computadoras y en el área numérica, han tenido una enorme influencia en la resolución de problemas de la ingeniería, y los problemas de la Mecánica de Fractura no son una excepción. El modelado numérico se ha convertido en una herramienta indispensable en el análisis de la fractura, ya que pocos problemas prácticos tienen una solución analítica cerrada.

Con el transcurso de los años, los algoritmos numéricos han reducido de manera significativa los tiempos en las soluciones de problemas de fractura. Asimismo, los códigos de análisis numéricos comerciales se han vuelto amigables para el usuario, y muchos de ellos fueron incorporados a rutinas de Mecánica de Fractura.

El presente capítulo se divide en dos. La Primera Parte es de carácter teórico, donde se explica de manera resumida el Método de los Elementos Finitos, el cual es la base de cálculo que utiliza el Software elegido para el desarrollo del Trabajo. La Segunda Parte es práctica, donde mediante la resolución de casos de ejemplo se aplican técnicas elementales para el modelado de grietas, como así también el estudio e interpretación de la Mecánica de Fractura utilizando herramientas de cálculo numérico.

PRIMERA PARTE

1 Método de los Elementos Finitos

El *Método de los Elementos Finitos (FEM)* es un método de cálculo utilizado en diversos problemas de ingeniería, que se basa en considerar al cuerpo o estructura dividida en elementos discretos, con determinadas condiciones de vínculo entre sí, generándose un sistema de ecuaciones que se resuelve numéricamente y proporciona el estado de tensiones y deformaciones. Básicamente el *FEM* es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales. Muchos problemas no tienen solución analítica o es difícil obtenerla, por lo que se convierte en una alternativa de resolución muy viable. Con este método se pueden resolver sistemas que no son tan fáciles de resolver mediante modelos matemáticos simples. Su técnica se basa en un procedimiento numérico que es aplicable a problemas con condiciones de borde impuestas; en el caso de las *estructuras*, las condiciones de borde serían condiciones de apoyo y cargas externas.

El *FEM* ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, ya que permite realizar un modelo matemático de un caso real, de forma fácil y económica. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Una importante propiedad que posee es la convergencia; si se consideran particiones de elementos finitos sucesivamente más finas, la solución numérica calculada converge rápidamente hacia la solución exacta del sistema de ecuaciones.

1.1 Descripción General de la Metodología de Análisis

El proceso de análisis mediante el Método de Elementos Finitos se puede describir mediante un esquema como el que se muestra a continuación:

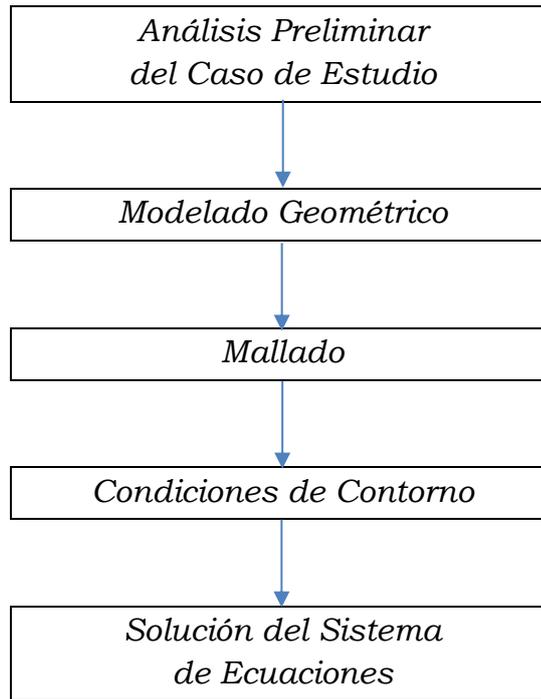


Figura [3.1] – Proceso de Análisis del Método de Elementos Finitos

Estos pasos se pueden definir de la siguiente manera:

Análisis Preliminar del Caso de Estudio. El primer paso a llevar a cabo es un Análisis del Caso de estudio desde el punto de vista de la aplicación, y en base a ello modelar el sistema bajo ciertas consideraciones prácticas, tales como:

- Las características de simetría o asimetría deben ser explotadas de manera de reducir el tamaño del modelo.
- La malla de elementos debe ser lo suficientemente fina como para lograr una precisión aceptable. Para evaluar dicha precisión, la malla es refinada hasta que los resultados muestran cambios despreciables. Además, la relación de aspecto de los elementos debería ser lo más cercana a la unidad como sea posible, y de esta manera obtener una mayor precisión.

Modelado Geométrico. Consiste en la reproducción del modelo físico que se desea estudiar, mediante la asistencia de una computadora (CAD). Un mismo objeto puede modelarse de múltiples formas. La elección del método depende del uso que se le quiere dar al mismo, y de esta manera se evita problemas innecesarios. Esto se logra mediante la ejecución del paso anterior.

Mallado. Es el proceso que consiste en subdividir la geometría del modelo en elementos discretos conectados entre sí.

Condiciones de Contorno. Consiste en aplicar las cargas y los apoyos ó restricciones cinemáticas, para simular las condiciones de operación del modelo. Si se desea estudiar una zona determinada, generalmente no es necesario representar todo el modelo. Para brindarle continuidad a la porción de estudio, es necesario establecer condiciones de borde que aseguren la relación que mantiene con el resto del cuerpo.

Solución del Sistema de Ecuaciones. Aquí se obtienen los resultados de tensiones, deformaciones, etc.

La idea general del Método de los Elementos Finitos, es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. De esta forma, las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el de cada elemento. Es así que se consigue pasar de un sistema continuo, el cual tiene infinitos grados de libertad, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones.

1.2 Los Elementos y sus Propiedades

Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que son los responsables de conectar entre sí a los elementos. Sobre estos nodos es donde se encuentran las incógnitas fundamentales del problema. En el caso de que los elementos sean estructurales, estas incógnitas serán los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos se podrá calcular el resto de incógnitas de interés, tales como tensiones, deformaciones, etc.

Los tipos de elementos utilizados generalmente en la resolución a través de FEM son:

➤ Elementos Lineales (1D)

Los elementos lineales pueden ser rectos o curvados, y poseen propiedades físicas como rigidez axial, torsional, etc. Este tipo de elemento es utilizado para modelar cables, vigas, reticulados, entre otros. Usualmente, los elementos rectos poseen dos nodos, uno

en cada extremo, mientras que los elementos curvados necesitan al menos tres nodos, dos en los extremos y uno en el medio.

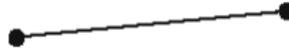


Figura [3.2] – Elemento Lineal

➤ Elementos Planos (2D)

Los elementos planos o bidimensionales, son utilizados para determinar esfuerzo y deformación en el plano en superficies. Pueden tener formas tales como triángulos, rectángulos, etc. Los nodos son colocados usualmente en las esquinas de los elementos, pero también pueden ubicarse a lo largo de los lados de los elementos o dentro de los mismos.

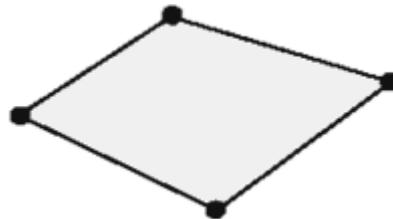


Figura [3.3] – Elemento Plano

➤ Elementos Sólidos (3D)

Los elementos tridimensionales son utilizados en volúmenes, y las formas más comunes que poseen son tetraedros y hexaedros. Los nodos son colocados en los vértices, aunque también pueden ubicarse en las caras de los elementos o inclusive dentro de los mismos.

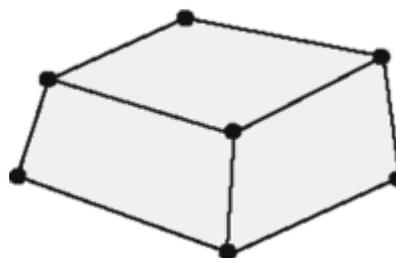


Figura [3.4] – Elemento Sólido

Es importante destacar que se puede utilizar combinaciones de estos elementos actuando en conjunto.

1.3 Descripción del Método

En general, en un problema a analizar por el Método de los Elementos Finitos, se conocerán las fuerzas aplicadas en algunos de sus nodos y los valores de los desplazamientos en otros. La clave del método está en que, tras su aplicación, se obtendrá una expresión del tipo:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad \text{Ec. [3.1]}$$

En esta expresión, $\{F\}$ es un vector columna conocido como vector de cargas, en el que están todas las fuerzas exteriores (las directamente aplicadas y las reacciones) que actúan en el cuerpo; luego, en el lado derecho de la ecuación, se encuentra el vector $\{u\}$, denominado vector de desplazamientos nodales, que representa de manera ordenada, todos los desplazamientos que experimentan los nodos del modelo, y la matriz $[K]$, que se conoce matriz de rigidez del sistema estructural.

Para explicar el método, por simplicidad se analizará el caso de 1 grado de libertad. La figura a continuación muestra una barra cargada por un conjunto de fuerzas.

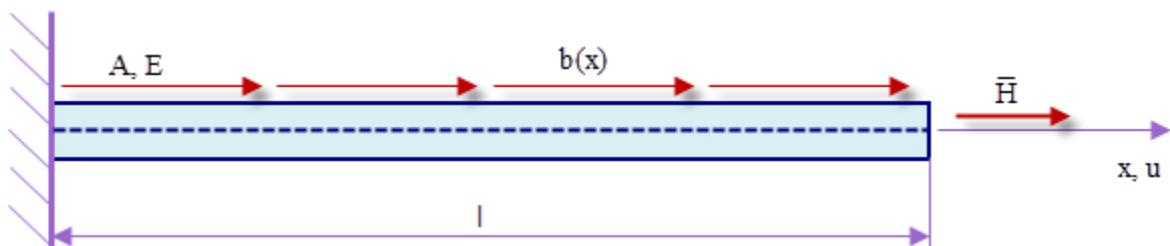


Figura [3.5] – Sistema de 1 Grado de Libertad

Si sobre esa barra se toma una porción que se encuentre lejos de los extremos, se observa que la misma está sujeta a las siguientes cargas:

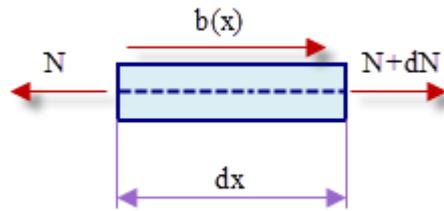


Figura [3.6] – Porción de Barra Cargada

donde

- A es el área transversal de la viga;
- E es el Módulo de Elasticidad del material de la viga;
- l es la longitud de la viga;
- $b(x)$ es una carga distribuida axialmente;
- \bar{H} es una carga puntual axial;
- N es la fuerza interna sobre una porción de la viga.

Si se plantea equilibrio estático en esta porción del cuerpo, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\sum F = (N + dN) + b(x)dx - N = \frac{dN}{dx}dx + b(x)dx = \frac{dN}{dx} + b(x) = 0 \quad \text{Ec. [3.2]}$$

Esta puede ser reescrita en términos de fuerza y desplazamiento si se consideran las relaciones:

- Fuerza-Tensión $N = \sigma A$
- Tensión-Deformación $\sigma = E\varepsilon$
- Deformación-Desplazamiento $\varepsilon = du/dx$

Entonces la Ec. [3.2] resulta:

$$\frac{d}{dx} \left(EA \frac{du}{dx} \right) + b(x) = 0 \quad \text{Ec. [3.3]}$$

Ahora, se plantean las condiciones de contorno, es decir, desplazamientos y cargas, las cuales son:

$$u(x = 0) = 0 \quad \equiv \quad u - \bar{u} = 0$$

$$N(x = l) = \bar{H} \quad \equiv \quad EA \frac{du}{dx} - \bar{H} = 0$$

Se puede utilizar la ecuación de *Poisson* para describir el equilibrio estático, de modo que la ecuación diferencial, junto con las condiciones de contorno, quedan expresadas de la siguiente manera:

$$A(\varphi) = \frac{d}{dx} \left(k \frac{d\varphi}{dx} \right) + Q = 0 \quad \Omega \quad \text{Ec. [3.4]}$$

$$B(\varphi) = \begin{cases} \varphi - \bar{\varphi} = 0 & \Gamma_\varphi \\ k \frac{d\varphi}{dx} + \bar{q} = 0 & \Gamma_q \end{cases} \quad \text{Ec. [3.5]}$$

La forma equivalente de escribir la ecuación de *Poisson* como una integral está dada por:

$$\int_{\Omega} W(x)A(\varphi)d\Omega + \oint_{\Gamma} \bar{W}(x)B(\varphi)d\Gamma = 0 \quad \text{Ec. [3.6]}$$

donde $W(x)$ y $\bar{W}(x)$ son funciones ponderadas. Esta ecuación integral debe ser satisfecha para cualquier conjunto de funciones ponderadas. Además, si la ecuación es satisfecha, entonces $A(\varphi) = 0$ y $B(\varphi) = 0$ son simultáneamente satisfechas.

Generalmente no es posible encontrar soluciones exactas, por lo que se propone una solución aproximada, combinando linealmente “funciones de forma” $N(x)$, las cuales son predefinidas, como se muestra a continuación.

$$\varphi(x) \cong \tilde{\varphi}(x) = \sum_{i=0}^n N_i(x)a_i \quad \text{Ec. [3.7]}$$

Aquí a_i representa una constante, que acompaña a cada una de las funciones de forma. De esta manera la ecuación integral es “aproximadamente satisfecha”, y queda escrita como:

$$\int_{\Omega} W(x)A(\tilde{\varphi})d\Omega + \oint_{\Gamma} \bar{W}(x)B(\tilde{\varphi})d\Gamma = 0 \quad \text{Ec. [3.8]}$$

donde ahora $A(\tilde{\varphi}) \neq 0 = r_\Omega$ y $B(\tilde{\varphi}) \neq 0 = r_\Gamma$ son llamadas residuos de la solución aproximada $\tilde{\varphi}(x)$. Realizando los reemplazos correspondientes, la integral se convierte en la llamada “Ecuación de Residuos Ponderados”:

$$\int_{\Omega} W r_\Omega d\Omega + \oint_{\Gamma} \bar{W} r_\Gamma d\Gamma = 0 \quad \text{Ec. [3.9]}$$

Luego, si $\tilde{\varphi}$ satisface la condición de Dirichlet ($u|_{\Gamma} = \varphi$), y se reemplaza los valores de $A(\varphi)$ y $B(\varphi)$ evaluados en $\tilde{\varphi}$, la solución general del problema queda determinada por:

$$\int_0^l W_i \left[\frac{d}{dx} \left(k \frac{d\tilde{\varphi}}{dx} \right) + Q \right] dx + \left[\bar{W}_i \left(k \frac{d\tilde{\varphi}}{dx} + \bar{q} \right) \right]_{x=l} = 0 \quad \text{Ec. [3.10]}$$

$$\int_0^l W_i \left[\frac{d}{dx} \left(k \frac{d}{dx} \left(\sum_{i=0}^n N_i(x) a_i \right) \right) + Q \right] dx + \left[\bar{W}_i \left(k \frac{d}{dx} \left(\sum_{i=0}^n N_i(x) a_i \right) + \bar{q} \right) \right]_{x=l} = 0 \quad \text{Ec. [3.11]}$$

Para el caso general de n – grados de libertad, la ecuación anterior queda escrita como:

$$\begin{aligned} & \int_0^l W_i \frac{d}{dx} \left[k \left(\frac{dN_1}{dx} a_1 + \frac{dN_2}{dx} a_2 + \dots + \frac{dN_n}{dx} a_n \right) \right] dx + \dots \\ & \dots + \left[\bar{W}_i k \left(\frac{dN_1}{dx} a_1 + \frac{dN_2}{dx} a_2 + \dots + \frac{dN_n}{dx} a_n \right) + \bar{W}_i \bar{q} \right]_{x=l} + \dots \end{aligned} \quad \text{Ec. [3.12]}$$

$$\dots + \int_0^l W_i Q dx = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Agrupando los términos similares, esta ecuación puede ser expresada como un sistema algebraico de ecuaciones, dando como resultado:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ K_{n1} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. [3.13]}$$

Como se puede observar, esto anterior es equivalente a la Ec. [3.1], donde los términos son representados por:

$$K_{ij} = \int_0^l W_i \frac{d}{dx} k \left(\frac{dN_j}{dx} \right) dx + \left[\bar{W}_i k \left(\frac{dN_j}{dx} \right) \right]_{x=l} \quad \text{Ec. [3.14]}$$

$$F_i = - \int_0^l W_i Q dx - \left[\bar{W}_i \bar{q} \right]_{x=l} \quad \text{Ec. [3.15]}$$

Una de las principales ventajas de expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno que componen el equilibrio estático en su forma integral, es que de esta

manera se podrá derivar la “*formulación débil*” del problema de elementos finitos, la cual es la utilizada para resolver el mismo. El desarrollo de la “*formulación débil*” se presenta a continuación. La Ec. [3.10] para el caso de 1 grado de libertad es:

$$\int_0^l W \left[\frac{d}{dx} \left(k \frac{d\varphi}{dx} \right) + Q \right] dx + \left[\bar{W} \left(k \frac{d\varphi}{dx} + \bar{q} \right) \right]_{x=l} = 0 \quad \text{Ec. [3.16]}$$

A partir de ésta se pueden hacer las siguientes observaciones:

- φ es diferenciado dos veces (como máximo), por lo que φ y $\frac{d\varphi}{dx}$ deben ser funciones continuas.
- k es diferenciado una vez, por lo que debe ser una función continua.
- W no es diferenciado ninguna vez, entonces no hay requerimientos de continuidad.

Con el propósito de disminuir los requerimientos de continuidad respecto de las variables que intervienen la Ec. [3.16], se propone aplicar una “integración por partes” a la primera expresión del lado izquierdo de la misma. Esto es:

$$\int_0^l W \frac{d}{dx} \left(k \frac{d\varphi}{dx} \right) dx = \left[W k \frac{d\varphi}{dx} \right]_0^l - \int \frac{dW}{dx} k \frac{d\varphi}{dx} dx \quad \text{Ec. [3.17]}$$

Reemplazando esto último en la Ec. [3.16] y reordenando los términos, se obtiene la siguiente ecuación:

$$- \int \frac{dW}{dx} k \frac{d\varphi}{dx} dx + \int_0^l W Q dx + \left[W k \frac{d\varphi}{dx} \right]_0^l + \left[\bar{W} \left(k \frac{d\varphi}{dx} + \bar{q} \right) \right]_{x=l} = 0 \quad \text{Ec. [3.18]}$$

A partir de esta se pueden hacer las siguientes observaciones:

- φ ahora es diferenciada sólo una vez, por lo tanto únicamente φ debe ser continua.
- k ya no es diferenciado, por lo que ahora no hay requerimientos de continuidad.
- W es diferenciado una vez, entonces ahora la misma debe ser continua.

De aquí se desprende, por un lado la ventaja en cuanto a la disminución de requerimientos para k , que implica que el método puede también aplicarse para resolver un problema que tenga variaciones en su sección y en su material, y por otro lado la

desventaja en cuanto a la variable W , la cual ya no puede ser cualquier función, sino que ahora está limitada a los requerimientos de continuidad.

Luego, al igual que antes, reemplazando la solución propuesta en la Ec. [3.7] dentro de la Ec. [3.18], para 1 grado de libertad se obtiene:

$$-\int \frac{dW}{dx} k \frac{d\tilde{\varphi}}{dx} dx + \int_0^l W Q dx + \left[W k \frac{d\tilde{\varphi}}{dx} \right]_0^l + \left[\bar{W} \left(k \frac{d\tilde{\varphi}}{dx} + \bar{q} \right) \right]_{x=l} = 0 \quad \text{Ec. [3.19]}$$

Ahora, generalizando para n – grados de libertad, los términos que componen la expresión de la Ec. [3.1] quedan dados por:

$$K_{ij} = \int_0^l \frac{dW_i}{dx} k \frac{dN_j}{dx} dx \quad \text{Ec. [3.20]}$$

$$f_i = - \int_0^l W_i Q dx + [W_i q]_{x=0} - [W_i \bar{q}]_{x=l} \quad \text{Ec. [3.21]}$$

1.4 Aplicación del Método

Hasta aquí se ha descrito el Método de los Elementos Finitos, el cual comienza con la división de la estructura en pequeños elementos discretos, que dan como resultado un sistema de ecuaciones de la forma presentada en la Ec. [3.1]. Luego, aplicando el *Método de Rigidez*, se podrá resolver este sistema de ecuaciones. Aquí, en la Ec. [3.1], las incógnitas son los desplazamientos, que se pueden hallar a partir de las fuerzas en los nodos y de la matriz de rigidez. Luego, conocidos tales desplazamientos es posible determinar los esfuerzos del modelo.

Para construir la matriz de rigidez de la estructura es necesario asignar previamente a cada elemento una matriz de rigidez elemental. Esta matriz dependerá exclusivamente de:

- Las condiciones de contacto en sus extremos;
- El número de grados de libertad por nodo, que depende de si se trata de problemas bidimensionales (planos) o tridimensionales.

La matriz elemental relaciona las fuerzas nodales equivalentes a las fuerzas aplicadas, con los desplazamientos y giros sufridos por los nodos del elemento, lo que a su vez determina la deformación.

1.4.1 Sistemas de Referencias

Además de los ejes globales de referencia del sistema completo, se selecciona un sistema de referencia local para los elementos, lo cual presenta las siguientes ventajas: facilita la construcción de las funciones de forma de los elementos y, además, facilita la integración de las mismas en el interior de ellos. Sin embargo, puesto que los elementos se ensamblan en el sistema de referencia global, este paso introduce una transformación de coordenadas.

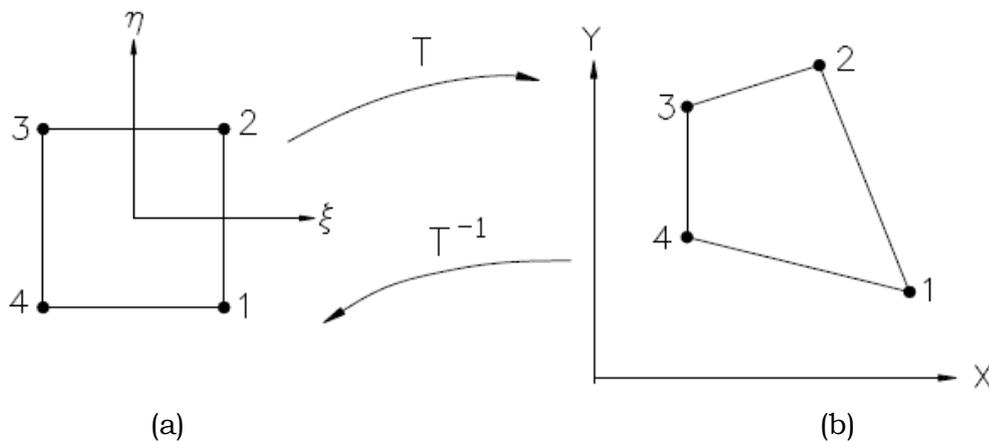


Figura [3.7] – Sistemas de Referencia usados en el Método de Rigidez.
 (a) Sistema Local; (b) Sistema Global

En la Fig. [3.7] se muestra un elemento isoparamétrico bidimensional, con los ejes coordenados globales y locales. Es importante notar que el sistema de coordenadas paramétricas no es necesariamente ortogonal. Ahora, considerando un punto en el elemento, por ejemplo (ξ, η) , las coordenadas globales de este punto están dadas por

$$x = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta)x_i \tag{Ec. [3.22]}$$

$$y = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta)y_i \tag{Ec. [3.23]}$$

donde n es el número de nodos en el elemento y N_i es la función de forma correspondiente al nodo i , cuyas coordenadas son (x_i, y_i) en el sistemas global y (ξ_i, η_i) en el sistema paramétrico.

A pesar que todos los cálculos en el *FEM* se pueden realizar directamente en el sistema global, este procedimiento es muy complicado para cualquier problema de interés práctico y, puesto que la transformación de coordenadas entre cualesquiera dos sistemas coordenados está bien definida y es una operación matemáticamente sencilla, se deben deducir las ecuaciones de los elementos con relación a su sistema local de referencia el cual puede ser cartesiano o curvilíneo, dependiendo de la forma de un elemento dado.

1.4.2 Fuerzas Nodales

Para cada elemento se define un vector elemental de fuerzas nodales generalizadas, que sea estáticamente equivalente, a las fuerzas aplicadas sobre el elemento. El tamaño del vector de fuerzas nodales depende de la dimensión del modelo:

$$\{F^{(e)}\} \in \begin{cases} \mathbb{R}^6 & \text{bidimensional} \\ \mathbb{R}^{12} & \text{tridimensional} \end{cases}$$

Las componentes de este vector conforman un sistema de fuerzas y momentos, tal que la fuerza resultante y el momento resultante de las mismas coinciden con la fuerza y momento del sistema de fuerzas original sobre el elemento.

1.4.3 Campo de Desplazamiento del Elemento

Una vez encontrada la matriz de rigidez global y el vector de fuerzas nodales y desplazamientos globales, se construye un sistema de ecuaciones de la forma de la Ec. [3.1]. Este sistema tiene la propiedad de que puede descomponerse en dos subsistemas de ecuaciones:

- El primero de estos sistemas relaciona únicamente los desplazamientos incógnita con algunas de las componentes del vector de fuerzas nodales global y constituye siempre un sistema compatible determinado;
- El segundo subsistema contiene también las reacciones incógnitas y una vez resuelto el primer subsistema, es de resolución trivial.

Resolviendo el primer subsistema compatible determinado, se conocen los desplazamientos incógnita de todos los nodos de la estructura. Insertando la solución del primer subsistema en el segundo, resultan las reacciones.

1.4.4 Campo de Deformaciones del Elemento

Una vez calculados los desplazamientos y, por consiguiente, las reacciones, se puede hacer uso de las ecuaciones de grandes deformaciones, desde Ec. [3.24] hasta Ec. [3.29], las cuales relacionan desplazamientos con deformaciones, y así entonces encontrar el campo de deformaciones al que está sometido el elemento.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad \text{Ec. [3.24]}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad \text{Ec. [3.25]}$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad \text{Ec. [3.26]}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{Ec. [3.27]}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad \text{Ec. [3.28]}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{Ec. [3.29]}$$

1.4.5 Campo de Esfuerzos del Elemento

Las tensiones y las deformaciones en un cuerpo existen en forma simultánea, y no se puede imaginar la existencia de una sin la otra. De esta forma, los dos estados, el de tensión y de deformación, diferentes entre sí, están íntimamente relacionados. Entonces, conociendo el campo de deformaciones y mediante el uso de las ecuaciones constitutivas,

desde Ec. [3.30] hasta Ec. [3.35], se puede encontrar cómo es el campo de tensiones del elemento.

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [\varepsilon_{xx}(1 - \nu) + \nu(\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})] \quad \text{Ec. [3.30]}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [\varepsilon_{yy}(1 - \nu) + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})] \quad \text{Ec. [3.31]}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [\varepsilon_{zz}(1 - \nu) + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})] \quad \text{Ec. [3.32]}$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma_{xy} \quad \text{Ec. [3.33]}$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma_{xz} \quad \text{Ec. [3.34]}$$

$$\tau_{yz} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma_{yz} \quad \text{Ec. [3.35]}$$

En las ecuaciones presentadas anteriormente, se han despreciado los términos relacionados a los cambios de temperatura. Además, es conveniente aclarar que en base a las hipótesis tenidas en cuenta a la hora de desarrollar estas ecuaciones, las mismas están limitadas al uso de un cuerpo con material isotrópico y elástico lineal.

Como conclusión, se puede decir que una vez comprendidos y realizados los pasos mencionados en las secciones precedentes, se puede conocer el estado general del cuerpo, es decir, su estado de carga, el campo de desplazamiento, el campo de deformaciones y estado de tensiones al que se encuentra sometido el mismo.

SEGUNDA PARTE

2 Análisis de Casos con Solución Analítica

Con el objetivo de llevar a cabo una comparación de los resultados entre un estudio analítico y otro con FEM, se plantean dos modelos con geometrías simples que poseen solución analítica. La primera (Modelo 1), consiste en una placa delgada en presencia de un agujero, cuyas dimensiones pueden verse en la Fig. [3.8]. La misma será utilizada para explicar el concepto de convergencia de malla. La segunda geometría (Modelo 2), representada en la Fig. [3.11], se trata de un perfil L, el cual posee un agujero. Sobre este modelo se llevará a cabo un estudio para estimar dónde nuclearía una grieta y luego se sembrará la misma. Se utilizará además este modelo para desarrollar habilidades en el mallado, interpretación de resultados, etc.

2.1 Objetivos del Estudio de los Modelos

La construcción de la probeta para el estudio mencionado anteriormente, se basa en los objetivos que se listan a continuación:

- Obtener una primera aproximación de resultados, y verificar la convergencia de los mismos.
- Tener un modelo de geometría sencilla pero aproximada a la del caso real de estudio, debido a que el modelo final será más complejo, no solo en cuanto a construcción sino también en número y tipos de elementos, además de las cargas a aplicar y las restricciones.

2.2 Modelo 1: Placa Plana con Agujero

En base a los objetivos expuestos en el punto anterior, se propone construir un primer modelo en el cual poder evaluar la Convergencia de Malla. Este concepto ampliamente utilizado, a pesar de lo que su nombre sugiere, en realidad se refiere a una convergencia de los Resultados. En los apartados siguientes se hablará de cómo ciertas características,

tales como el tipo y cantidad de elementos y la propia geometría del modelo, tendrán una fuerte influencia en la rapidez y calidad de los resultados.

Entonces, se resalta que es de importancia, tener una idea previa de las dificultades y posibles soluciones que aparecerán durante la construcción del modelo final, debido a este concepto.

2.2.1 Geometría

El modelo con el que se decide comenzar el análisis se trata de una placa plana con un agujero ubicado a mitad de la longitud mayor del mismo. Las características geométricas se pueden observar en la Fig. [3.8].

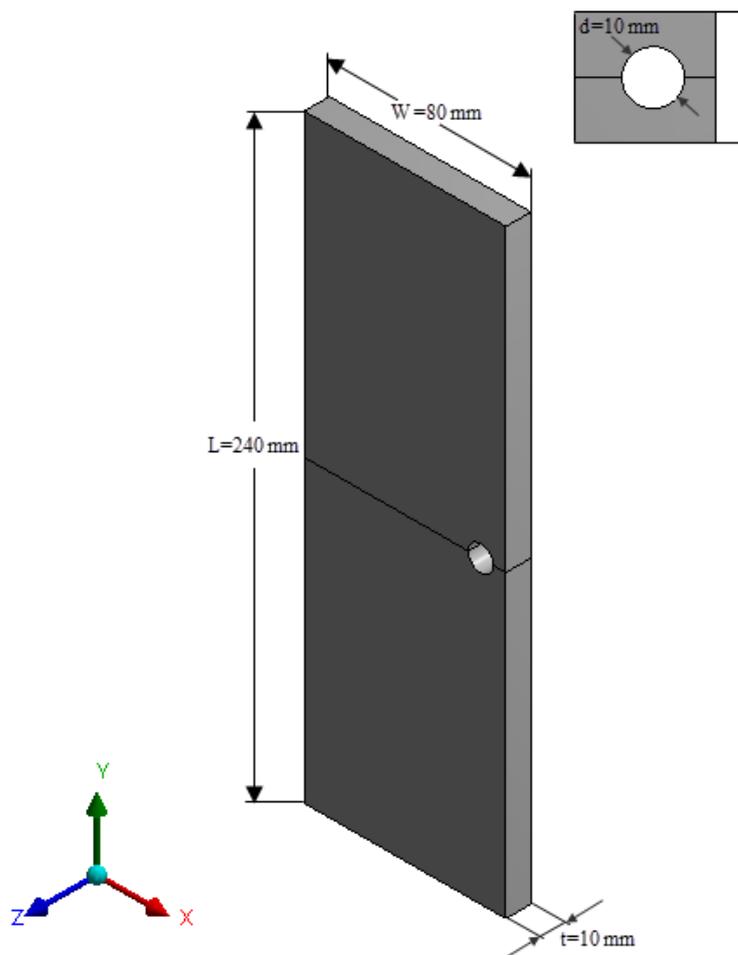


Figura [3.8] – Dimensiones Generales del Modelo 1

2.2.2 Construcción

Si se observa detenidamente la figura anterior, se puede notar un corte realizado a lo largo de toda la placa, que atraviesa el agujero. El objetivo del mismo, es estudiar ciertas zonas de interés, y obtener a partir de ellas gráficos de *Tensión vs. Distancia*. Estos valores de tensión serán calculados desde el borde del agujero hacia uno de los extremos de la placa. Las curvas obtenidas a partir de los resultados, serán luego comparadas para obtener conclusiones acerca de la convergencia de los resultados.

2.2.3 Discretización del Dominio de Cálculo (Malla)

Si bien el mallado de una placa suele ser sencillo, la presencia del agujero introduce una distorsión en los elementos que se encuentran en su proximidad, siendo necesario realizar controles sobre la misma. Una solución a esto es aumentar la densidad de elementos, ya que los mismos, al ser más pequeños, se acomodan mejor en la malla.

A los fines de esta prueba, se decide generar una malla automática, la cual se refina de a poco aumentando su calidad (Casos 1, 2, 3 y 4). Estos casos podrán ser observados gráficamente en la *Sección 2.2.5*.

2.2.4 Condiciones de Contorno

Las condiciones de apoyo aplicadas en la placa están asociadas a los nodos de una de las superficies laterales pequeñas, donde se permite el movimiento de los mismos para que ocurra una deformación de la pieza pareja pero sin rotaciones.

Las cargas son aplicadas de manera distribuida en la superficie lateral pequeña opuesta a la de las restricciones cinemáticas.

2.2.5 Resultados

A continuación se pueden observar los resultados obtenidos a partir del análisis del Modelo 1, donde la carga y las condiciones de apoyo se dejan fijas, y la malla se va modificando progresivamente en distintos pasos. Como fue explicado en la *Sección 2.2.3*,

la alteración de la misma tiene el objetivo de llegar a la Convergencia de Malla. En la Tabla [3.1] se muestran el número de elementos correspondientes a los 4 casos probados, identificando cada uno con un número y un color distintos. Las curvas que arroja cada caso son representadas en el Gráfico [3.1].

Se puede decir que la convergencia de malla ocurre entre los casos 3 y 4, y debido a la considerable diferencia en la cantidad de elementos, se concluye que el mejor caso es el 3, ya que se obtiene una reducción en el tiempo de cálculo y en los recursos computacionales.

Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
Nº de Elementos: 1100		Nº de Elementos: 8000		Nº de Elementos: 30000		Nº de Elementos: 90000	

Tabla [3.1] – Cantidad de Elementos utilizados en cada Caso

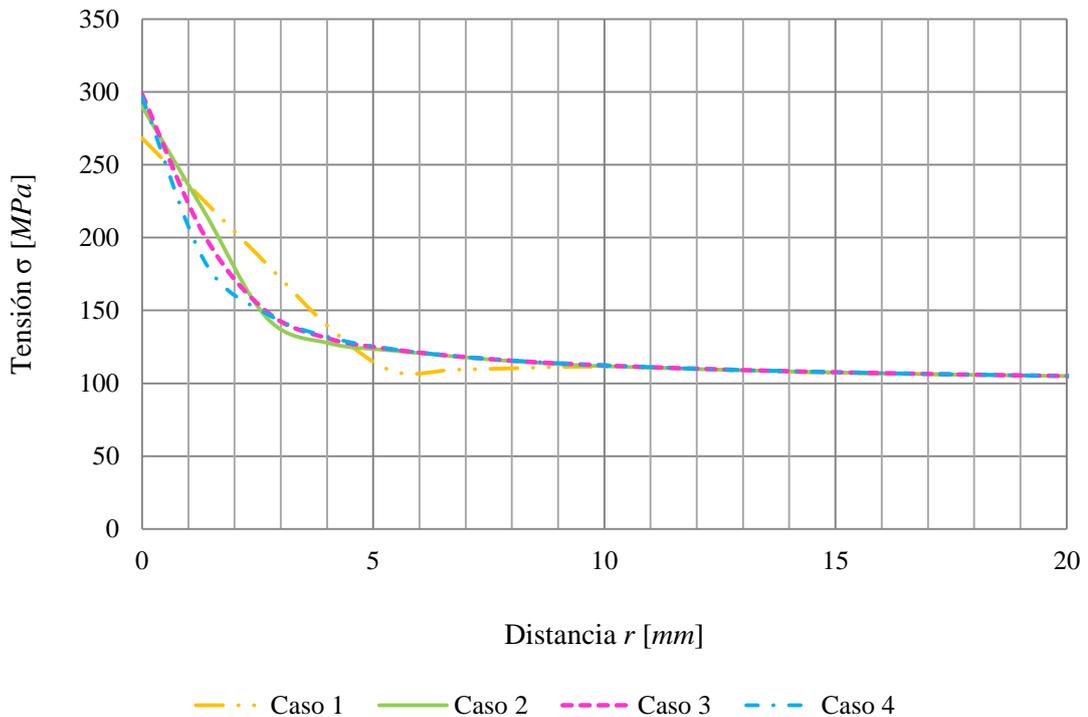


Gráfico [3.1] – Contraste de Curvas *Tensión vs. Distancia*

2.3 Modelo 2: Perfil L con Agujero

Siguiendo la línea de los objetivos planteados al inicio de la *Sección 2*, y con la intención de probar distintos procedimientos de obtención de resultados, se elige construir y trabajar sobre una probeta que tenga características similares a la que se va a evaluar en el presente Trabajo. Estas cualidades básicamente son:

- Que la muestra posea un agujero;
- Que a partir del agujero nazca una grieta.

2.3.1 Estimación de Nucleación y Dirección de Propagación de Grietas

Un paso a tener en cuenta, antes de comenzar a tratar las características propias del modelado de la probeta y el sembrado de Grietas, cuya teoría ha sido expuesta en el *Capítulo II*, es el estudio para estimar el lugar dónde aparecerá la grieta y la probable dirección en que se propagará la misma. El escenario que predice la teoría, es que una grieta se propagará de forma ortogonal a la tensión aplicada. A continuación se explicará brevemente el estudio de este fenómeno en el Software.

En primer lugar, se analiza la pieza con el objetivo de localizar las regiones donde las tensiones son máximas; esto indica que hay una concentración de tensión, y por lo tanto una tendencia a que ése sea el lugar de origen de un defecto. Tales regiones resultan cercanas al agujero, como se esperaba, y pueden observarse en la Fig. [3.9]. Las referencias en colores indican desde *azul* hasta *rojo* la intensidad de las tensiones de compresión y tracción, respectivamente. La aplicación de la fuerza es realizada en la dirección “*y*” según los ejes mostrados

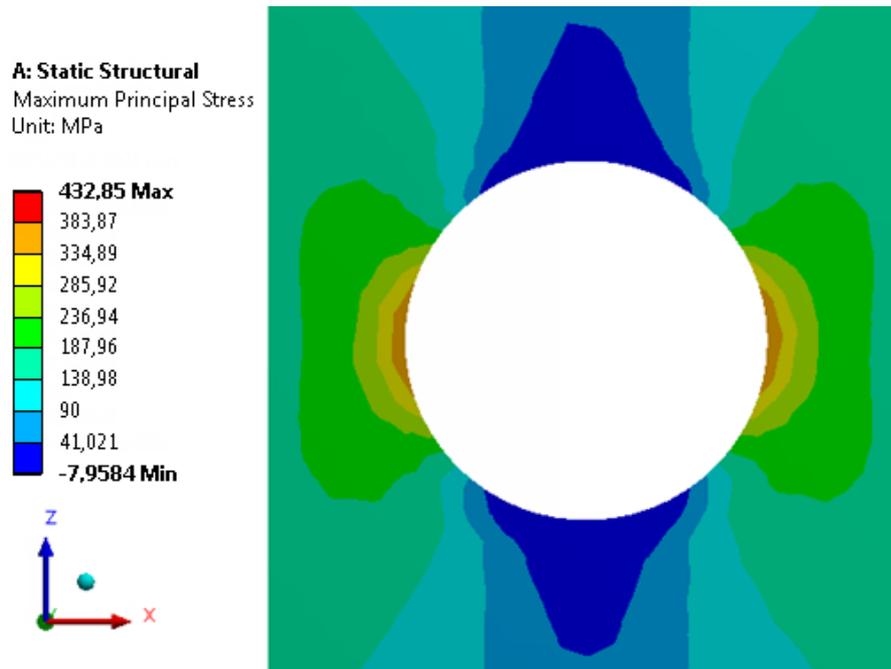


Figura [3.9] – Distribución de Tensiones alrededor de un Agujero

La máxima tensión, propiamente dicha, ocurre a los costados del agujero, en la dirección “x”.

Una vez obtenidos los posibles lugares de inicio de grietas, se busca encontrar la dirección en que se producirá la propagación. Esto se logra visualizando la dirección en que está actuando la tensión principal máxima observada anteriormente, la cual será perpendicular a la dirección de la propagación, Fig. [3.10].

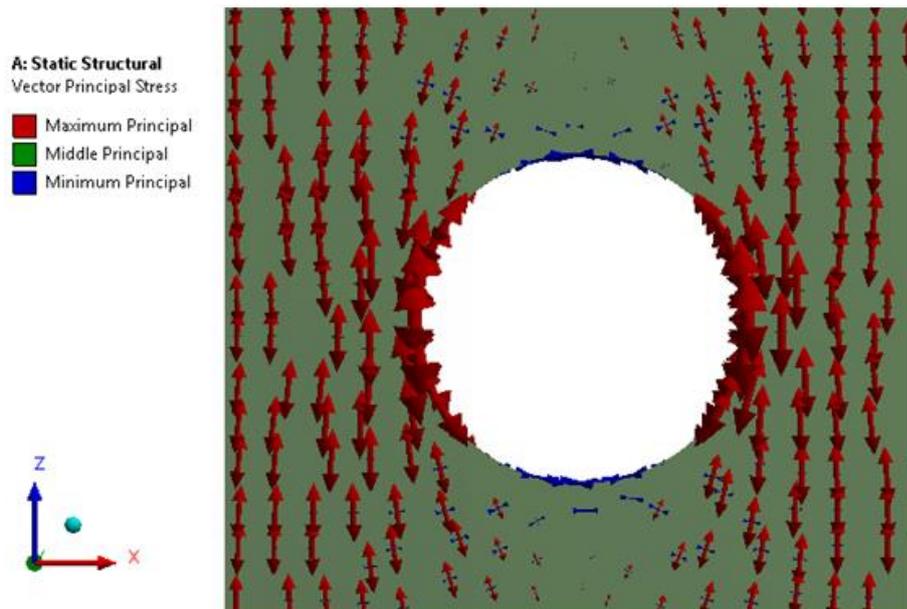


Figura [3.10] – Orientación de Tensiones Principales alrededor de un Agujero

En la imagen anterior, las flechas rojas indican cómo actúa la tensión principal máxima, y a partir de ellas se puede ver que la dirección de propagación de la grieta, se iniciará cortando las mismas, dando como resultado una grieta orientada en la dirección “x”.

Aquí se observa que lo que predice la teoría ocurre perfectamente, siendo la carga una fuerza aplicada en la dirección “y”, y dando como resultado una propagación de grieta en la dirección “x”, claramente ortogonales entre sí.

2.3.2 Geometría

Con la finalidad de darle un aspecto más real a la muestra, se elige que la misma posea una forma de tipo “L”, y que en una de sus aletas se encuentren el agujero y la grieta. Estas características geométricas se pueden observar en las Fig. [3.11] y [3.12].

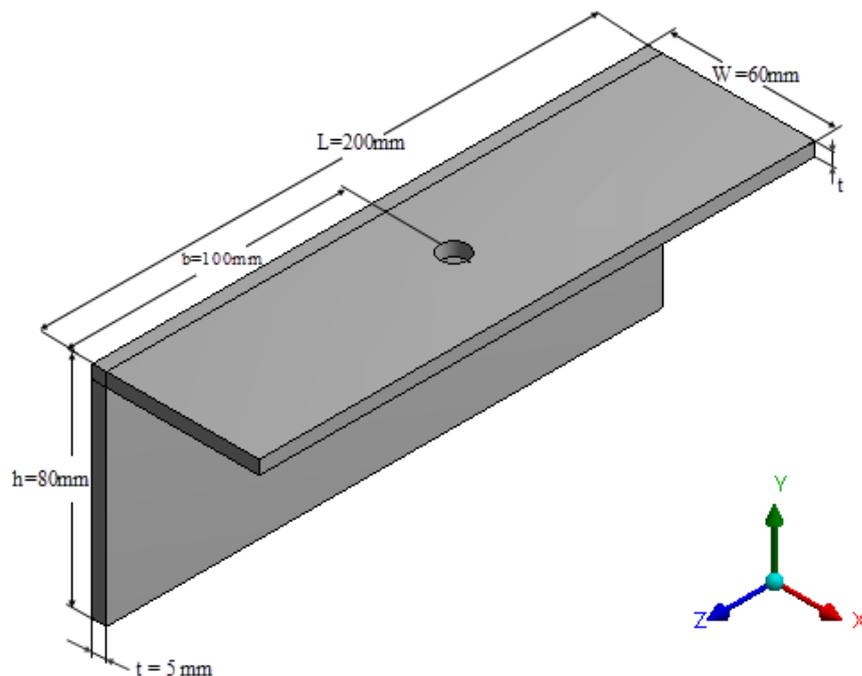


Figura [3.11] – Dimensiones Generales del Modelo 2

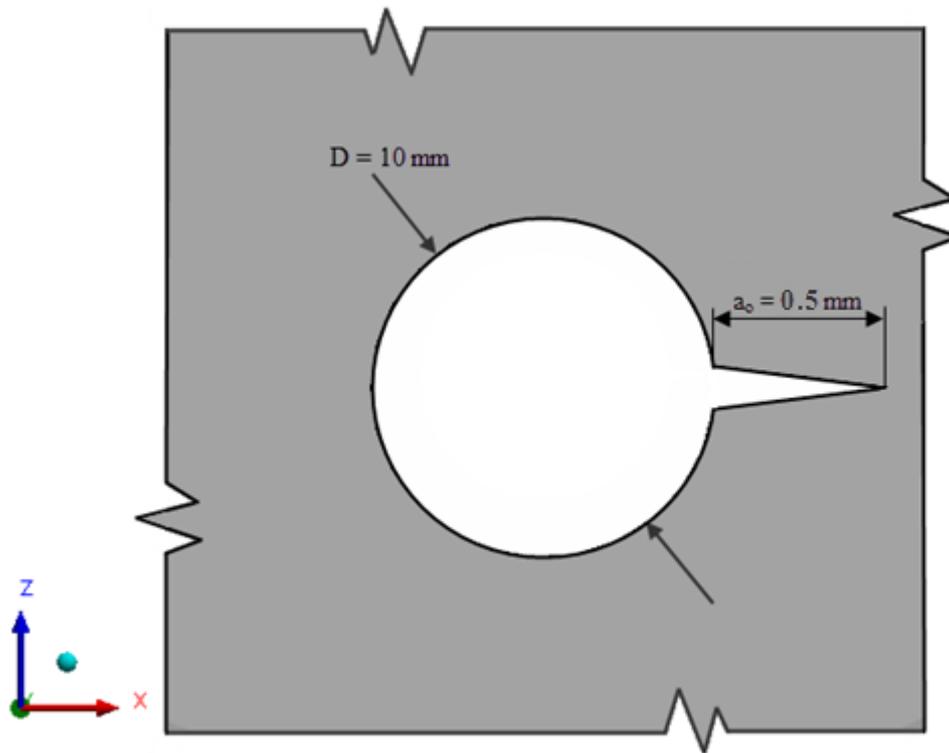


Figura [3.12] – Zoom: Dimensiones del Agujero y la Grieta

2.3.3 Construcción

Un aspecto a considerar al momento de construir el Modelo, es que, para poder llevar a cabo el estudio a través del espesor de la probeta y en cercanía a las grietas, es necesario realizar ciertos cortes sobre los modelos, lo que resulta entonces en una inevitable división del cuerpo, generándose así un mayor número de componentes. Luego, cuando se aplican cargas al modelo, lo anterior se traduce en una separación de los elementos y, por lo tanto se vuelve importante la creación de contactos entre los componentes generados.

Dentro de los contactos existentes se pueden listar: *Frictionless*, *Frictional*, y *Bonded*. Para resolver el caso del Modelo 2, se elige utilizar el contacto tipo *Bonded*, cuyas características principales son:

- No permitir que las superficies se penetren entre ellas;
- No permitir que los cuerpos se separen, simulando un pegado perfecto.

Una vez creados los contactos necesarios para darle continuidad al modelo, se debe definir sobre que trayectoria se buscará obtener los gráficos de *Tensión vs. Distancia*. Para ello se coloca una línea auxiliar, llamada *Path*, sobre la cual se realiza un análisis de *Tensión Principal Máxima*, como se muestra en la Fig. [3.14]. Esta línea se ubica sobre el plano de la grieta, abarcando desde el extremo de la misma hasta donde se extiende la discretización.

Aquí aparece un tercer punto a tener en cuenta. Debido al nivel de triaxialidad presente, se puede observar que las tensiones no permanecen constantes a través del espesor. Por lo tanto, esta variación indica que para obtener la máxima tensión actuante, será necesario ubicar el *Path* mencionado antes, a la altura del espesor donde esto ocurra. Entonces para encontrar este punto, se realiza previamente un análisis de *Tensión Principal Máxima* sobre otro *Path* auxiliar, ubicado en el borde de la grieta, en la dirección del espesor, como se puede observar en la Fig. [3.13].

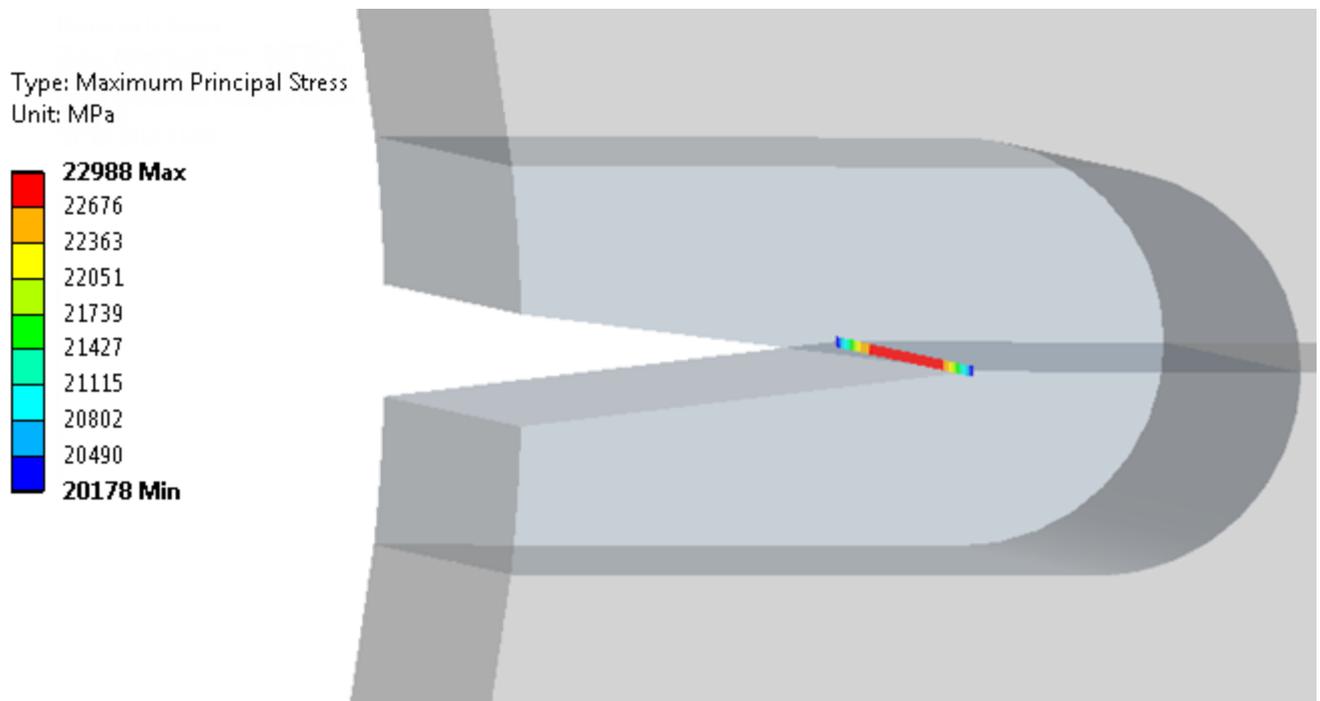


Figura [3.13] – Path de Borde de Grieta

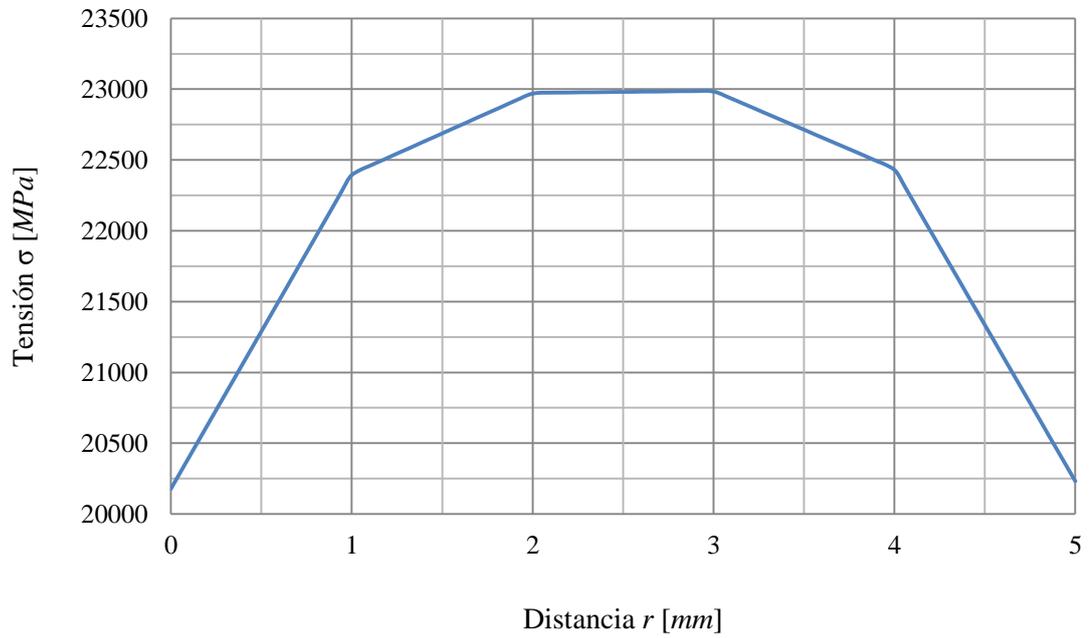


Gráfico [3.2] – Distribución de Tensiones a lo largo del Borde de Grieta

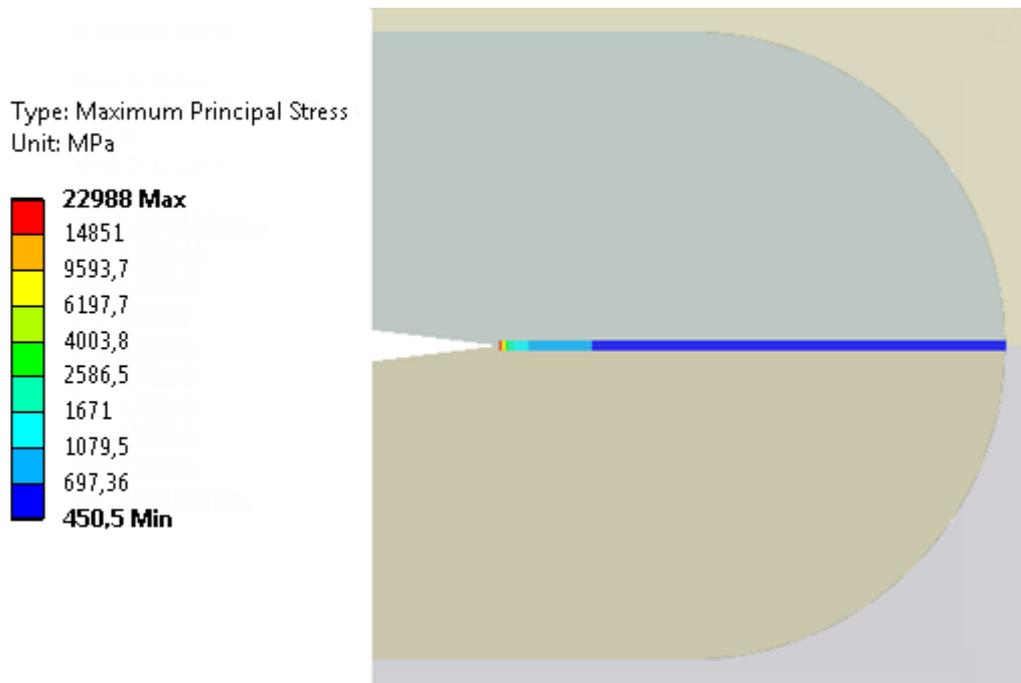


Figura [3.14] – Path de Plano de Grieta

2.3.4 Discretización del Dominio de Cálculo (Malla)

Como se ha aprendido a partir de las distintas teorías de la Mecánica de Fractura, la zona principal del estudio del comportamiento del material redonda en las cercanías del borde de la grieta. Es por esto que resulta fundamental tener un área de refinamiento precisa en el entorno de la misma, prestando menor atención a lo que ocurra fuera de esta región, siempre y cuando la sección restante cumpla la función elemental de transmisión de solicitaciones y desplazamientos.

A partir de lo anterior, se decide probar distintos tipos de geometrías alrededor de la grieta, enmarcados dentro de los llamados Caso 1, 2, 3 y 4.

El procedimiento de mallado en la zona refinada se lleva a cabo mediante diferentes comandos, a través de los cuales se puede reducir el tamaño de los elementos tanto como sea necesario o permitido por el recurso computacional, como así también elegir la forma y distribución de los mismos. El resto del modelo también puede ser mallado con estos comandos, pero si se considera que la zona de interés es la que se encuentra en las cercanías de la grieta, el tamaño de los elementos generados por el Software de manera automática será suficiente para el propósito del análisis.

Caso 1: En primera instancia se optó por refinar la malla dentro de una porción de área relativamente grande, la cual ocupa una sección de aleta de la platabanda de dimensión igual a un diámetro para ambos lados del agujero, contando esta distancia desde el centro del mismo.

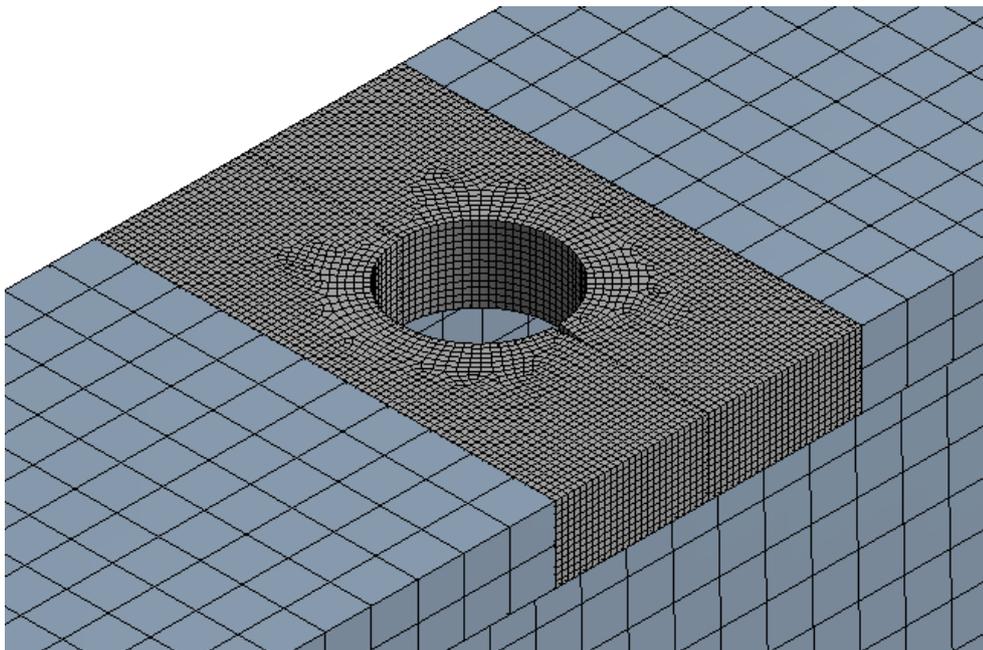


Figura [3.15] – Refinamiento Caso 1

Caso 2: Considerando la ventaja de poder “economizar” elementos y, por lo tanto recursos computacionales, se decidió reducir el área de refinado a una sección compuesta por una parte semicircular unida a una parte rectangular alrededor de la punta de la grieta, cuyas medidas son de una longitud de grieta en todas las direcciones. La justificación respecto de la elección de que una de las secciones sea rectangular, tiene que ver con la conveniencia y mejora de cómo los elementos se pueden acomodar en las cercanías del borde del agujero, evitando la formación de “cuñas” que provocarían un desorden de la malla.

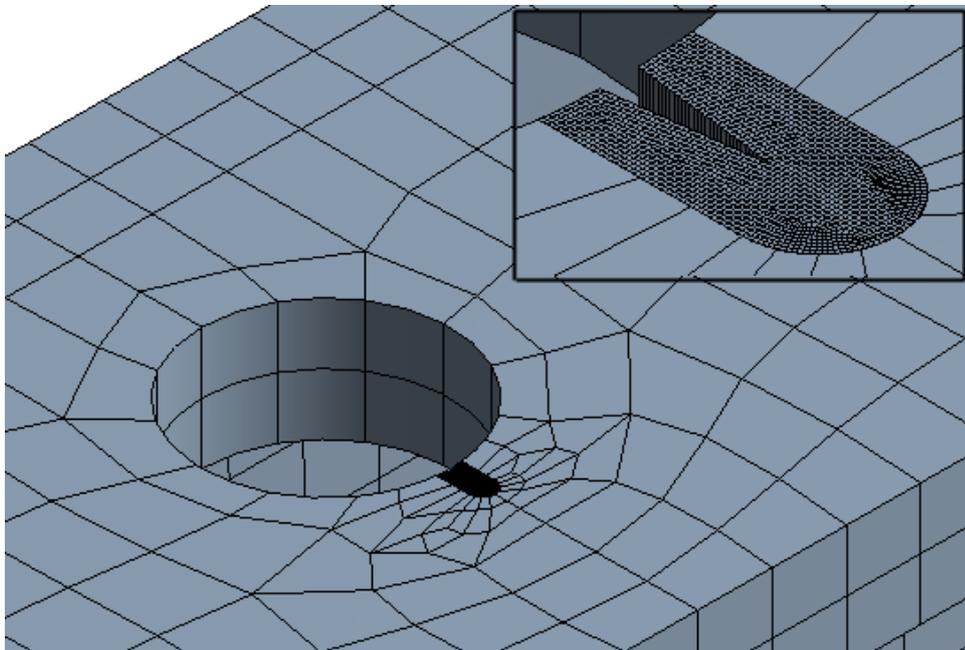


Figura [3.16] – Refinamiento Caso 2

Caso 3: Una nueva malla, un tanto similar a la anterior, incluyó un área de refinado de una sección rectangular, de dimensión igual a una longitud de grieta en todas las direcciones a partir de la punta de la misma. Haciendo que los bordes del rectángulo lleguen hasta el borde del agujero, se logra, al igual que en el caso anterior, evitar la formación de “cuñas”.

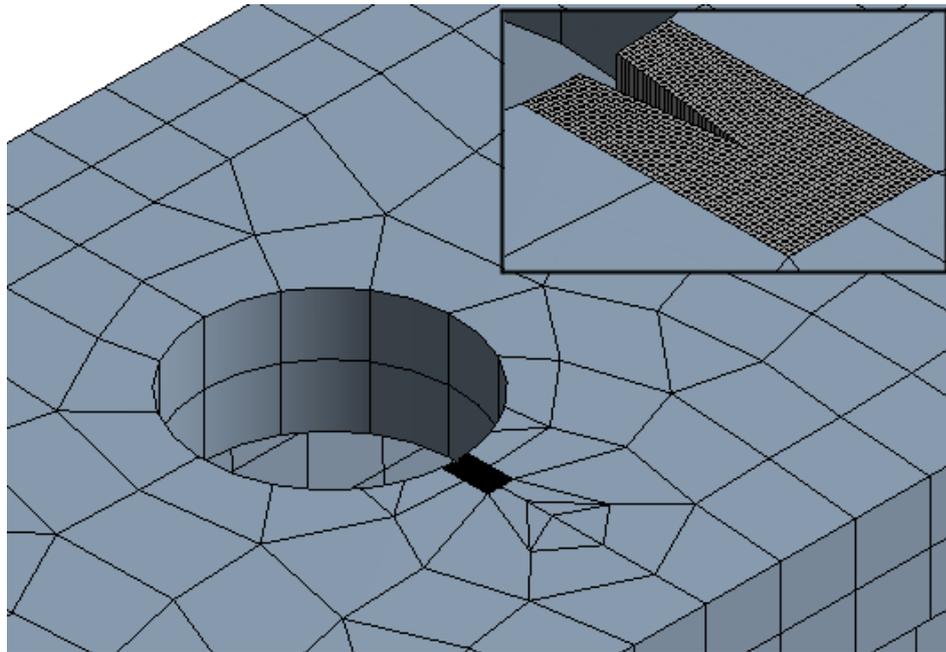


Figura [3.17] – Refinamiento Caso 3

Caso 4: Una última prueba, diferente a las anteriores, consistió en tomar un área para refinar la malla con una sección circular centrada en el extremo de la grieta, de dimensión mucho menor a la longitud de la misma, y la cual fue definida de manera tal que se traslade a medida que la grieta crezca. De esta forma se logra una considerable mejora en la malla dentro de la zona de interés para el estudio del comportamiento del material como así también en los resultados, concentrando todos los recursos en esa área.

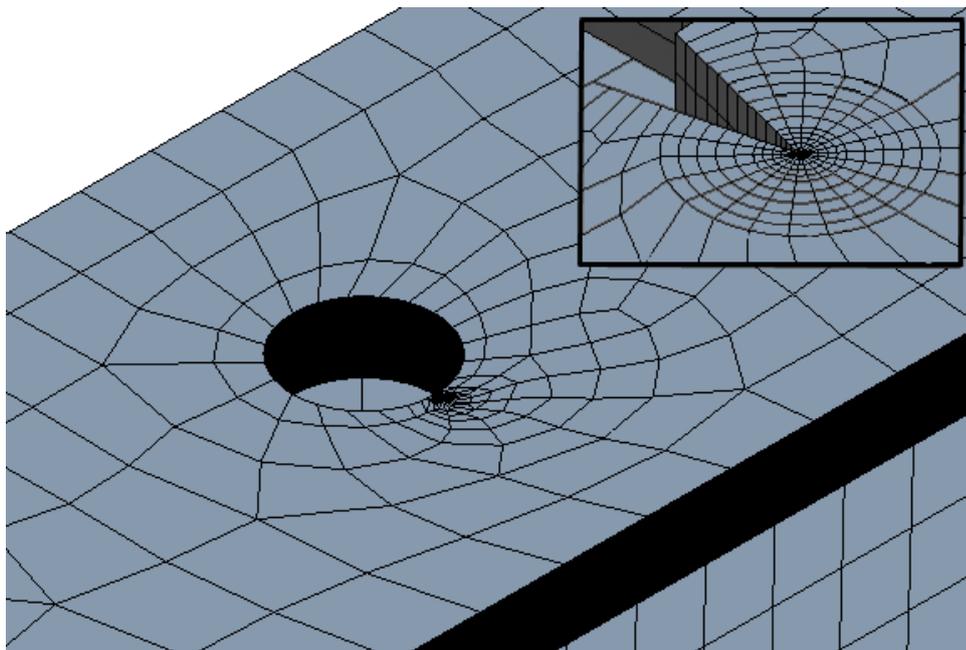


Figura [3.18] – Refinamiento Caso 4

A diferencia de las anteriores, a pesar de que en este caso también es preciso realizar cortes sobre el cuerpo, el mismo no es dividido en diferentes partes, por lo cual no es necesaria la creación de ningún tipo de contactos que los una. A su vez, el procedimiento de mallado en la zona refinada se lleva a cabo mediante una conjunción de comandos, y el resto del modelo es mallado por el Software de manera automática, ya que no implica una influencia considerable en los resultados de la zona de interés.

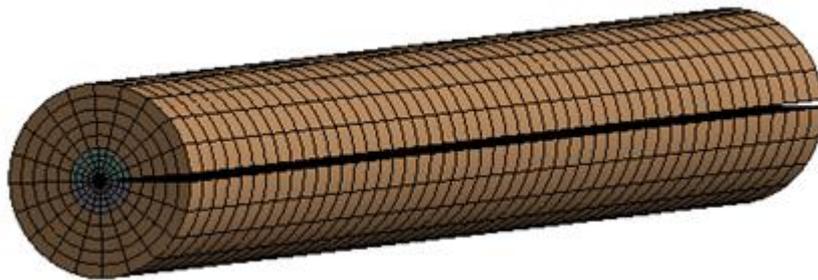


Figura [3.19] – Porción Refinada alrededor de la Grieta

2.3.5 Condiciones de Contorno

Las condiciones de contorno incluyen tanto las restricciones cinemáticas de los nodos de la probeta, como las cargas asociadas a los mismos. Tales condiciones se explican a continuación.

➤ Condiciones de Apoyo

De acuerdo al tipo de análisis que se está desarrollando, las restricciones en el cuerpo se llevan a cabo fijando de manera conveniente ciertos nodos en el espacio. Esto se logra cancelando el desplazamiento de los mismos en diferentes direcciones. La ventaja de esta metodología con respecto a otras restricciones predeterminadas, es que la misma no anula la acción del módulo de Poisson. En la Fig. [3.20] se puede observar un extremo del modelo y los nodos restringidos, mientras que en la Tabla [3.2] se resalta la dirección en la cual fueron afectados.

➤ Cargas

La carga es aplicada en el extremo opuesto al de los apoyos, de la misma manera que en el Modelo 1. En la Fig. [3.20] se puede apreciar la superficie donde fue aplicada y en la Tabla [3.2] la dirección.

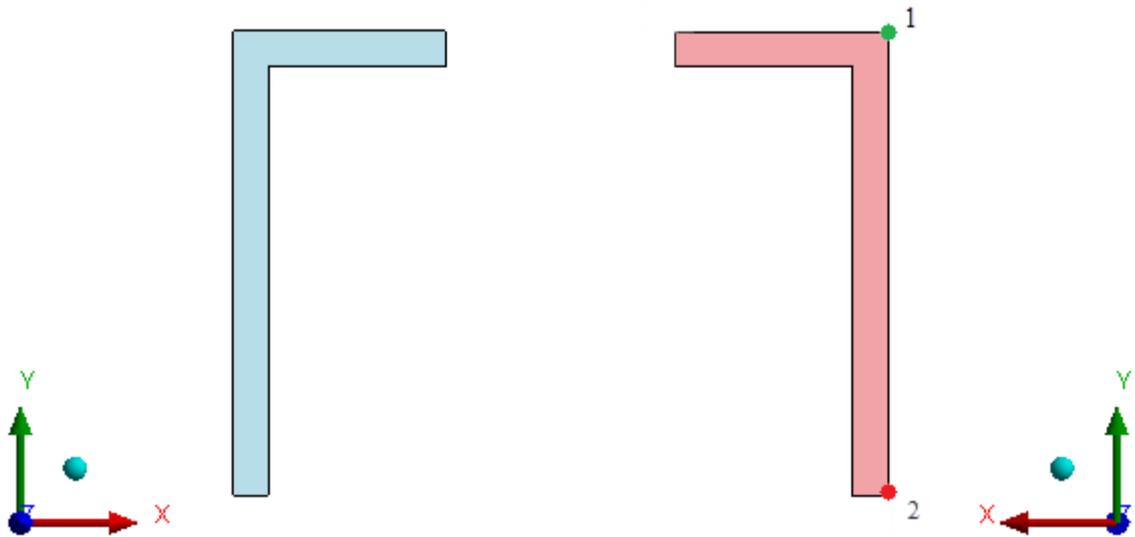


Figura [3.20] – Condiciones de Contorno: Apoyos y Cargas

Identificación	Restricción	Descripción
	$(x,y,0)$	Impide el desplazamiento en la dirección z de todos los nodos contenidos en esa cara.
 1	$(0,0,z)$	Impide el desplazamiento del nodo en las direcciones x e y.
 2	$(x,0,z)$	Impide el desplazamiento del nodo en la dirección y; logrando a su vez, en conjunto con el nodo 1, evitar la rotación de la cara alrededor del eje z.
Identificación	Carga	Descripción
	(x,y,F_z)	Introduce una fuerza distribuida en todos los nodos contenidos en la cara, de manera de generar una tensión nominal específica en el cuerpo.

Tabla [3.2] – Detalle de las Condiciones de Contorno

2.3.5 Obtención y Comparación de Resultados

A continuación se pueden observar los resultados obtenidos a partir del análisis del Modelo 2, donde al igual que en el Modelo 1, la carga y las condiciones de apoyo se dejan fijas, y se va modificando tanto la malla como la geometría del área de refinamiento. En la Tabla [3.3] se muestra el número de elementos resultantes en cada caso. Los datos expuestos a continuación fueron analizados para un mismo tamaño de grieta y distancia desde la misma.

Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
Nº Elementos: 250000		Nº Elementos: 59000		Nº Elementos: 94000		Nº Elementos: 56000	

Tabla [3.3] – Cantidad de Elementos utilizados en cada Caso

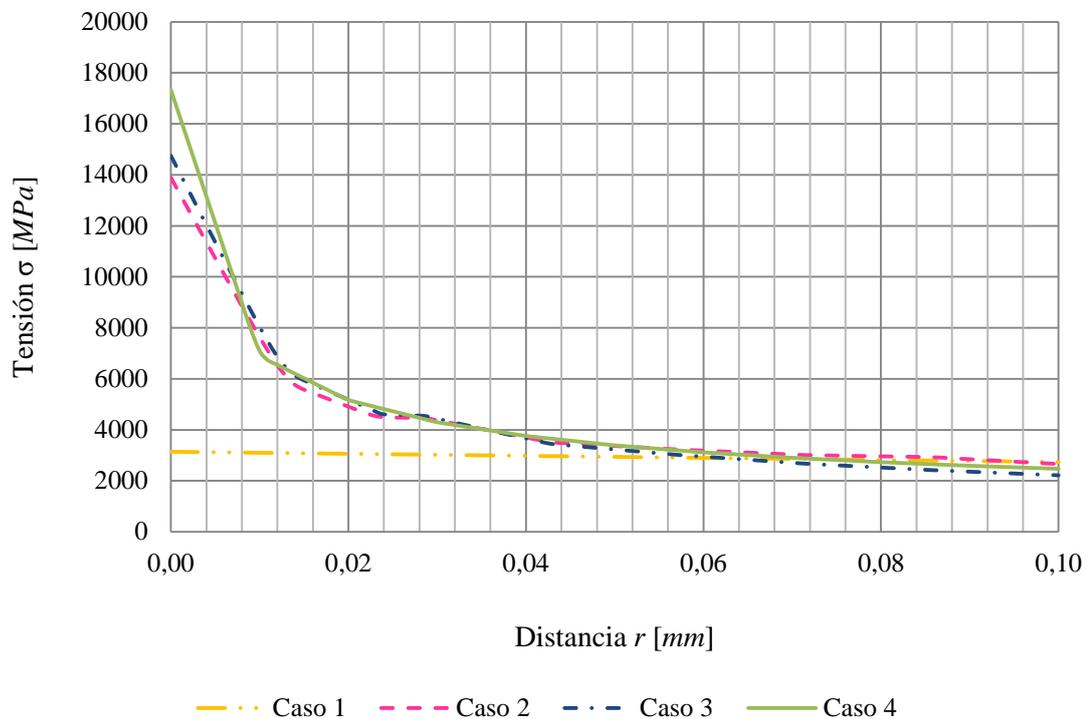


Gráfico [3.3] – Contraste de Curvas *Tensión vs. Distancia*

3 Comentarios

De acuerdo a las curvas *Tensión vs. Distancia* mostradas en el Gráfico [3.3], se puede decir que el modelo que mejor representa la solución analítica es el correspondiente al Caso 4. Se puede observar con facilidad, que con ese tipo de refinamiento se logra el valor de tensión más alto (en un caso real este valor tendería a infinito), como así también una curva definida y cuyo comportamiento se corresponde con lo estudiado en el *Capítulo II*. Otro motivo por el cual se considera más óptimo el resultado obtenido a partir de la geometría Circular, tiene que ver con la economía de los elementos y por lo tanto, de los recursos computacionales. En la Tabla [3.3] se pueden leer la cantidad de elementos generados por las mallas en cada caso, siendo el cuarto el que menor cantidad posee, lo cual se traduce en una economía de los recursos y a su vez en una disminución del tiempo para el análisis del modelo. Cabe destacar que, si bien el recurso computacional que se disponga para realizar los cálculos debe ser acorde a las necesidades, la calidad de los resultados y la simplicidad y adecuación de la malla en el modelo depende casi en su totalidad de la habilidad del mallador.

Otra ventaja que posee utilizar un área de refinamiento como la del Caso 4, está relacionada a la distribución y forma que presentan los elementos en las inmediaciones del borde de la grieta, y que eventualmente serán de utilidad para la aplicación de otra herramienta de cálculo, como se expondrá en las próximas secciones.

En cuanto a la convergencia de malla, se observa que en una pieza que presenta discontinuidades de geometría, tales como grietas, se vuelve imposible alcanzar un valor que pueda considerarse invariante en cálculos sucesivos. Esto se debe a que si la malla es refinada tanto como el recurso lo permita, los valores de tensión en el borde de la grieta continuarán creciendo, hacia un valor infinito. Es por este motivo, que nunca se podrá obtener una convergencia de los resultados y la calidad y determinación de los mismos, dependerá del criterio del analista, para concluir cuándo la solución es lo suficientemente aproximada.

4 Resolución de Caso Práctico

A partir de las conclusiones obtenidas en la sección anterior, es decir, seleccionado el mejor caso de discretización entre los propuestos, y obtenida la convergencia de malla, se decide resolver ejercicios prácticos, los cuales involucran casos de Cargas Estáticas y Carga Cíclica, por separado.

El objetivo principal es comparar y contrastar los resultados obtenidos entre un estudio Analítico y uno Numérico, es decir, los resultados analíticos obtenidos a partir de la teoría, con los que arroja el Software. Los objetivos propios de cada ejercicio son oportunamente descriptos en las secciones siguientes.

En cuanto al modelo, se decide trabajar con el Perfil L (Modelo 2). El material seleccionado para este análisis es un acero AISI 4340. A continuación se expone una tabla de propiedades.

Material: AISI 4340			
Descripción	Símbolo	Valor	Unidad
Densidad	ρ	7850	Kg/m^3
Módulo de Elasticidad	E	200	GPa
Módulo de Poisson	ν	0.33	-
Tensión de Fluencia	σ_0	1255	Mpa
Tenacidad a la Fractura	K_C	130	$MPa\sqrt{m}$
Constante de la Tasa de Crecimiento de Grieta de Paris	C	5.11×10^{-10}	$\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^n}$
Exponente de Paris	m	3.24	-
Exponente de Walker	γ	0.42	-

Tabla [3.4] – Propiedades del Material

4.1 Caso de Carga Estática

El primer ejercicio consiste en resolver un caso de carga estática, en el cual el modelo es traccionado hasta aproximadamente el 30% del valor de la tensión de fluencia del material. Se procede a calcular el valor de K de forma analítica y de forma práctica, mediante las Ec. [2.11] y [2.7], respectivamente. En el segundo de los casos, los valores de r y σ son obtenidos a través de la simulación realizada por el Software, esto es, a partir de la lectura de las curvas *Tensión vs. Distancia* que arroja el mismo. El objetivo que se busca

alcanzar, es comparar el Factor Intensificador de Tensiones obtenido en cada procedimiento, y luego apreciar si el modelo reproduce convenientemente los resultados analíticos. A su vez, también se verifica que el K sea menor que el K_c , indicando que la pieza no rompe a la tensión de carga, esto luego será de ayuda para seleccionar el nivel de tensión al que se someterá el modelo cuando se analice el Caso de Carga Cíclica.

A continuación se muestra el procedimiento seguido tanto en la resolución Analítica y Numérica, junto con los datos utilizados.

➤ Analítico

Lo primero es calcular el *factor de corrección de geometría*. Para ello se remplazan los valores de $a = 0.5 \text{ mm}$ y $d = 10 \text{ mm}$ en la ecuación extraída de la Tabla [2.2], correspondiente al caso analizado.

$$Y = \left[0.707 - 0.18 \left(1 + \frac{2 \times 0.5 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} \right)^{-1} + 6.55 \left(1 + \frac{2 \times 0.5 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} \right)^{-2} - 10.54 \left(1 + \frac{2 \times 0.5 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} \right)^{-3} + \dots \right. \\ \left. \dots + 6.85 \left(1 + \frac{2 \times 0.5 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} \right)^{-4} \right] = 2.716$$

Luego, a partir de la Ec. [2.11] se obtiene el siguiente resultado:

$$K = Y \sigma_{nom} \sqrt{\pi a} = 2.716 \times 500 \text{ [MPa]} \times \sqrt{\pi \times 0.0005 \text{ [m]}} = 53.82 \text{ [MPa}\sqrt{\text{m}}]$$

➤ Numérico

Para comenzar con el cálculo práctico, recordando del *Capítulo II*, se dispone de la Ec. [2.7]. Entonces, despejando K de la misma, se obtiene la siguiente expresión:

$$\sigma_{ij} \cong \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta, r) \quad \Rightarrow \quad K \cong \frac{\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}}{f(\theta, r)}$$

El camino a lo largo del cual se evalúan los resultados, es decir el *Path*, se encuentra en el plano de la grieta, esto es, a un ángulo $\theta = 0^\circ$. La relación entre la distancia r y la

tensión σ es obtenida a partir de los gráficos *Tensión vs. Distancia* que arroja el Software, como se puede ver en el Grafico [3.4]. Para la elección de r , se utiliza el siguiente criterio:

- Se busca una zona de la curva cuya forma se asemeje lo mejor posible a la curva teórica;
- Dentro de esta zona se elige el valor de r más cercano a la punta de la grieta, siendo una regla práctica considerar $r = \frac{a}{5}$. Se debe recordar que el primer valor de tensión es el correspondiente a $r = 0$ y da como resultado una indeterminación.

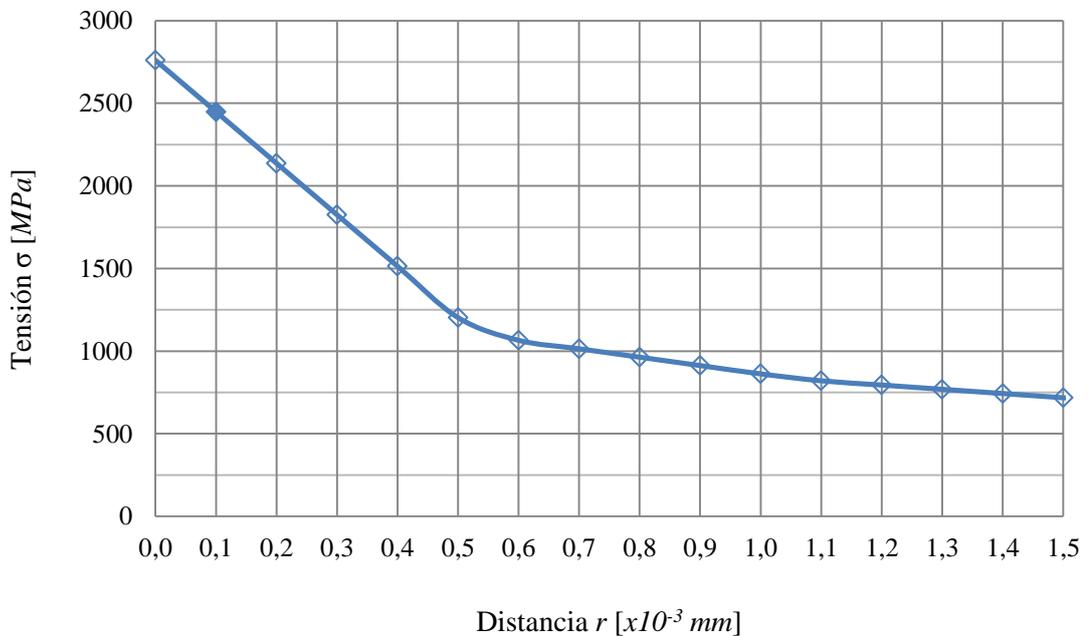


Gráfico [3.4] – Curvas *Tensión vs. Distancia*

En base a las premisas anteriores, los datos utilizados resultan:

$$r = 0.1 \times 10^{-3} [m] \quad ; \quad \sigma = 2448.7 [MPa]$$

Evaluando $f(\theta, r)$ en $\theta = 0^\circ$, se obtiene $f(\theta, r) = 1$. Luego, el K resultante es:

$$K \cong \sigma_{ij} \sqrt{2\pi r} = 2448.7 [MPa] \sqrt{2\pi \cdot 0.1 \times 10^{-3} [m]} = 61.38 [MPa\sqrt{m}]$$

Luego de obtener los valores de K mediante un método Analítico y otro Numérico, se puede observar que el error entre ambos valores ronda el 14%, lo cual se considera aceptable. Se observa además, que el valor de K obtenido a partir del método Numérico es mayor que el arrojado por el Analítico, lo cual se percibe como una cualidad, ya que de esta manera se asume conservativo.

4.2 Caso de Carga Cíclica

El segundo ejercicio consiste en resolver un caso de fatiga, en el cual el modelo es sometido a una carga cíclica de amplitud constante, donde estos esfuerzos varían desde un máximo de 320 [MPa] hasta un mínimo de 0 [MPa]. Los aspectos más importantes a evaluar durante el desarrollo del mismo son:

- a) Determinar el error entre el valor del Factor Intensificador de Tensión calculado Analíticamente y mediante FEM, a medida que la longitud de grieta se incrementa;
- b) Determinar el error entre la cantidad de ciclos que predice la Teoría Analítica vs. la cantidad de ciclos que se obtienen mediante FEM;
- c) Evaluar una metodología alternativa a partir de la cual obtener los resultados del Factor Intensificador de Tensión;
- d) Elaborar conclusiones acerca de los errores encontrados.

➤ Numérico (FEM)

Comenzando con este ejercicio, se simula la probeta, sometida a fatiga, hasta que la grieta alcance aproximadamente una longitud igual al 7,5% de la extensión de la aleta del perfil. Así mismo, se encuentra la cantidad de ciclos que ocurren hasta alcanzar dicha longitud.

Para ello se propone un método en el cual se simula la probeta con diferentes tamaños de grietas, los mismos crecientes a partir de 0.5 [mm]. Con los datos que arroja el Software, es decir r y σ , se podrán obtener todos los parámetros restantes para encontrar ΔK y la

cantidad de ciclos parcial y total hasta llegar a la longitud final de grieta. Los pasos se muestran a continuación:

Para obtener los valores de ΔK , se utilizan los valores de r y σ obtenidos del análisis de FEM, donde al igual que en el Caso Estático, se emplea la siguiente aproximación, tanto para el nivel de tensiones máximo, como para el mínimo, cuidando que el primero de ellos no sea mayor al valor de K_c :

$$K \cong \sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}$$

Luego, a partir de la Ec. [2.38] se obtiene la Velocidad de Propagación de Grieta:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

A partir de este valor, si se lo invierte y se lo multiplica por la diferencia entre el valor de la próxima grieta simulada y la actual, es decir Δa , se obtiene la cantidad de ciclos que transcurrieron durante el crecimiento de la grieta, desde una longitud hasta la otra.

$$\Delta N = \frac{dN}{da} \Delta a$$

Como se mencionó al comienzo, esto se continúa hasta alcanzar el valor de a propuesto, donde a su vez se obtiene los valores de K y N correspondiente.

En Tabla [3.5] se muestran los resultados de cada paso, y se resaltan los valores de importancia. Luego, la relación entre las variables de interés de la misma, son representadas en los Gráficos [3.5] y [3.6].

<i>Iteración</i>	<i>a [mm]</i>	<i>r [mm]</i>	$\Delta\sigma$ [Mpa]	ΔK [Mpa \sqrt{m}]	<i>da/dN [m/ciclo]</i>	Δa [mm]	<i>N [ciclos]</i>
0	0.5	0.1	1574.23	39.46	4.984E-07	0.2	401.31
1	0.7	0.1	1716.88	43.04	6.299E-07	0.2	317.51
2	0.9	0.1	1826.89	45.79	7.449E-07	0.2	268.50
3	1.1	0.1	1907.31	47.81	8.368E-07	0.2	239.02
4	1.3	0.1	1969.78	49.37	9.128E-07	0.2	219.10
5	1.5	0.1	2019.32	50.62	9.762E-07	0.2	204.89
6	1.7	0.1	2058.07	51.59	1.028E-06	0.2	194.63
7	1.9	0.1	2091.86	52.44	1.074E-06	0.2	186.26
8	2	0.1	2118.64	53.11	1.111E-06	0.2	179.97
9	2.3	0.1	2141.35	53.68	1.144E-06	0.2	174.87
10	2.5	0.1	2161.27	54.18	1.173E-06	0.2	170.55
11	2.7	0.1	2179.60	54.63	1.200E-06	0.2	166.70
12	2.9	0.1	2197.97	55.09	1.227E-06	0.2	162.97
13	3.1	0.1	2212.84	55.47	1.250E-06	0.2	160.03
14	3.3	0.1	2226.61	55.81	1.271E-06	0.2	157.37
15	3.5	0.1	2236.91	56.07	1.287E-06	0.2	155.42
16	3.7	0.1	2259.48	56.64	1.322E-06	0.2	151.27
17	3.9	0.1	2268.37	56.86	1.336E-06	0.2	149.67
18	4.1	0.1	2282.42	57.21	1.359E-06	0.2	147.20
19	4.3	0.1	2296.55	57.57	1.382E-06	0.2	144.76
20	4.5	0.1	2307.16	57.83	1.399E-06	0.2	142.97
<i>N total</i>							4094.96

Tabla [3.5] – Resultados de *K* obtenidos con *FEM*

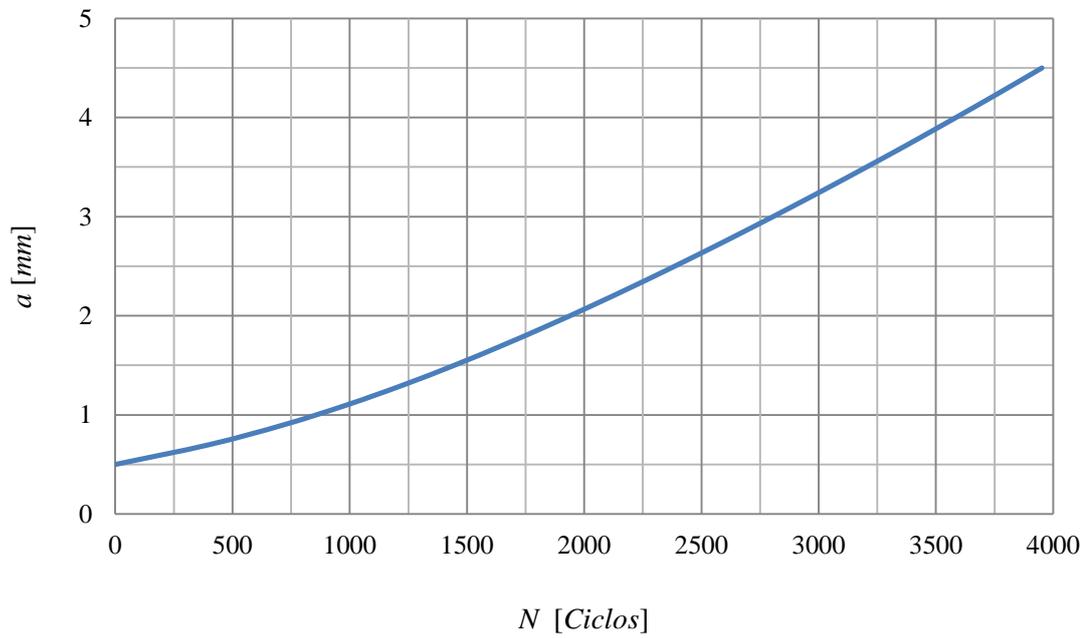


Gráfico [3.5] – Comportamiento Numérico de a vs. N

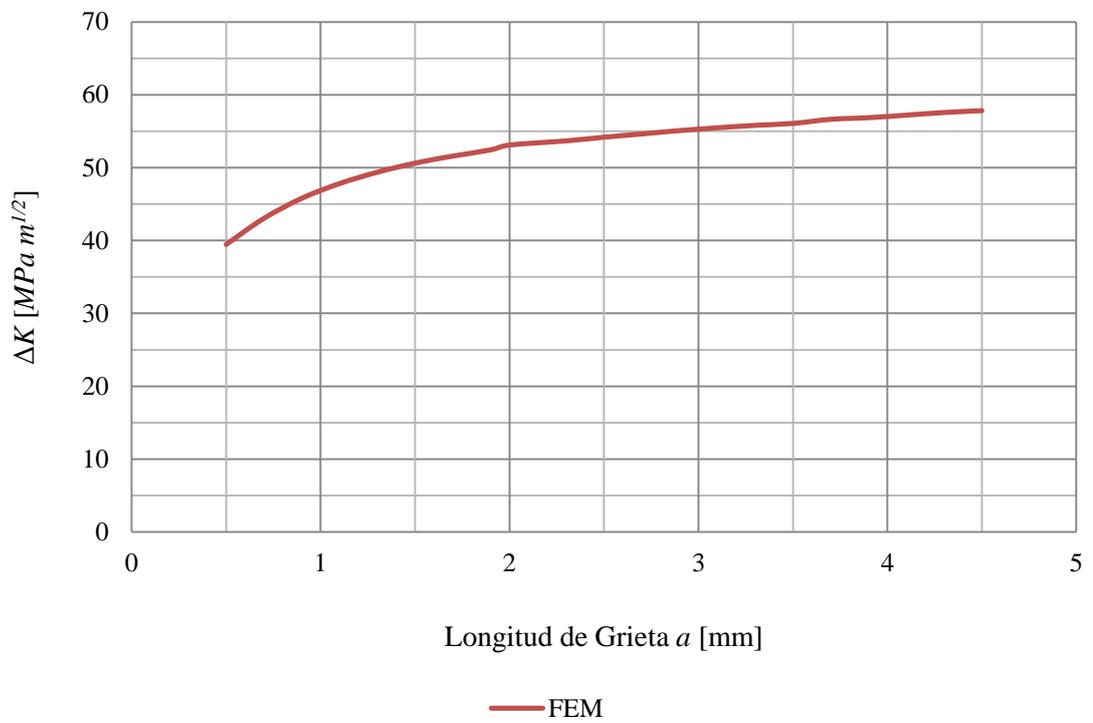


Gráfico [3.6] – Comportamiento Numérico de ΔK vs. a

➤ Analítico

Recordando la teoría vista en el *Capítulo II*, la *Ley de Paris* indica que, si se conocen las características geométricas de un modelo agrietado, y se conoce además la tensión aplicada, entonces a partir de las *Ecuación de Paris*, y realizando ciertas operaciones matemáticas, se podrán predecir datos tales como la velocidad de crecimiento de grieta, la longitud de grieta crítica, el número de ciclos necesario para que la grieta crezca una cantidad específica, etc. Entonces, empleando este concepto anterior, se comenzará calculando el factor intensificador de tensión para las longitudes de grieta utilizadas en los cálculos realizados mediante FEM.

Es importante tener presente, que puesto el valor del *factor de corrección de geometría* depende de la longitud de la grieta, el mismo deberá ser re-calculado en cada paso. Luego, a partir de la Ec. [2.11] se obtiene el resultado del Factor Intensificador de Tensión para cada longitud de grieta. A continuación se expone una tabla con los mismos.

<i>Iteración</i>	<i>a [mm]</i>	<i>Y</i>	$\Delta K [MPa\sqrt{m}]$
0	0.5	2.716	34.45
1	0.7	2.531	37.98
2	0.9	2.377	40.44
3	1.1	2.248	42.28
4	1.3	2.139	43.73
5	1.5	2.045	44.93
6	1.7	1.965	45.94
7	1.9	1.894	46.83
8	2	1.832	47.62
9	2.3	1.777	48.35
10	2.5	1.728	49.01
11	2.7	1.684	49.63
12	2.9	1.644	50.21
13	3.1	1.607	50.75
14	3.3	1.573	51.27

Tabla [3.6] – Resultados de *K* obtenidos Analíticamente

<i>Iteración</i>	<i>a [mm]</i>	<i>Y</i>	$\Delta K [MPa\sqrt{m}]$
15	3.5	1.542	51.75
16	3.7	1.514	52.22
17	3.9	1.487	52.66
18	4.1	1.461	53.08
19	4.3	1.438	53.48
20	4.5	1.416	53.86

Tabla [3.6] – Continuación

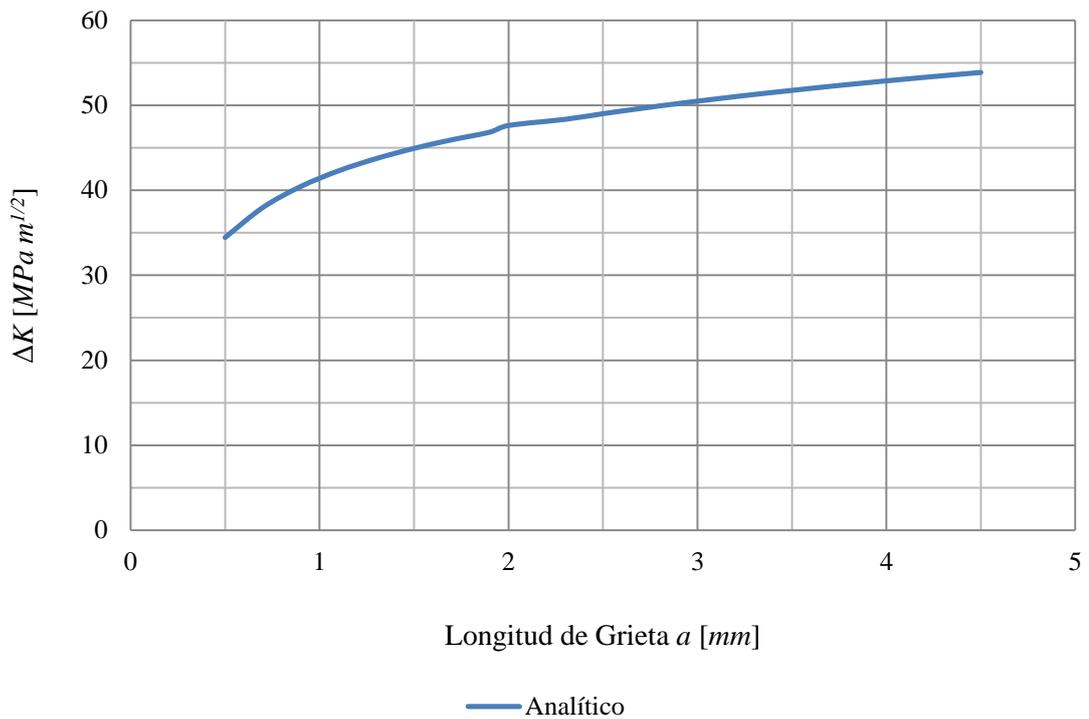


Gráfico [3.7] – Comportamiento Analítico de ΔK vs. a

El segundo cálculo a realizar es el relacionado con los números de ciclos. Para encontrar la cantidad de ciclos necesarios de modo que una grieta crezca desde un valor inicial a_0 hasta un valor final, es fundamental tener claro cuál será este valor final. Como fue mencionado anteriormente, el valor de a_f elegido es de 4.5 [mm].

Luego, recordando la Ec. [2.39] y conociendo todos los parámetros involucrados en la misma, se resuelve y se encuentra el número de ciclos teóricos que soportaría la pieza hasta llegar al valor de a_f . Aquí se debe tener presente que el “*factor de corrección de geometría*”, es función de “ a ”, y por lo tanto también deberá ser integrado.

$$\int_{N_0}^{N_f} dN = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{C(Y_{f(a)} \Delta\sigma \sqrt{\pi})^m a^{m/2}}$$

Esta última ecuación se resuelve mediante un método numérico, denominado “*Simpson Modificado*”, dando como resultado el siguiente valor:

$$N_f = 5065.77 \text{ [ciclos]}$$

donde,

$$N_0 = 0$$

$$a_0 = 0.0005 \text{ [m]}$$

$$a_f = 0.0045 \text{ [m]}$$

Comparando los resultados obtenidos por ambos métodos, se observa que el error de la predicción entre el Numérico (FEM) respecto del Analítico es del 19.2%.

➤ Integral J y la Determinación de K

Otra alternativa para obtener los valores de K , es solicitar mediante la implementación de un código en el Software, el cálculo de los mismos. La finalidad de emplear esta herramienta es poder comparar los resultados obtenidos de manera “Analítica” y “Numérica” con los calculados “Automáticamente” por el Software, y de esta manera, implementar su utilización en los capítulos siguientes del presente Trabajo.

Como se vio en el *Capítulo II*, el cálculo de K también puede ser realizado mediante la “*Integral de Contorno J*”. A partir de esto, y utilizando el código insertado en la etapa de análisis (ANEXO [A]), se realiza el requerimiento del cálculo de K . En estas líneas, puede solicitarse la cantidad de caminos, comúnmente llamados *Path*, a través de los cuales se desea calcular la integral. Por simplicidad en esta etapa del trabajo, se obtienen los resultados para un único recorrido.

Como se mencionó en la *Sección 3*, la conveniencia de la geometría de refinamiento correspondiente al Caso 4, además de la calidad de los resultados obtenidos, tiene que ver con la utilización de las curvas que describe el mallado para la aplicación del código. Desde que la integral de contorno puede ser resuelta a través de caminos arbitrarios, al encontrarse en cercanías de la punta de la grieta dichas curvas, el Software las utiliza automáticamente y, al tener una malla con elementos perfectamente ordenados, los resultados que se obtienen son de calidad.

En la Fig. [3.21] se puede observar el camino que recorre la “Integral J ” y algunos de los parámetros que utiliza la misma, mientras que en el Gráfico [3.8] los valores de K vs. *Distancia* calculados con el Software. Dichos resultados corresponden a una grieta de longitud 0.5 [mm]. El resto de las imágenes para sucesivos tamaños de grieta, se presentan en el anexo (ANEXO [A]).

En la Tabla [3.7] se exponen los resultados de K para cada tamaño de grieta.

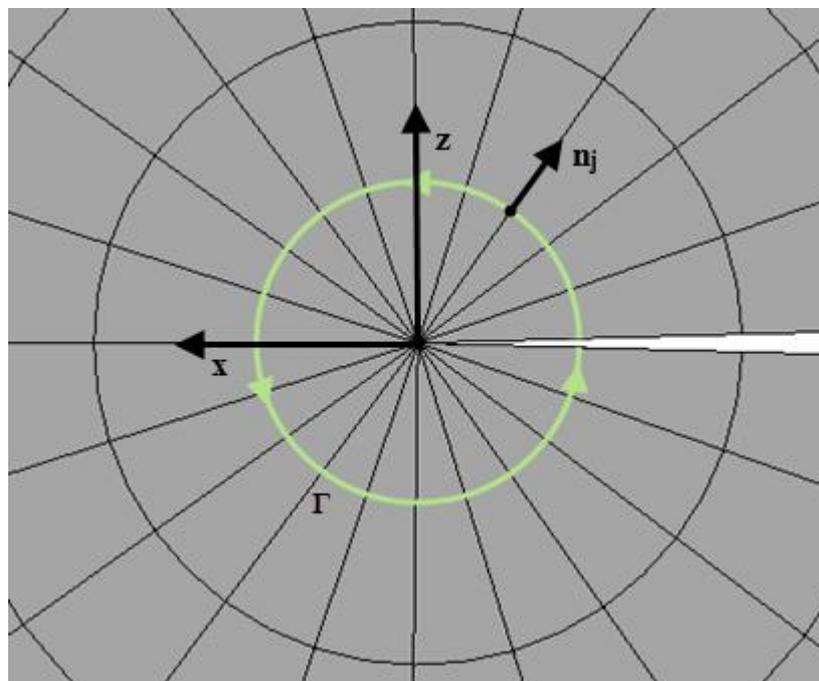


Figura [3.21] – Camino Recorrido por la Integral de Contorno

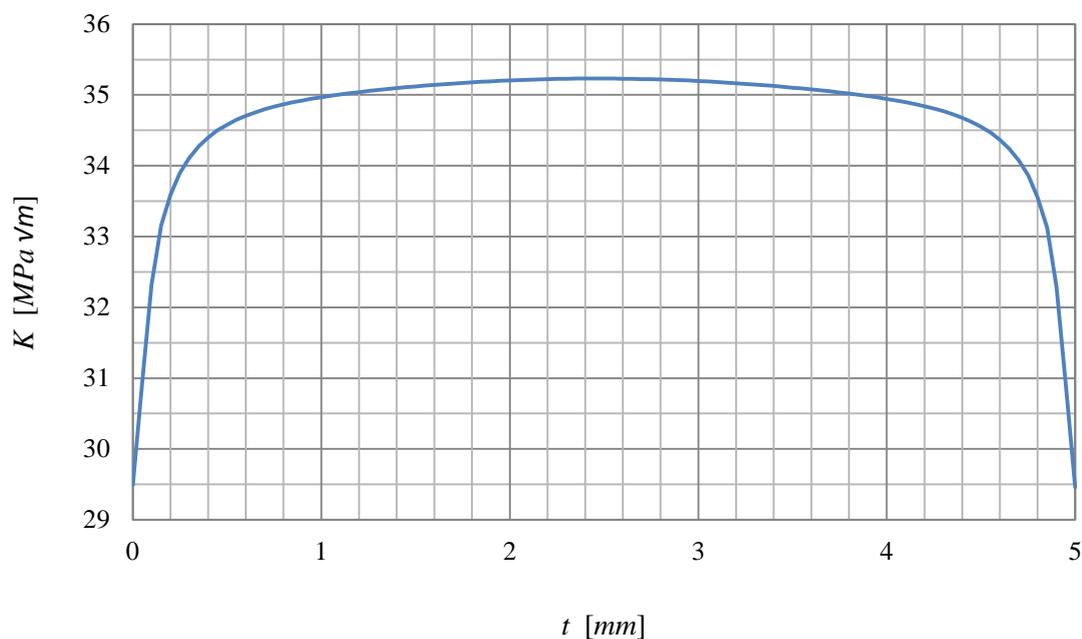


Gráfico [3.8] – Resultados de K a través del Espesor

<i>Iteración</i>	<i>a [mm]</i>	<i>$\Delta K [MPa\sqrt{m}]$</i>
0	0.5	34.45
1	0.7	37.98
2	0.9	40.44
3	1.1	42.28
4	1.3	43.73
5	1.5	44.93
6	1.7	45.94
7	1.9	46.83
8	2.1	47.62
9	2.3	48.35
10	2.5	49.01
11	2.7	49.63
12	2.9	50.21
13	3.1	50.75
14	3.3	51.27

Tabla [3.7] – Resultados de K obtenidos mediante el Software

<i>Iteración</i>	<i>a [mm]</i>	<i>ΔK [MPa√m]</i>
15	3.5	51.75
16	3.7	52.22
17	3.9	52.66
18	4.1	53.08
19	4.3	53.48
20	4.5	53.86

Tabla [3.7] – Continuación

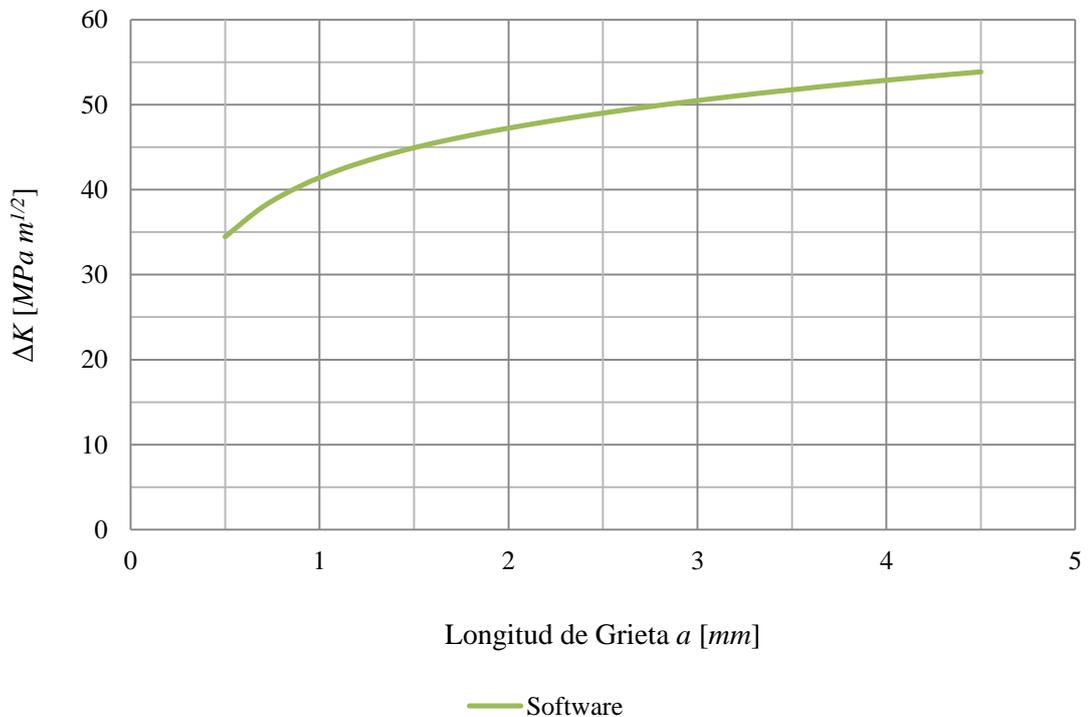


Gráfico [3.9] – Comportamiento de ΔK vs. a mediante Software

➤ Resultados

Si se analizan los resultados obtenidos mediante los métodos Analítico, Numérico y con Software, cuyos valores y porcentajes de error se presentan en la Tabla [3.8], se puede ver que la discrepancia máxima entre los mismos no supera el 14.5%. En el Gráfico [3.10], se muestra el crecimiento de K vs. a para las tres técnicas observándose que las curvas se ajustan a una misma ley. Por otro lado, la separación que existe entre dichas curvas es

interpretada y cuantificada como el error entre los diferentes métodos de cálculo. Lo anterior puede justificarse teniendo en cuenta varios aspectos, tales como que la *Ecuación de Paris* es una ecuación empírica, que describe con aproximación el comportamiento del material sólo en la Región II de la curva da/dN vs. ΔK , y que no todos los materiales siempre siguen la *Ley de Paris*, inclusive en esa región.

Por eso mismo, se deben entender los mecanismos básicos de la mecánica de la fractura y las bases de los modelos de propagación de grietas, para poder así convenir una conclusión y un criterio acerca de cuál será un error aceptable para los resultados en lo que respecta a este Trabajo. Aquí también se debe tener en cuenta que esta comparación entre resultados teóricos y prácticos, está siendo evaluada en un modelo sencillo del cual se tiene información en numerosas presentaciones y bibliografías, es decir, se conoce que la teoría predice con precisión los resultados de las variables buscadas. En cuanto a los valores obtenidos para la predicción de ciclos, se puede ver que el error es del 19.2%, lo cual es un resultado aceptable.

<i>a</i> [mm]	<i>Error de K Analítico – FEM</i>	<i>Error de K FEM – Software</i>
0.5	14.5%	10.8%
0.7	13.3%	8.5%
0.9	13.2%	7.5%
1.1	13.1%	6.8%
1.3	12.9%	6.5%
1.5	12.7%	6.2%
1.7	12.3%	6.0%
1.9	12.0%	5.9%
2.1	11.5%	5.8%
2.3	11.0%	5.8%
2.5	10.5%	5.7%
2.7	10.1%	5.7%
2.9	9.7%	5.8%
3.1	9.3%	5.7%
3.3	8.9%	5.7%
3.5	8.3%	5.7%

Tabla [3.8] – Comparación de Error entre los diferentes Métodos

a [mm]	<i>Error de K Analítico – FEM</i>	<i>Error de K FEM – Software</i>
3.7	8.5%	5.7%
3.9	8.0%	5.6%
4.1	7.8%	5.5%
4.3	7.6%	5.7%
4.5	7.4%	5.9%

Tabla [3.8] – Continuación

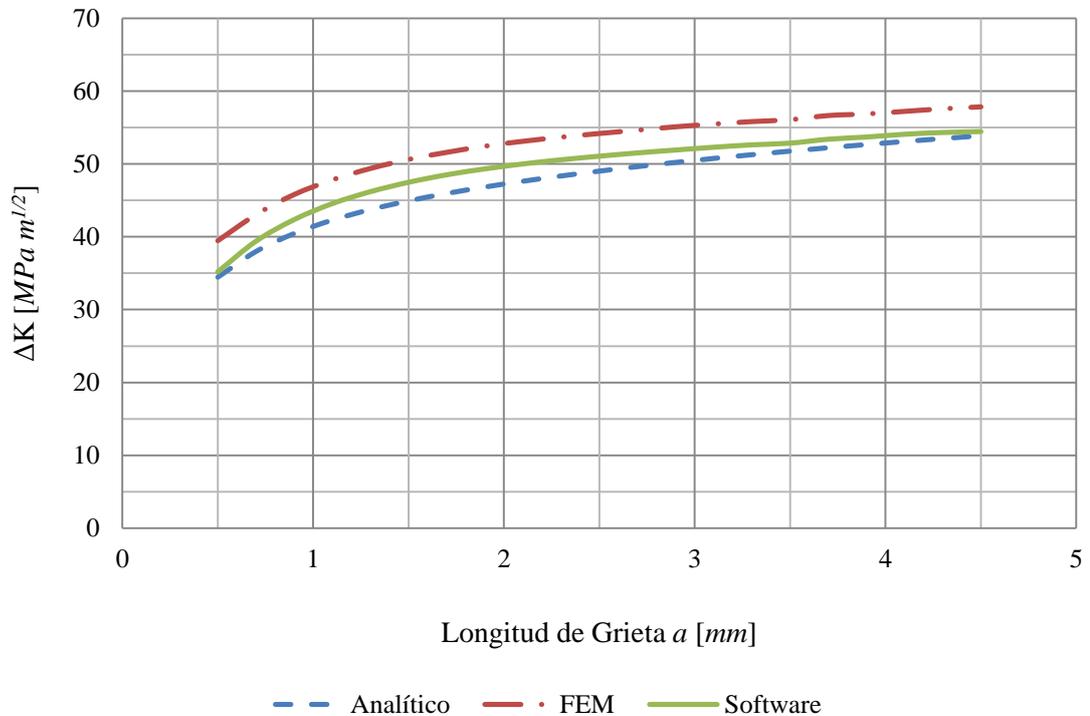


Gráfico [3.10] – ΔK vs. a para diferentes Métodos

➤ Comentarios

En base a lo anteriormente expuesto, donde los errores obtenidos de forma numérica respecto a los obtenidos de forma analítica son considerados aceptables, se confiará en los resultados que ofrezca la simulación de ahora en adelante, para el desarrollo de este Trabajo.

Referencias del Capítulo III

- [3-1]** Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications. 2nd & 3rd Ed. – Anderson.-
- [3-2]** Estructuras Aeronáuticas, Teoría y Análisis – Carlos E. Tupalle – 2005.-
- [3-3]** Método de los Elementos Finitos – Miriam García Suárez.-
- [3-4]** Introducción al Método de los Elementos Finitos – A. Carnicero.-
- [3-5]** Conceptos Básicos del Método de los Elementos Finitos.-
- [3-6]** Simulación Mediante el Método de los Elementos Finitos de una Estructura Metálica. Adrián Martín Rodríguez – 2010.-
- [3-7]** Introducción a la Teoría de Elementos Finitos. Ing. Santiago Pezzotti, Ing. Federico Antico – 2008.-
- [3-8]** <https://confluence.cornell.edu>.-

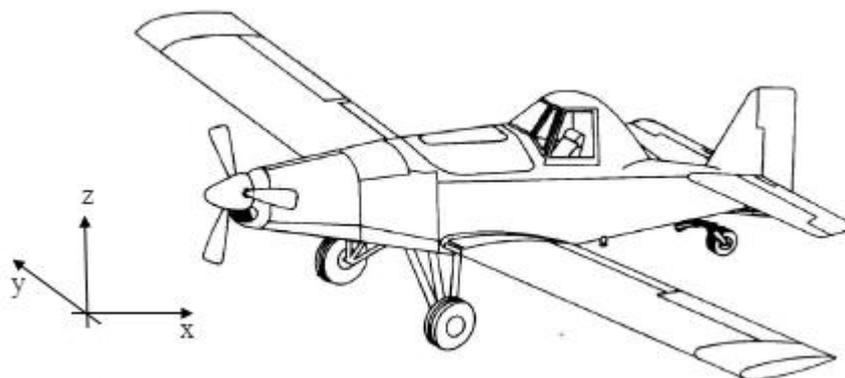
CAPÍTULO IV
CÁLCULO DE CARGAS

CAPÍTULO IV

Las tareas que desempeña normalmente una aeronave de características agrícolas, involucran maniobras pronunciadas y variaciones de carga de amplitud considerable. Dependiendo del tipo de tarea que lleve a cabo, ya sea fumigación, siembra, etc. y de la ubicación y geometría del campo sobre el cual se desarrollarán las mismas, los perfiles de vuelo y por lo tanto, las solicitaciones a las que está sometida la aeronave, pueden tener diferentes efectos sobre la estructura.

En el presente capítulo, se llevará a cabo en primera instancia, una descripción de las características generales de la aeronave, lo cual resulta necesario para comprender el estado de cargas bajo el cual se encuentra sometida. Asimismo, realizar una descripción de las características geométricas y aerodinámicas del ala, es fundamental para calcular tales solicitaciones.

Un segundo paso, para lograr el objetivo de este Trabajo, consiste en el planteamiento de perfiles de vuelo típicos que la aeronave ejecuta a lo largo de su vida, los cuales son un escalón previo a encontrar las cargas actuantes.



1 Descripción General y Características Principales

La aeronave Ayres S2R está diseñada específicamente para actividades agrícolas. Posee una configuración monoplano, de construcción completamente metálica, y con ala baja de tipo cantilever.

El fuselaje comprende una estructura de acero tubular soldada, con recubrimientos desmontables. Tanto las tomas, bujes, soportes y el mismo reticulado se fabrica en tubos de Acero. El fuselaje se cubre con paneles Alclad tratados térmicamente y sujetos con broches de tipo Camloc, permitiendo el rápido descubrimiento de la estructura del fuselaje para su limpieza e inspección. Además, todos los paneles del recubrimiento son soportados sin apoyar en los tubos del reticulado para prevenir la acumulación de químicos corrosivos. En su interior posee una tolva de fibra de vidrio.

El ala es de cuerda constante de 2286 [mm], toda de metal y diseño cantiléver con 1.5° de torsión, borde de ataque hacia abajo. El larguero principal es una estructura de tipo viga resistente a la tensión. El alma está construida con láminas de Aluminio y refuerzos de Acero de alta resistencia tratado térmicamente. Todos los recubrimientos, costillas y borde de ataque de ala se construyen de material Alclad tratado térmicamente. Los tanques de combustible que se localizan en la sección interna del ala son una parte integral de la estructura. Los alerones y flaps son de construcción totalmente metálica y se encuentran abisagrados sobre rodamientos de bolillas.

En las Tablas [4.1] y [4.2] se puede apreciar las dimensiones y capacidades generales de la aeronave, como así también las correspondientes al ala. En la Tabla [4.3] se dan a conocer valores correspondientes a las performances de la aeronave, en base a las cuales se desarrollarán las secciones siguientes.

Cabe mencionar que, debido a la imposibilidad de obtener registros y datos acerca de algunos valores que se exponen a continuación, los mismos han sido extraídos de testimonio de pilotos experimentados en aviación agrícola y particularmente, con una cantidad considerable de horas de vuelo en estas aeronaves.

GENERAL	
Envergadura	14500 [mm]
Longitud Total	10008 [mm]
Altura (hasta la parte superior de cabina)	3226 [mm]
Trocha Tren Principal	2743 [mm]
Peso Vacío Equipado	1995 [kg]
Operación Típica	4513 [kg]
Capacidad de Combustible	860 [lt]
Capacidad de Producto	1514 [lt]

Tabla [4.1] – Dimensiones y Características Generales de la Aeronave

ALA	
Tipo	Cantilever
Perfil Aerodinámico	NACA 4412
Cuerda	2300 [mm]
Superficie	33.15 [m ²]
Diedro	1.5 [°]
Recorrido de Alerón	
-arriba	21±1 [°]
-abajo	17±1 [°]
Recorrido de Flap hacia abajo	15±1 [°]

Tabla [4.2] – Dimensiones y Características Geométricas del Ala

VELOCIDADES Y FACTORES DE CARGA	
Velocidades Límite	
- V_p (maniobra)	56.58 [m/s]
- V_{no} (máxima estructural en crucero)	56.58 [m/s]
Factores de Carga	
- n_{z1} (maniobra)	1.50
- n_{z2} (maniobra)	1.60
- n_{z3} (maniobra)	1.75

Tabla [4.3] – Velocidades y Factores de Carga de Operación de la Aeronave

2 Perfil de Misión

Los valores de carga para fines de diseño de estructuras aeronáuticas, son usualmente presentados mediante envolventes de vuelo, en las cuales se reflejan condiciones de carga extremas. En cuanto a las cargas, para efectuar el estudio de componentes estructurales, en lo que respecta a su vida en servicio, las mismas deben ser representativas de las que actúan en la aeronave a lo largo de su vida útil, sin reparar en las cargas máximas de diseño. Es por esta razón que el estudio de la propagación de grietas debe ser evaluado en base a las cargas que componen un perfil de vuelo típico.

Para ello, se diseñan dos perfiles diferentes, Figura [4.2] y [4.3], con los cuales se busca representar los límites de misión probables. Los datos de las características de distancias, velocidades y factores de carga de tales perfiles, son obtenidos de manuales técnicos de la aeronave, y en base a los testimonios proporcionados por pilotos aeroplataformas experimentados en este tipo de vuelo. Luego, el desarrollo de perfiles típicos se realiza combinando la información disponible, con la experiencia brindada y criterio ingenieril.

El criterio principal que se siguió para diseñar los perfiles de misión fue, en primer lugar, seleccionar la cantidad de combustible y producto agroquímico con el que emprende el vuelo la aeronave. Luego, en base a la cantidad de producto consumida por hectárea, asumiendo que se consume todo el insecticida, se realiza un cálculo estimativo de las dimensiones del campo a fumigar.

Perfil	Producto [kg]		Consumo de Producto	Dimensión de Fumigación
1	75%	1135.5	10 [kg / ha]	100 [ha] = 2 x 0.5 [km ²]
2	100%	1514		135 [ha] = 9 x 1.5 [km ²]

Tabla [4.4] – Características del Perfil de Misión debidas al Producto

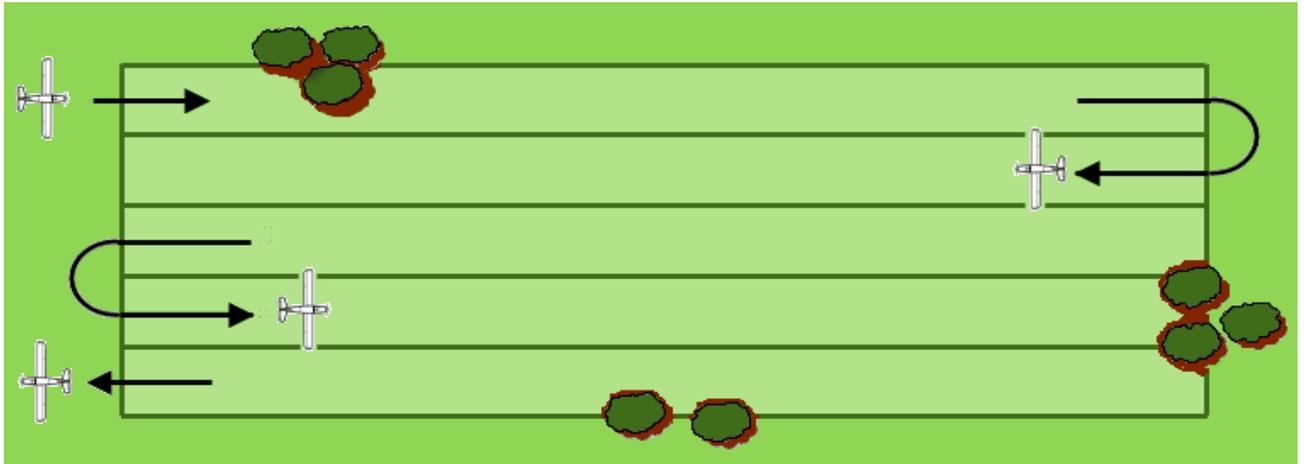


Figura [4.1] – Representación de Campo Típico

Para cada misión se calcula entonces el peso inicial de despegue, el cual se obtiene de las siguientes contribuciones, mostradas en la Tabla [4.5].

Perfil	Combustible [kg]		Producto [kg]		Líquido Total [kg]	W vacío-equip [kg]	TOTAL [kg]
1	30%	211.56	75%	1135.5	1347.06	1995	3342.06
2	30%	211.56	100%	1514	1725.56	1995	3720.56

Tabla [4.5] – Estimación de Peso de la Aeronave para cada Perfil de Vuelo

Finalmente se debe tener en cuenta que, en promedio, un campo a fumigar se encuentra aproximadamente a una distancia de 20 [km] y 30 [km] desde el punto de despegue.

2.1 Espectro de Carga

En base a lo expuesto en el apartado anterior, para las misiones 1 y 2, se obtienen los siguientes perfiles de vuelo, respectivamente:

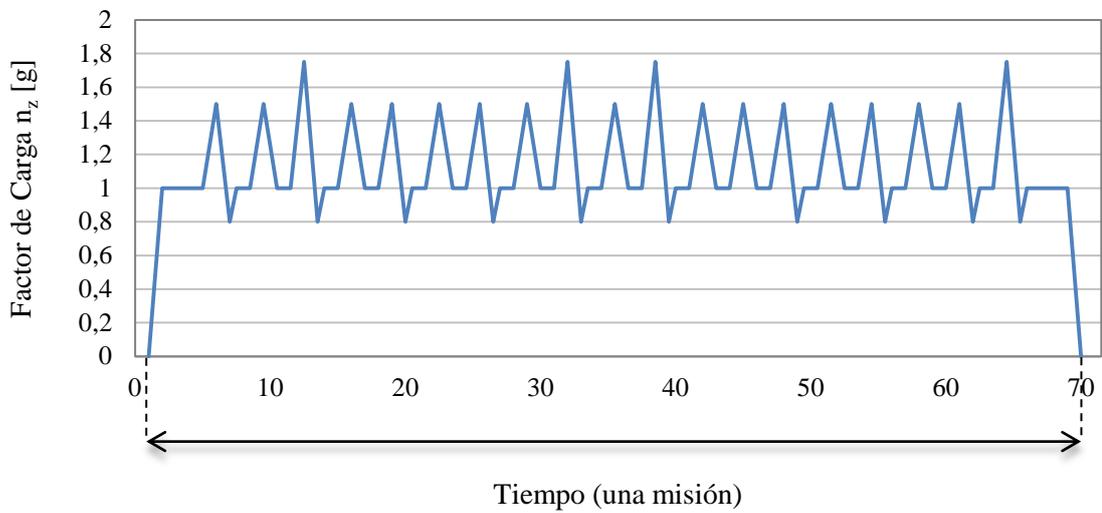


Figura [4.2] – Espectro de Carga (Perfil 1)

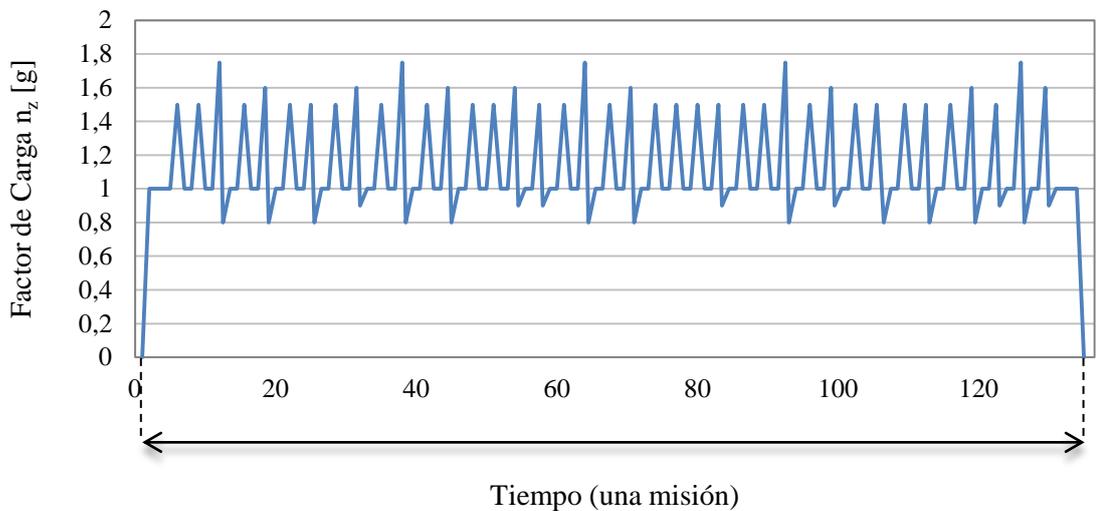


Figura [4.3] – Espectro de Carga (Perfil 2)

Se debe tener en cuenta que muchas de las especificaciones estándar de aeronavegabilidad basan su estudio en valores de factores de carga n_z . Este parámetro es la aceleración del centro de gravedad de la aeronave, expresado como múltiplo adimensional de la aceleración de la gravedad de la Tierra. Para condiciones de aceleración, las fuerzas actuando deben ser multiplicadas por este factor, de modo de calcular cargas balanceadas. Entonces, por ejemplo, durante un vuelo recto y nivelado el

factor de carga es $n_z = 1$, y durante maniobras tales como las que ejecuta el avión durante los virajes cerrados que realiza cuando llega al final del campo, el factor de carga aumenta considerablemente, aumentado también la magnitud de las cargas actuantes. Además, el factor de carga es una primera estimación de las cargas de fatiga.

Aquí se debe explicar la siguiente situación. Las Figuras [4.2] y [4.3] buscan ilustrar una secuencia de maniobras durante un vuelo de trabajo típico. Allí el espectro de cargas mostrado es obtenido asumiendo que durante el pasaje de fumigación, la aeronave vuela recto y nivelado, y cada vez que llega al extremo del campo, donde realiza un viraje cerrado para emprender la vuelta y continuar fumigando otra fracción longitudinal del terreno, sufre aceleraciones de su centro de gravedad. Esta aceleración es mayor que uno al inicio de la maniobra y al final de la misma en ciertos casos suele ser menor que uno, debido a que no siempre la aeronave se estabiliza rápidamente. Estos picos son pensados hipotéticamente instantáneos.

2.2 Reordenamiento de las Señales

Los espectros de carga de fatiga, así como fueron obtenidos en la sección anterior, deben ser trabajados para poder ser empleados en el cálculo de crecimiento de grietas.

En primer lugar, de acuerdo a la (Ref. [4-3]), es conveniente agrupar los picos que presentan igual factor de carga inicial y final, en bloques de ciclos. El factor intensificador de tensión para el cálculo de propagación de grietas será calculado para cada bloque de ciclos, obteniendo los valores de $K_{mín}$ y $K_{máx}$ en base a las tensiones de los extremos de cada pico. Para ello, se debe asumir que las condiciones en base a las cuales fueron calculados permanecen constantes, por lo que se debe prever que estos bloques estén compuestos por una cantidad de picos donde la hipótesis de que las tensiones no varían sea aceptable.

A partir de lo mencionado, los perfiles de misión 1 y 2 quedan agrupados de la siguiente manera:

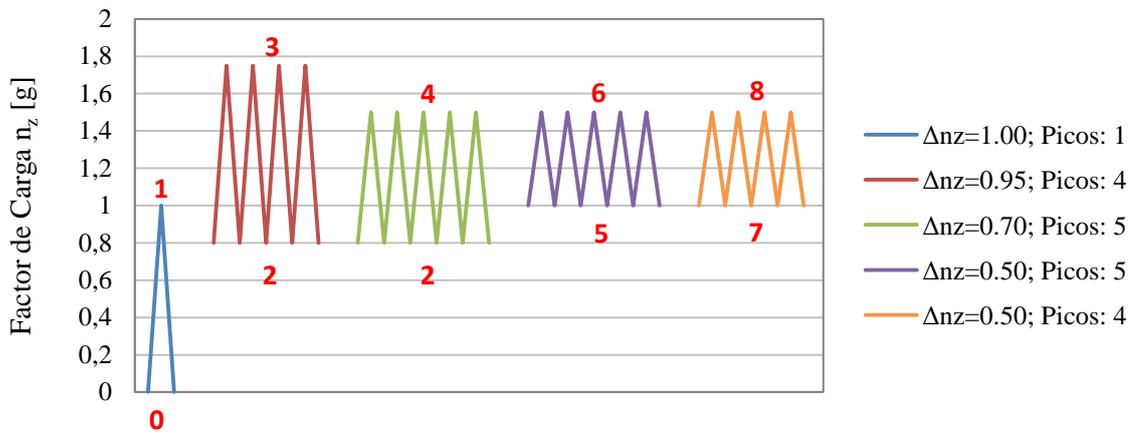


Figura [4.4] – Espectro de Factores de Carga Reordenado (Perfil 1)

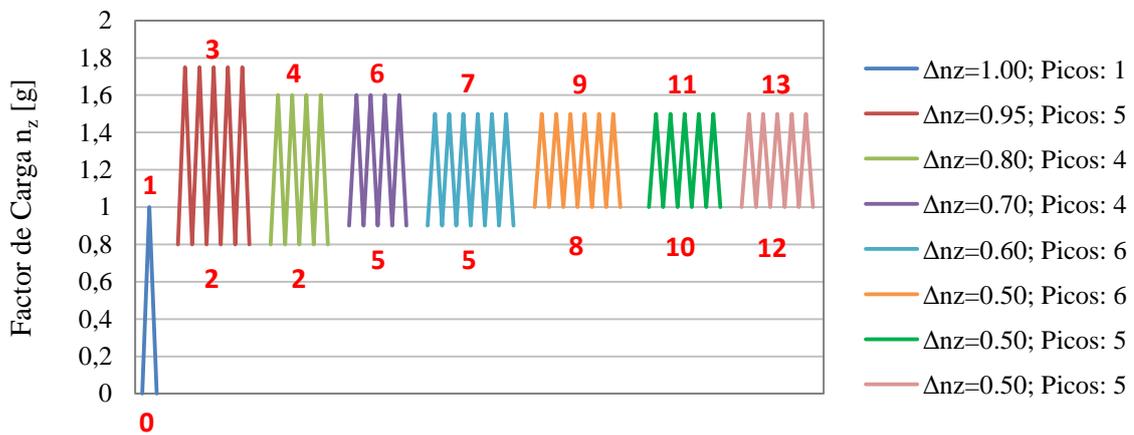


Figura [4.5] – Espectro de Factores de Carga Reordenado (Perfil 2)

Las referencias de números que aparecen abajo y arriba de cada bloque, son el nombre de las diferentes configuraciones de carga, llamadas de ahora en adelante “caso de carga x ”. Esta diferencia de cargas es debida al consumo de combustible y producto de fumigación asociado a cada pasada, y al factor de carga experimentado en ese momento, los cuales consecuentemente modifican el coeficiente de sustentación.

Como se puede observar en la Figura [4.4] y [4.5], existen varios casos de carga en cada perfil de misión que se repiten en ciertos bloques de ciclos. Esto es necesario para lograr cálculos conservativos, en los cuales la hipótesis es que al comenzar el bloque siguiente de ciclos las condiciones se consideran invariantes, asumiendo que no ocurre consumo de combustible y producto en el bloque anterior.

Finalmente, las configuraciones de peso en cuanto a combustible y producto para cada perfil de misión, se exponen en las siguientes tablas.

PERFIL DE MISION 1			
Caso	n_z	W_{comb} [kg]	W_{prod} [kg]
0	0.00	211.56	1135.50
1	1.00	211.56	1135.50
2	0.80	176.94	1135.50
3	1.75	176.94	1135.50
4	1.50	176.94	1135.50
5	1.00	168.28	935.50
6	1.50	168.28	935.50
7	1.00	159.63	735.50
8	1.50	159.63	735.50

Tabla [4.6] – Configuración de Peso Combustible-Producto (Perfil 1)

PERFIL DE MISION 2			
Caso	n_z	W_{comb} [kg]	W_{prod} [kg]
0	0.00	211.56	1514.00
1	1.00	211.56	1514.00
2	0.80	159.63	1514.00
3	1.75	159.63	1514.00
4	1.60	159.63	1514.00
5	0.90	154.43	1364.00
6	1.60	154.43	1364.00
7	1.50	154.43	1364.00
8	1.00	146.64	1139.00
9	1.50	146.64	1139.00
10	1.00	138.85	914.00
11	1.50	138.85	914.00
12	1.00	132.36	726.50
13	1.50	132.36	726.50

Tabla [4.7] – Configuración de Peso Combustible-Producto (Perfil 2)

3 Cálculo de Cargas

Con el objetivo de simular el modelo del ala, es indispensable encontrar las fuerzas y momentos actuantes sobre la aeronave, particularmente sobre el ala. Para ello, lo primero es encontrar las cargas o distribución de cargas que generan estas sollicitaciones. Tales cargas pueden dividirse en “aerodinámicas” y “másicas”.

3.1 Cargas Aerodinámicas

La fuerza resultante aerodinámica sobre el perfil puede ser descompuesta en dos componentes: Sustentación L y Resistencia D. La sustentación total L de un ala es la que surge de la integración de la diferencia de presiones entre intradós y extradós, tanto a lo largo de la cuerda como a lo largo de la envergadura. La obtención de esta distribución de fuerzas es el primer paso a llevar a cabo para el cálculo de las cargas aerodinámicas.

Para ello se utiliza un programa de análisis de múltiples superficies sustentadoras, mediante un modelo numérico de red de vórtices no coplanares. Los datos requeridos para ejecutar este análisis consisten en:

- Ángulo de Ataque
- Características Geométricas
- Perfil Raíz y Puntera
- Polar de cada Perfil

El ángulo de ataque responde a la combinación peso y velocidad que lleva la aeronave en ese instante, y por ende del coeficiente de sustentación avión. Las características geométricas y el perfil del ala se muestran en las Tablas [4.1], [4.2] y [4.3]. En cuanto a la Polar del perfil aerodinámico, se decide utilizar una ecuación simplificada de aproximación cuadrática, calculada a partir de la ecuación completa de la misma, extraída de literatura de referencia (Ref. [4-1]). Aquí se debe mencionar que dado que los perfiles aerodinámicos son constantes a lo largo de envergadura, la polar se mantiene invariable. A continuación se expone la misma.

$$C_d = 0.0057 - 0.0054 C_l + 0.0061 C_l^2$$

Con los datos necesarios se procede a ejecutar el programa para todos los casos de carga correspondientes a cada perfil de misión, obteniendo así los resultados de distribución de sustentación particulares. En las imágenes a continuación, se pueden observar las distribuciones de sustentación, tanto en la cuerda como en la semi-envergadura, para el caso de carga 1, en el primer perfil de misión. Luego, las Tablas [4.8] y [4.9] muestran cual es el peso, coeficiente de sustentación y ángulo de ataque, para todos los casos de carga.

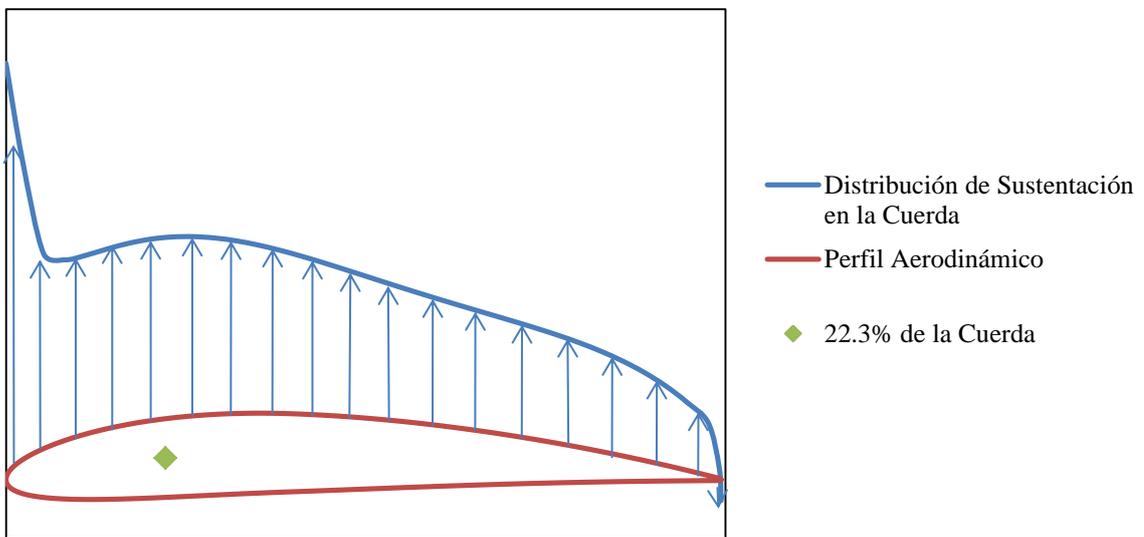


Figura [4.6] – Distribución de Sustentación Típica en un Perfil Alar

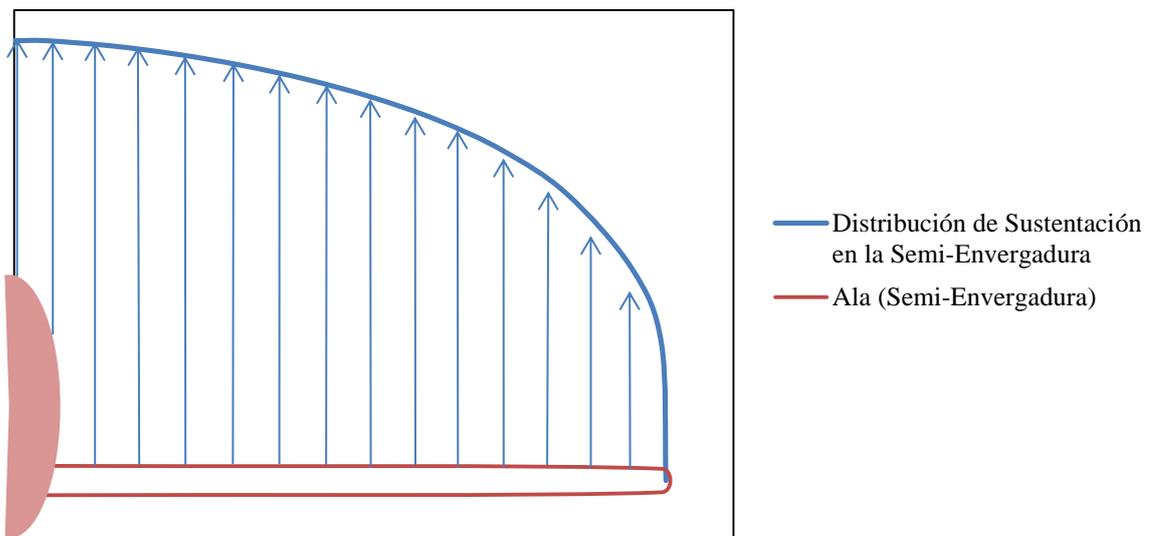


Figura [4.7] – Distribución de Sustentación Típica en un Ala

PERFIL DE MISION 1						
Caso	n_z	W_{total} [Kg]	L [N]	L x 1.1 [N]	CL	αn_z [°]
0	0	3342.06	0	0	0	0
1	1.00	3342.06	32785.61	36064.17	0.5549	3.64
2	0.80	3307.44	32446.97	35690.57	0.5491	3.57
3	1.75	3307.44	56780.45	62458.49	0.9610	8.86
4	1.50	3307.44	48669.96	53535.85	0.8237	7.09
5	1.00	3098.78	30399.06	33438.97	0.5145	3.07
6	1.50	3098.78	45598.59	50158.45	0.7717	6.36
7	1.00	2890.13	28352.15	31187.37	0.4798	2.42
8	1.50	2890.13	42528.23	46781.05	0.7198	5.38

Tabla [4.8] – Definición de Características de Perfil de Vuelo 1

PERFIL DE MISION 2						
Caso	n_z	W_{total} [Kg]	L [N]	L x 1.1 [N]	CL	αn_z [°]
0	0	3720.56	0	0	0	0
1	1.00	3720.56	36498.69	40148.56	0.6177	4.62
2	0.8	3668.63	35989.24	39588.16	0.6091	4.51
3	1.75	3668.63	62981.16	69279.28	1.0659	10.55
4	1.60	3668.63	57582.78	63341.06	0.9746	9.34
5	0.90	3513.43	34466.79	37913.47	0.5833	4.17
6	1.60	3513.43	55146.87	60661.55	0.9333	8.8
7	1.50	3513.43	51700.19	56870.21	0.8750	8.03
8	1.00	3280.64	32183.12	35401.44	0.5447	3.66
9	1.50	3280.64	48274.68	53102.15	0.8170	7.25
10	1.00	3047.85	29899.45	32889.40	0.5060	3.15
11	1.50	3047.85	44849.18	49334.10	0.7591	6.49
12	1.00	2853.86	27996.40	30796.04	0.4738	2.73
13	1.50	2853.86	41994.60	46194.06	0.7107	5.85

Tabla [4.9] – Definición de Características de Perfil de Vuelo 2

Como se puede observar en la tabla anterior, la sustentación fue multiplicada por un factor de 1.1, de modo de tener en cuenta la contribución del empenaje.

3.2 Cargas Másicas

Una vez obtenidas las cargas aerodinámicas es necesario además, conocer las cargas másicas para determinar la distribución de fuerza total a lo largo de la cuerda y la envergadura. Esto permitirá finalmente, calcular las distribuciones de fuerzas y momentos que actúan sobre el ala.

Las fuerzas másicas involucradas en esta etapa de cálculo son las que afectan ala, es decir, su propio peso y además, el peso de combustible. Como se observa en el Gráfico [4.1], expuesto más adelante, la fuerza másica debida al peso del ala se distribuye de manera uniforme a lo largo y ancho de la geometría, no ocurriendo lo mismo en el caso de las cargas generadas por el combustible. Esto último tiene que ver con la posición y porcentaje de la geometría que ocupan los tanques dentro de la estructura alar donde es albergado el inflamable.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, y además considerando que el peso del ala es aproximadamente el 15% del peso total de la aeronave, la distribución de su peso es obtenido al dividirlo por la cuerda y la envergadura. En el caso del peso de combustible, el mismo es dividido por la proporción de semi-envergadura que ocupan los tanques y de la misma manera, por el porcentaje de la cuerda.

3.3 Obtención de Fuerzas y Momentos

Una vez obtenidas las distribuciones de cargas aerodinámicas y másicas, es posible calcular la Fuerza de Corte y los Momentos Flector y Torsor que actúan sobre el ala durante el vuelo.

En primer lugar es preciso conocer como queda distribuida la fuerza total luego de combinadas las cargas aerodinámicas con las másicas. Ambas contribuciones deben ser obtenidas a lo largo de la cuerda, para evaluar el momento torsor y, a lo largo de la semi envergadura para evaluar la fuerza de corte y el momento flector. Para ello se utilizan las siguientes ecuaciones, respectivamente.

$$\frac{dF}{dx} = \frac{dL}{dx} - \frac{dW}{dx} \quad \text{Ec. [4.1]}$$

$$\frac{dF}{dy} = \frac{dL}{dy} - \frac{dW}{dy} \quad \text{Ec. [4.2]}$$

En el siguiente grafico se puede observar las distribuciones de fuerzas de sustentación, fuerza másica debido al peso del ala y fuerza másica debido al combustible.

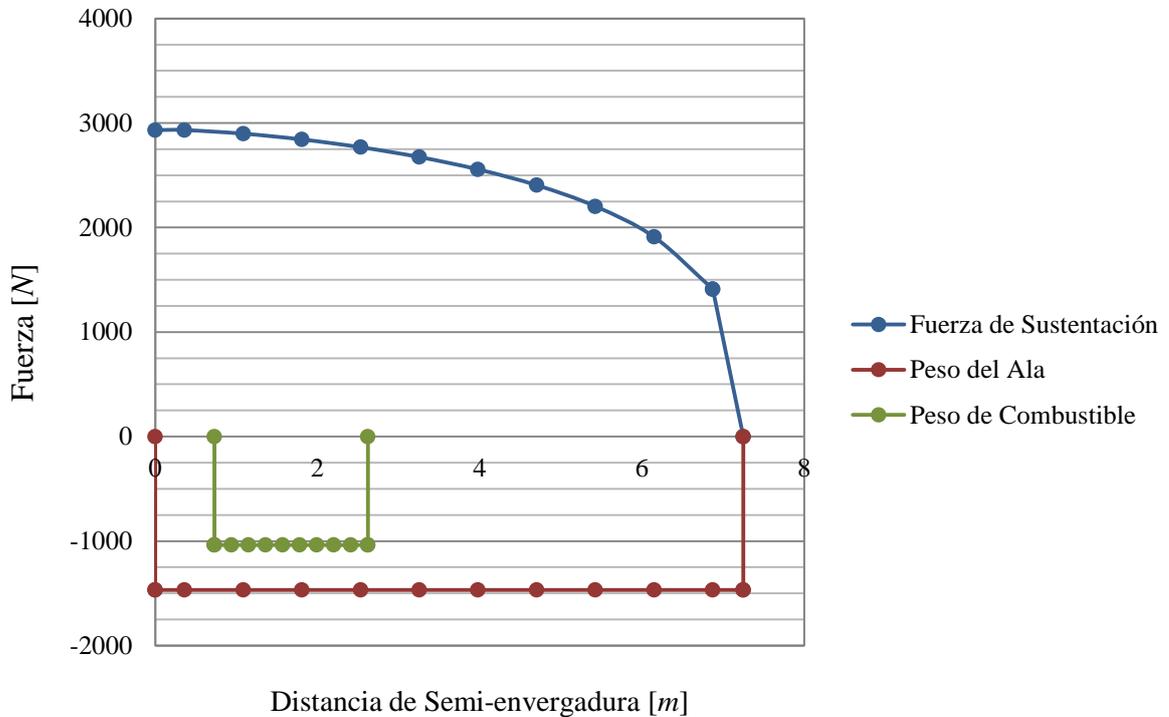


Gráfico [4.1] – Visualización de la Distribución de Fuerzas a lo largo de la Semi-Envergadura

Luego de obtener la distribución de fuerzas totales en el ala, se lleva a cabo el cálculo de las Distribuciones de Fuerzas y Momentos mediante Códigos en Lenguaje Fortran (ANEXO [B]). Cada caso y procedimiento de cálculo realizado se describe a continuación.

3.3.1 Distribución de Fuerza de Corte

La distribución de fuerza de corte sobre el ala está determinada por:

$$Q(y) = \int_y^{\frac{b}{2}} \frac{dF}{dy'} dy' \quad \text{Ec. [4.3]}$$

donde $\frac{dF}{dy'}$ es la Ec. [4.2]. La integral se resuelve mediante el Método del Trapecio, utilizando un código en lenguaje Fortran, como se mencionó anteriormente. A partir de la función obtenida mediante la Ec. [4.3], se puede evaluar $Q(y)$ en toda cota “y”, obteniendo así el valor de la fuerza de corte en cualquier estación de la semi-envergadura. En el Gráfico [4.2] se representa la forma de función $Q(y)$, para el caso 1 del perfil de misión 1.

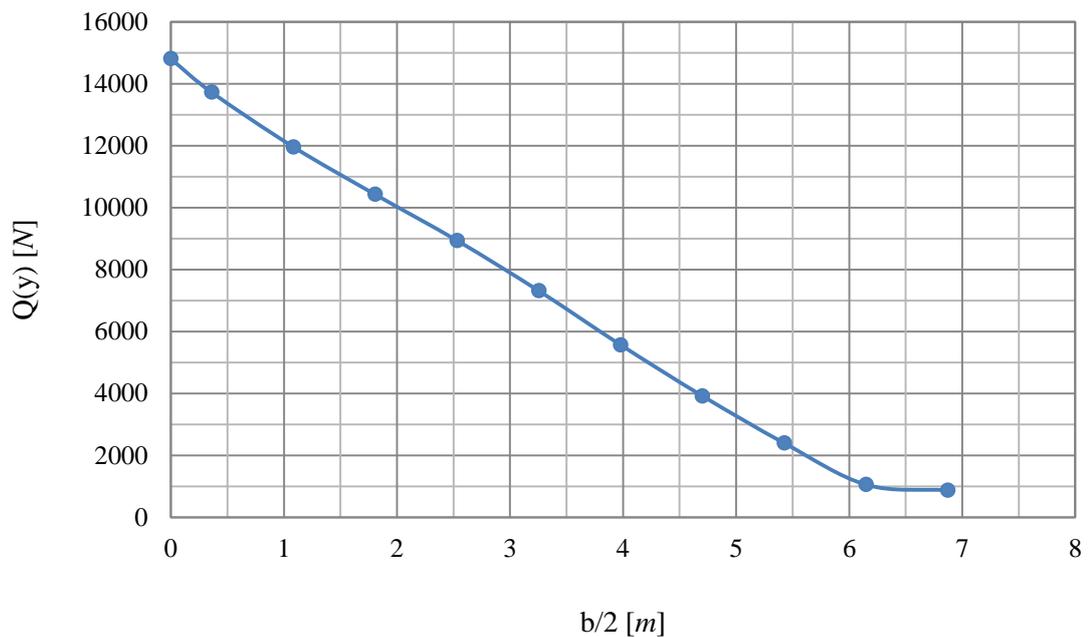


Gráfico [4.2] – Distribución de Fuerza Cortante

3.3.2 Distribución de Momento Flector

Para la Distribución del momento flector, se utiliza la ecuación dada por:

$$M(y) = \int_y^{\frac{b}{2}} \frac{dF}{dy'} (y' - y) dy' \quad \text{Ec. [4.4]}$$

donde $\frac{dF}{dy'}$, al igual que en el cálculo de la fuerza de corte, es la Ec. [4.2]. Asimismo, el cálculo de la integral se resuelve mediante un código en Fortran y finalmente se obtiene lo representado en el siguiente gráfico.

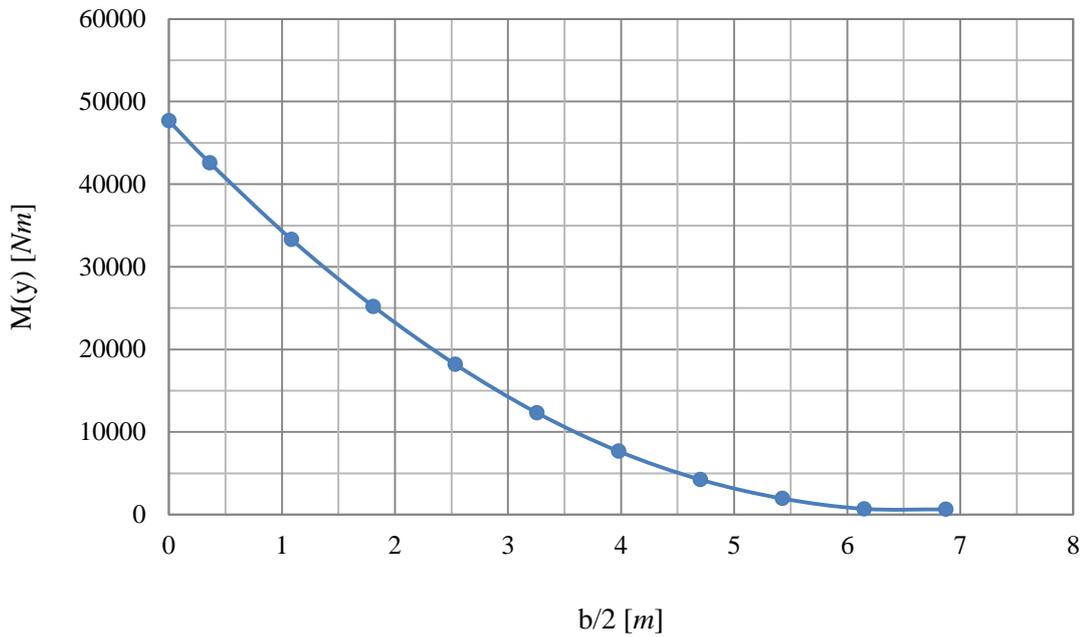


Gráfico [4.3] – Distribución de Momento Flector

3.3.3 Distribución de Momento Torsor

El cálculo de la distribución de Momento Torsor sobre el ala se torna más complejo que la obtención de la Fuerza de Corte y el Momento Flector. Como ya fue mencionado, el cálculo de esta sollicitación implica previamente la determinación de la distribución de fuerzas totales a lo largo de la cuerda, Ec. [4.1]. Una vez obtenidas las fuerzas totales, mediante la utilización de un código en lenguaje Fortran (ANEXO [B]) se calcula el momento torsor respecto al 22.3% de la cuerda para cada estación de la semi-envergadura. En la Ec. [4.5] se observa el cálculo realizado.

$$t_i = f_i(x_i - 0.223) \tag{Ec. [4.5]}$$

Donde

- t_i es el momento torsor en cada estación
- f_i es la fuerza total a lo largo de la cuerda
- x_i es la posición en la cuerda de la fuerza total

Ahora bien, para poder obtener la distribución de momento torsor en la semi-ala, es necesario acumular los obtenidos en cada estación de la misma, desde puntera hacia raíz. Esto es determinado por la ecuación que se muestra a continuación.

$$\frac{dT}{dy} = \sum t_i \tag{Ec. [4.6]}$$

Finalmente, la distribución del momento torsor sobre el ala es calculado mediante la Ec. [4.7] y representado en el Gráfico [4.4].

$$T(y) = \int_y^{\frac{b}{2}} \frac{dT}{dy'} dy' \tag{Ec. [4.7]}$$

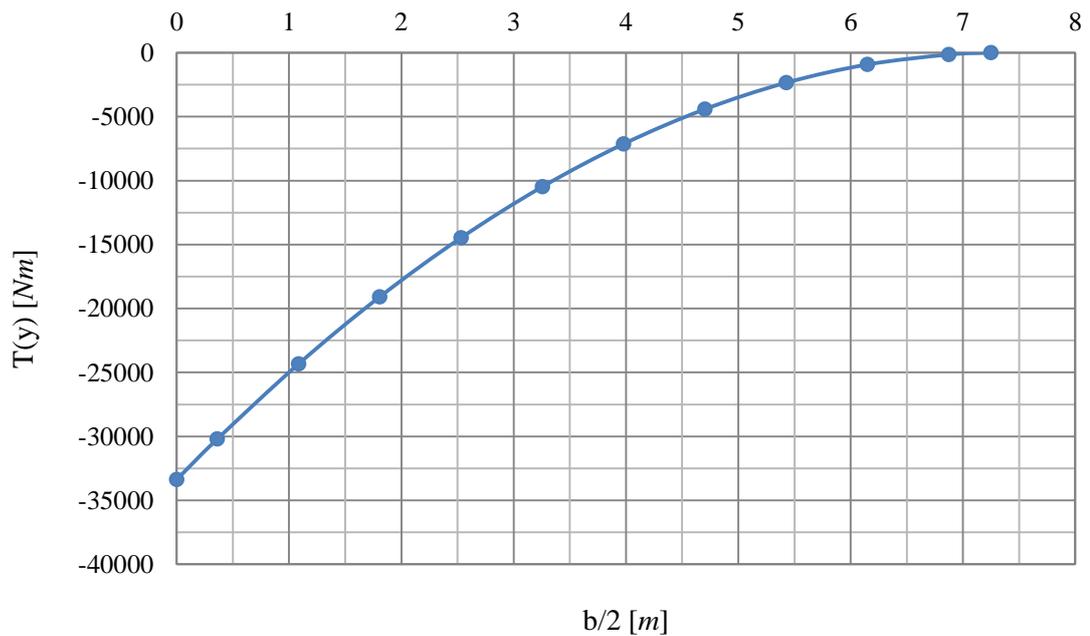


Gráfico [4.4] – Distribución de Momento Torsor respecto del 22.3% de la Cuerda

4 Resultados

Como se mencionó anteriormente, las distribuciones tanto de fuerza como de momentos son obtenidos para toda la semi-ala. El objetivo de este capítulo es obtener lo anterior en una sección en particular, para luego ser aplicado al modelo a simular. La cota en la que se aplicarán las cargas, corresponde a la posición donde se sitúa la costilla que coincide con el fuselaje, esto es $y = 0.6604 [m]$. En las Tablas [4.10] y [4.11] se pueden observar dichos resultados.

PERFIL DE MISION 1			
Caso	Q [N]	M [Nm]	T [Nm]
1	12942.90	38612.37	-27693.13
2	10045.96	30084.32	-22207.77
3	23952.22	70680.52	-28110.60
4	20143.38	59632.63	-29339.57
5	11524.34	34540.96	-27565.16
6	18629.30	55138.59	-29037.81
7	10178.37	30534.94	-27291.59
8	16574.70	49076.53	-28624.20

Tabla [4.10] – Valores de Solicitaciones (Perfil 1)

PERFIL DE MISION 2			
Caso	Q [N]	M [Nm]	T [Nm]
1	14509.49	43908.58	-28134.91
2	11718.74	34904.16	-22573.14
3	27660.12	81339.54	-30896.68
4	25062.46	73808.81	-30391.60
5	11160.87	33232.84	-22476.37
6	23939.14	70483.98	-30168.48
7	22281.98	65680.80	-29822.70
8	12904.56	38408.45	-27889.62
9	20657.92	60871.91	-29497.06
10	11857.77	35274.46	-27680.00
11	19075.37	56183.16	-29180.40
12	10996.12	32693.70	-27509.71
13	17741.15	52232.01	-28914.83

Tabla [4.11] – Valores de Solicitaciones (Perfil 2)

Referencias del Capítulo IV

[4-1] Theory Of Wing Sections. With a Summary Of Airfoil Data – Abbott & Von Doenhoff. 1959.-

[4-2] Instituto Universitario Aeronautico - Aerodinámica I – Ing. Mario D´Errico. 2008.-

[4-3] Damage Tolerance Assessment Handbook – Volumen I & II. October 1993.-

CAPÍTULO V
ESTUDIO, CONSTRUCCIÓN Y PREPARACIÓN
DEL MODELO DE SIMULACIÓN

CAPÍTULO V

En el presente capítulo se describe el modelo de elementos finitos que se empleará para estimar el crecimiento de grietas en la platabanda inferior de un larguero. En primer lugar, se explica brevemente la construcción de la geometría, junto con las correspondientes simplificaciones e hipótesis realizadas durante el proceso.

En una segunda etapa, se muestra la preparación del modelo para la simulación, la cual incluye las condiciones de contorno, definición de vínculos entre las partes que componen el conjunto, discretización del dominio, aplicación de las cargas, etc.

Finalmente, se lleva a cabo un análisis del modelo para establecer si los efectos de Plasticidad deben ser contemplados en el estudio de propagación, incorporando un módulo que permite la medición de la zona de deformación plástica.

1 Construcción y Preparación de la Geometría

En primera instancia, antes de comenzar con la construcción del modelo, es indispensable reconocer la zona de estudio, distinguiendo el volumen que ocupa dentro de la aeronave y estableciendo los límites geométricos del mismo. Esto puede observarse en las siguientes figuras.

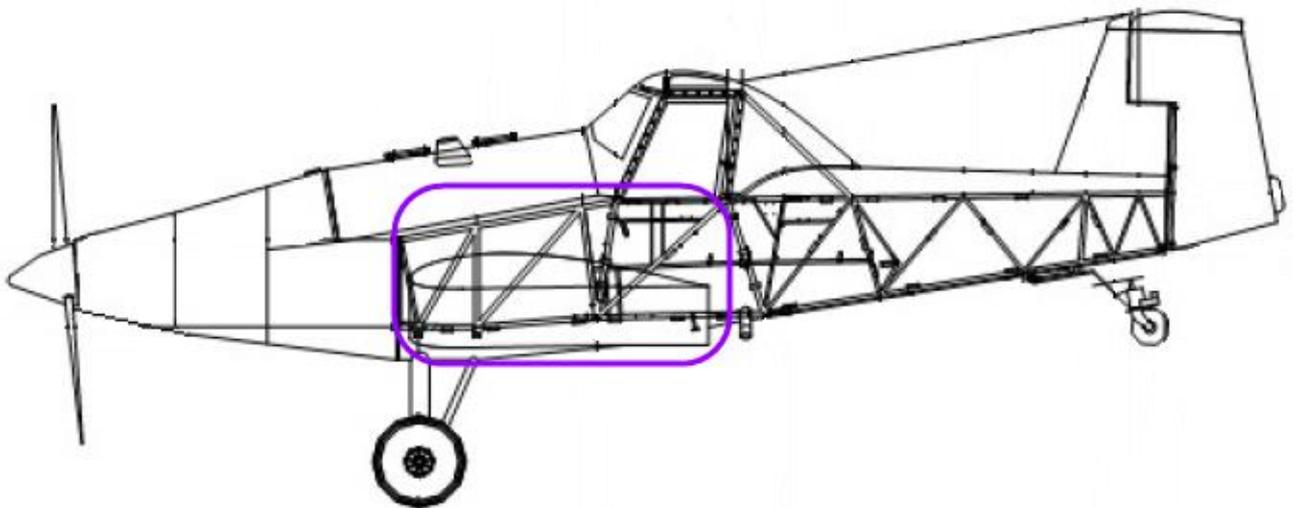


Figura [5.1] – Límite de la Zona de Estudio

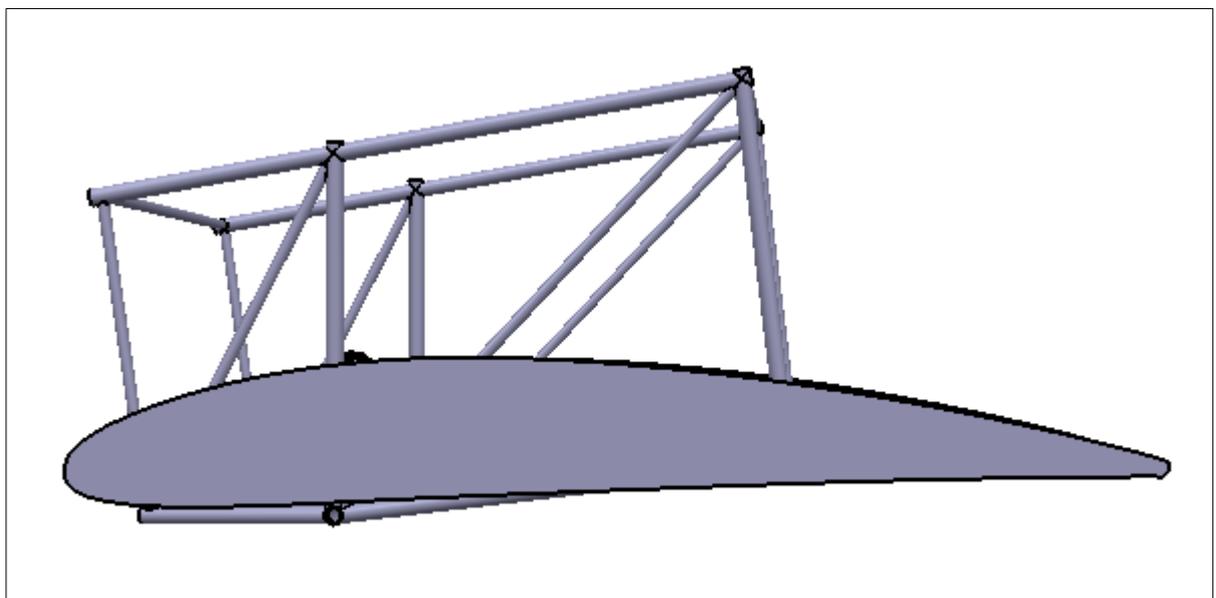


Figura [5.2] – Vista Lateral del Modelo Completo

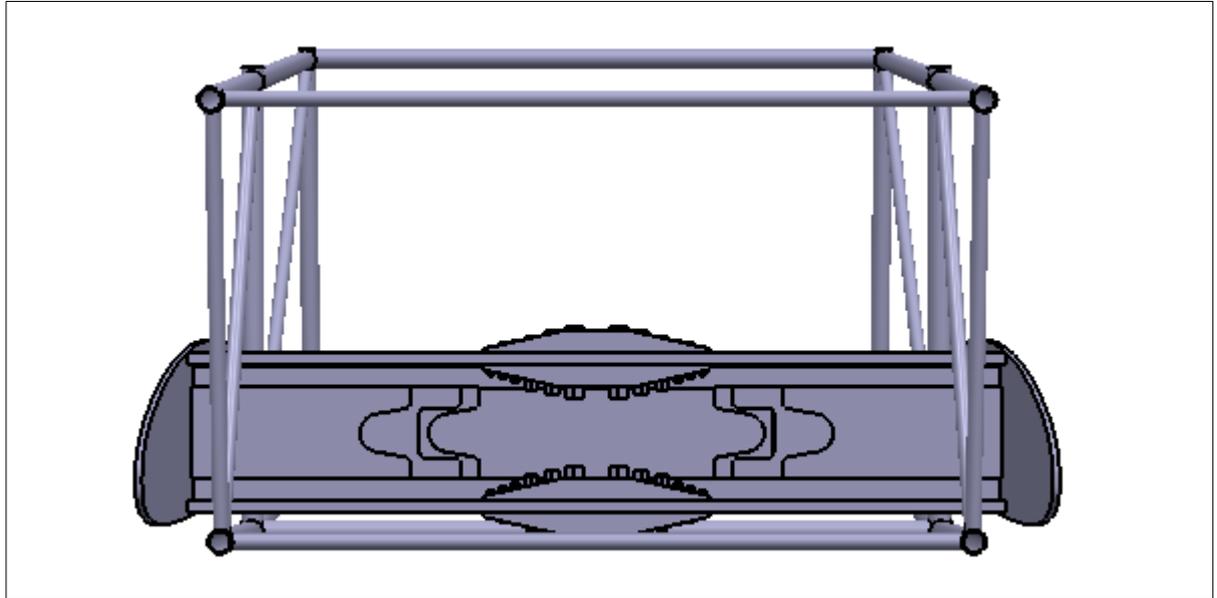


Figura [5.3] – Vista Frontal del Modelo Completo

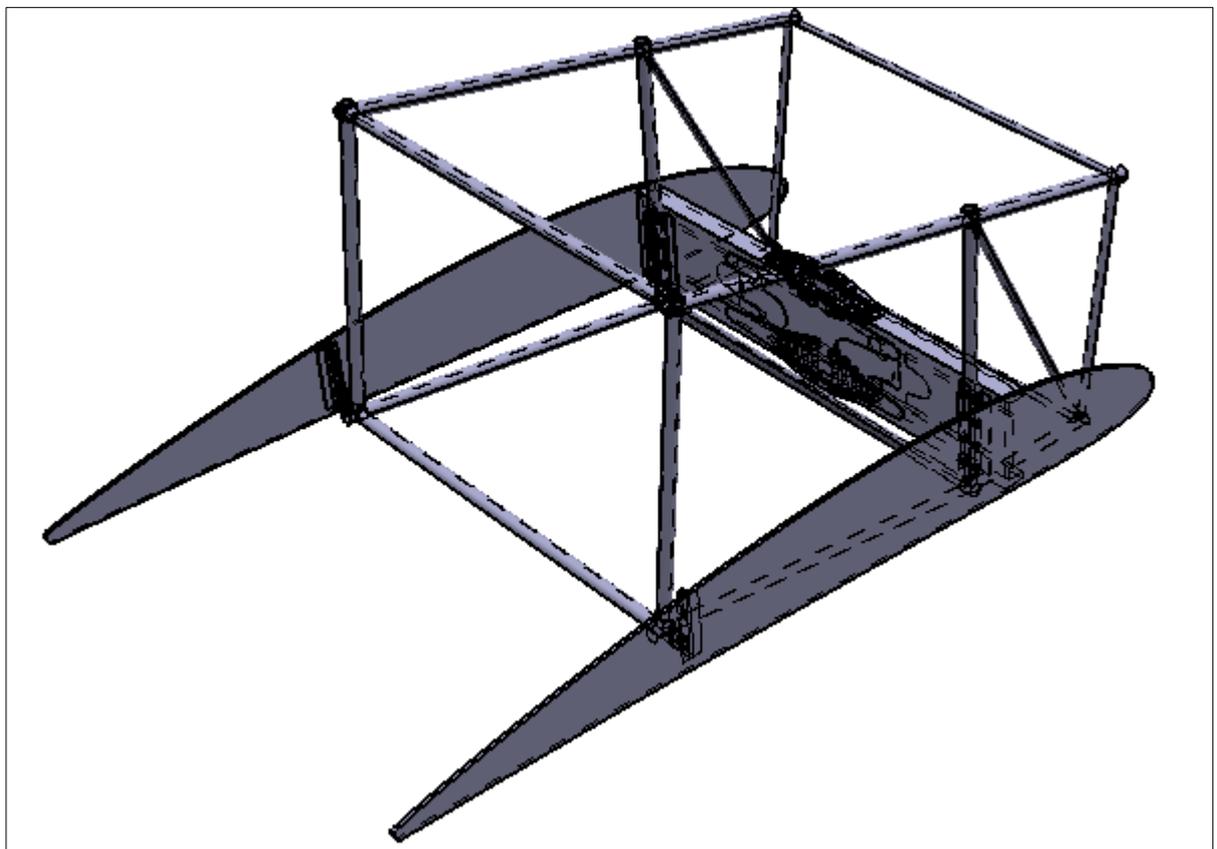


Figura [5.4] – Vista en Perspectiva del Modelo Completo

En los apartados a continuación se exponen las consideraciones a tener en cuenta respecto de la generación de la geometría y la posterior preparación de la misma, de modo de arreglar el modelo para comenzar a trabajar sobre él.

1.1 Geometría

El primer paso en la construcción del modelo a simular, es la obtención de la geometría. El CAD se crea mediante un Software diferente al elegido para el Análisis de Elementos Finitos y luego se lo exporta hacia este último.

La región de interés para el análisis se encuentra en las cercanías de la unión de las semi-alas, y considerando que las cargas serán ingresadas a través de la costilla raíz del ala, el área requerida para el análisis queda confinada entre las costillas que limitan con el fuselaje. Luego, los elementos que componen el CAD son todos los comprendidos en el volumen que definen tales costillas, incluyendo la porción de reticulado del fuselaje asociada.

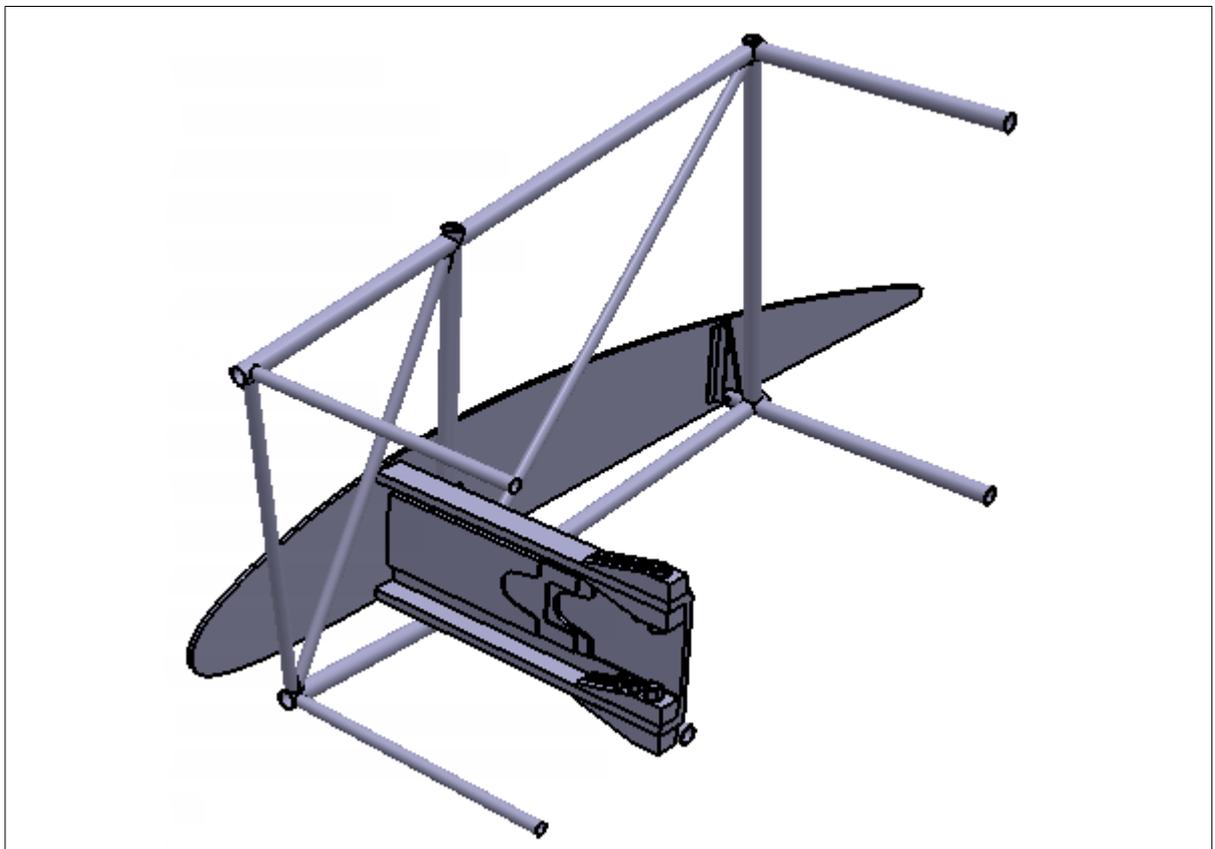


Figura [5.5] – Modelo Simplificado por Condición de Simetría

Dado que uno de los objetivos de esta etapa consiste en la reducción de la cantidad de componentes del modelo, teniendo presente que ello beneficiará el rendimiento del recurso computacional al momento del análisis, se decide aprovechar las condiciones de simetría que posee la geometría respecto del *plano xz*. De esta forma se utilizará solo una mitad del modelo para el estudio de elementos finitos.

1.2 Preparación de la Geometría

Una vez creada la geometría e importada al Software de análisis, se procede a la preparación de la misma, de modo que quede lista para los arreglos a realizar en cuanto a variables de simulación. Dicha preparación consiste en llevar a cabo tareas como la definición de los elementos bajo los cuales se modelarán las diferentes partes de la estructura.

El reticulado, correspondiente al fuselaje de la aeronave, es modelado con elementos de línea de tipo Viga (*Beam*). Los bulones y tuercas que efectúan la unión entre *larguero anterior - reticulado*, y *toma trasera de la costilla - reticulado*, son eliminados y reemplazados por elementos rígidos. De la misma manera, los bulones y tuercas que conforman la unión entre las placas y platabandas superiores son eliminados junto con los agujeros donde se alojan los mismos. En cuanto a la costilla, se eliminan las partes de las mismas que se encuentran fuera de la geometría que describe el reticulado.

A su vez, en esta etapa también se lleva a cabo la preparación de las superficies para resolver el mallado en los cuerpos que puedan presentar complicaciones debido a sus contornos, y la preparación del área donde se aplicarán las solicitaciones. Para ello, la acción consiste en realizar cortes estratégicos, de modo que:

- Las secciones resultantes permitan que los elementos se acomoden de manera prolija;
- Quede definida una franja sobre la superficie de la costilla, cuya dimensión sea aproximadamente la de la sección transversal del larguero, sobre la que serán aplicadas las cargas.

2 Configuración del Modelo de Simulación

A continuación se muestran los arreglos realizados en cada uno de los pasos previos al análisis del modelo.

2.1 Condiciones de Apoyo

Una de las características mencionadas en la *Sección 1.1*, fue la simetría que posee la geometría alrededor del *plano xz*. Habiendo importado entonces sólo una mitad del modelo, se colocan sobre el mismo las condiciones de borde apropiadas. Para ello, se utiliza un comando de simetría, que requiere la selección de las superficies de los componentes que tendrían continuidad física en caso de que la geometría se encontrara completa y a partir de las cuales se impone que todos los nodos situados en tales planos, se verán obligados a dar una respuesta simétrica de la estructura. A continuación se muestra la selección realizada.

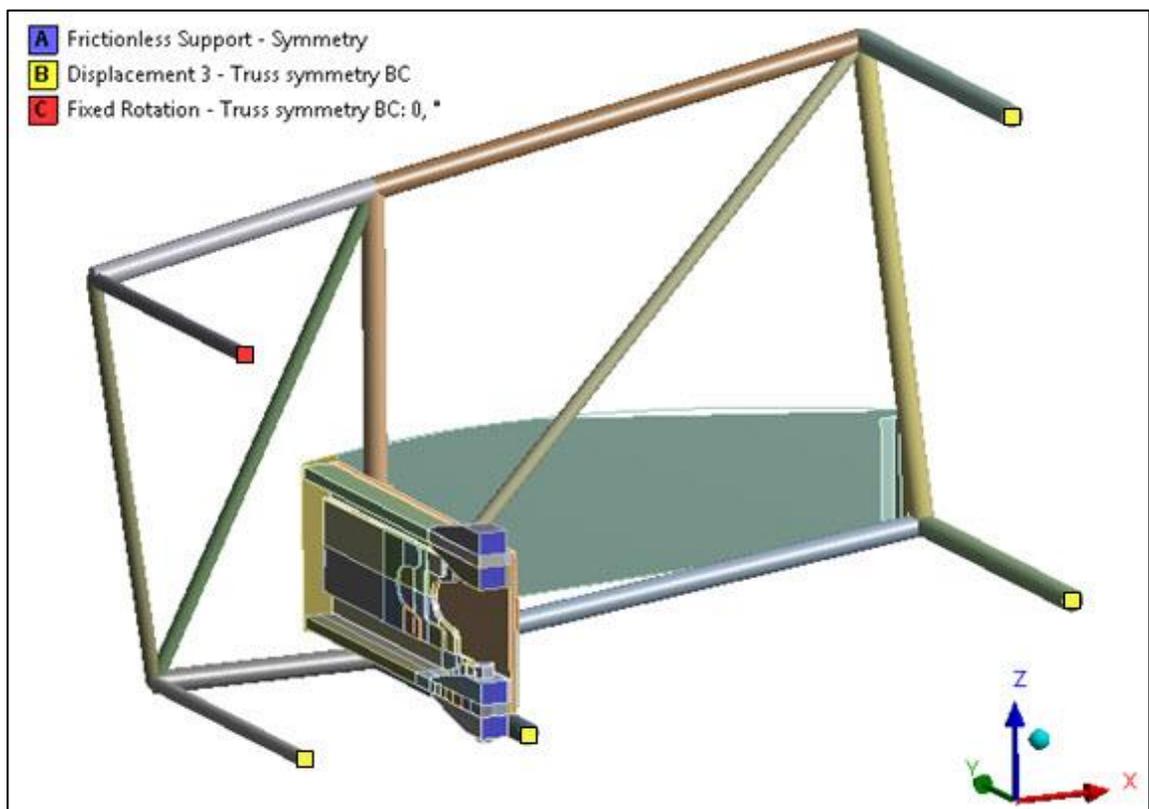


Figura [5.6] – Selección de Caras y Puntos en el Plano de Simetría

Si se considera a la geometría como un cuerpo rígido, entonces bastará con fijar únicamente dos nodos, impidiendo de esta forma que el modelo se desplace en la dirección "x" y en la dirección "z", e impidiendo que rote alrededor del eje "y". En cuanto al desplazamiento en la dirección "y", tal restricción ya está contemplada mediante el comando de simetría explicado antes. Los nodos seleccionados junto con la restricción asociada son mostrados en la Fig. [5.7].

Se debe aclarar que las restricciones cinemáticas quedan completamente definidas, cuando son establecidos los contactos entre los cuerpos. Tales vínculos son explicados en la sección siguiente.

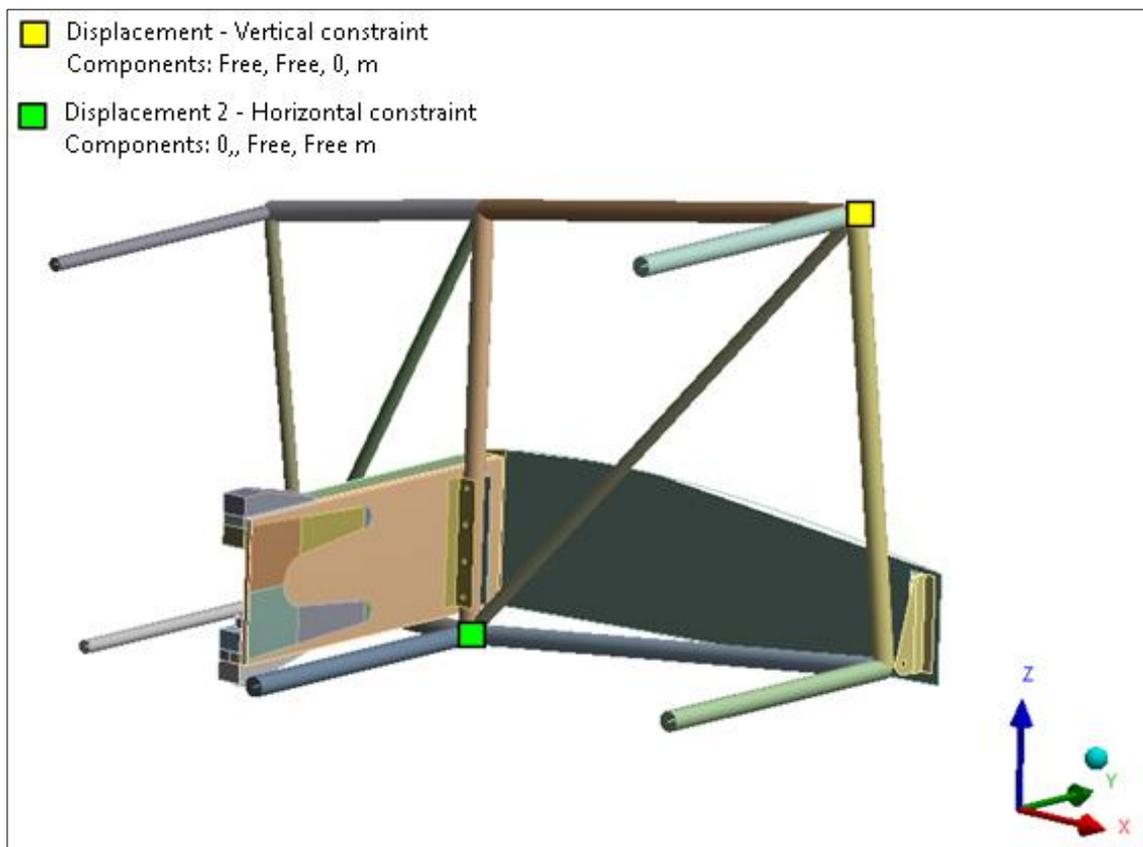


Figura [5.7] – Indicación de Restricciones en el Modelo

2.2 Vínculos entre partes (Contactos)

Los vínculos del modelo quedan definidos de acuerdo a la Tabla [5.1]. Como se puede observar en la misma, se presentan uniones mediante contactos de tipo "Bonded" y "No Separation" (Ref. [5.2]) y un caso especial de contactos, que es explicado luego.

Tipo de Contacto: <i>BONDED</i>	
Elementos Vinculados	
Costilla	Larguero
Costilla	Toma Posterior
Refuerzos	Refuerzos
Refuerzos	Alma del Larguero
Toma Anterior	Alma del Larguero
Tuercas (Superior)	Vástago Bulones (Superior)
Cabeza Bulones (Superior)	Vástago Bulones (Superior)
Tuercas (Inferior)	Placas de Unión (Inferior)
Cabeza Bulones (Inferior)	Placas de Unión (Inferior)
Placas de Unión (Superior)	Platabanda (Superior)
Placas de Unión (Inferior)	Platabanda (Inferior)
Tipo de Contacto: <i>NO SEPARATION</i>	
Elementos Vinculados	
Placas de Unión (Inferior)	Platabanda (Inferior)
Vástago Bulones (Inferior)	Platabanda (Inferior)
Caso Especial de Contacto	
Elementos Vinculados	
Reticulado	Toma Posterior
Reticulado	Toma Anterior

Tabla [5.1] – Tipo de Contacto entre Cuerpos

A continuación se muestran imágenes en las cuales se representa con más detalle, algunas de las partes vinculadas, señaladas en la tabla anterior.

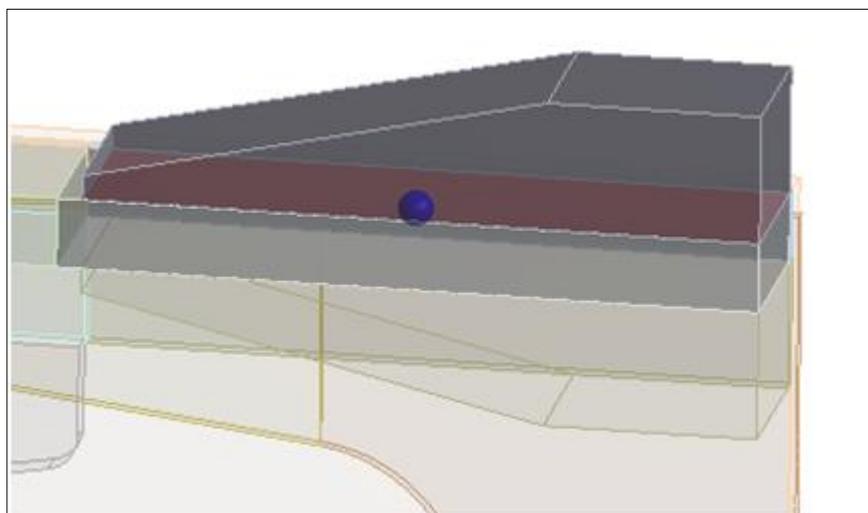


Figura [5.8] – Vínculo de tipo ***BONDED***

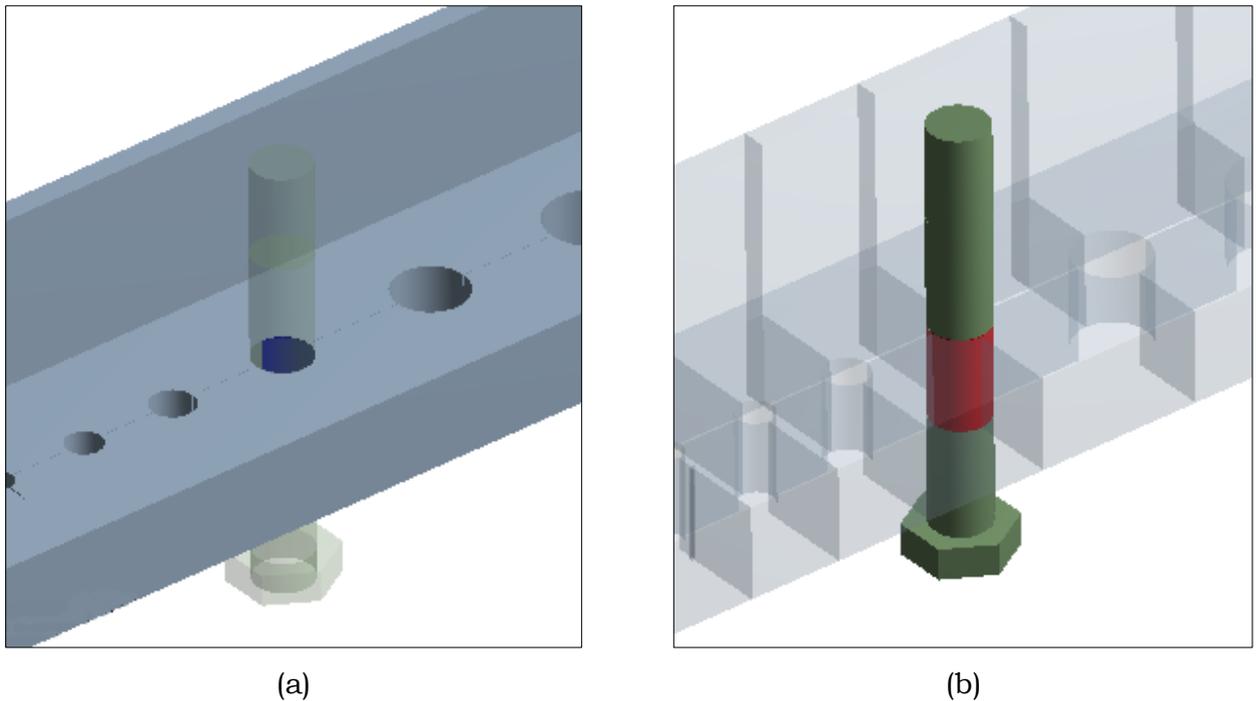


Figura [5.9] – Vínculo de tipo *NO SEPARATION*. (a) Zona de Contacto en Platabanda; (b) Zona de Contacto en el Bulón

Como se mencionó, durante esta etapa se presentaron dos casos especiales de contactos:

- Vínculo entre el reticulado y toma posterior de la costilla;
- Vínculo entre el reticulado y el toma anterior.

En ambos casos, fue precisa la elaboración e inserción de códigos en el Software, que permitan resolver tales uniones, los cuales son presentados en el anexo (ANEXO [C]). La justificación de esto, está relacionada con la geometría de los componentes y la necesidad de suplir las uniones que generan los bulones. Asimismo, sustituyendo bulones y tuercas, también se reduce la cantidad de elementos a la hora del mallado. El código elaborado básicamente solicita la generación de un nodo centrado en cada agujero, y luego la conexión entre este último y otro punto deseado, el cual puede ser existente o puede haber sido creado de la misma manera. En la Fig. [5.10], se puede visualizar una de las zonas donde se inserta este tipo de contactos.

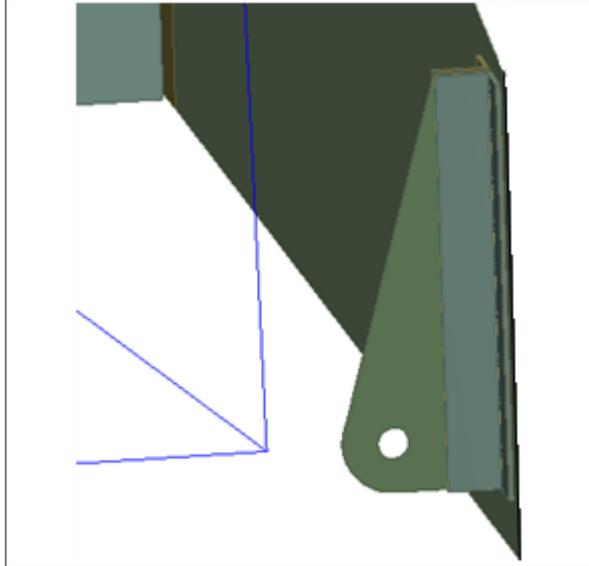


Figura [5.10] – Zona de Simplificación de Contactos

2.3 Discretización del Dominio de Cálculo (Malla)

La metodología de mallado está basada en los estudios realizados sobre probetas, exhibidos en el *Capítulo III*. Básicamente consiste en una malla refinada en la zona de estudio y una malla con menor cantidad de elementos a medida que los componentes se alejan del área de interés.

Para lograr lo mencionado, se crea un área de refinamiento confinada en la geometría de un cilindro, cuyo centro coincide con la punta de la grieta. En esta porción del modelo la discretización es concentrada, y posee elementos distribuidos tanto radialmente como a lo largo del espesor.

La estructura del reticulado es modelada con elementos de tipo *BEAM 188* (Ref. [5.2]), los cuales son de primer orden. En la Fig. [5.11] se puede observar su aplicación en el modelo y luego la geometría de este tipo de elemento.

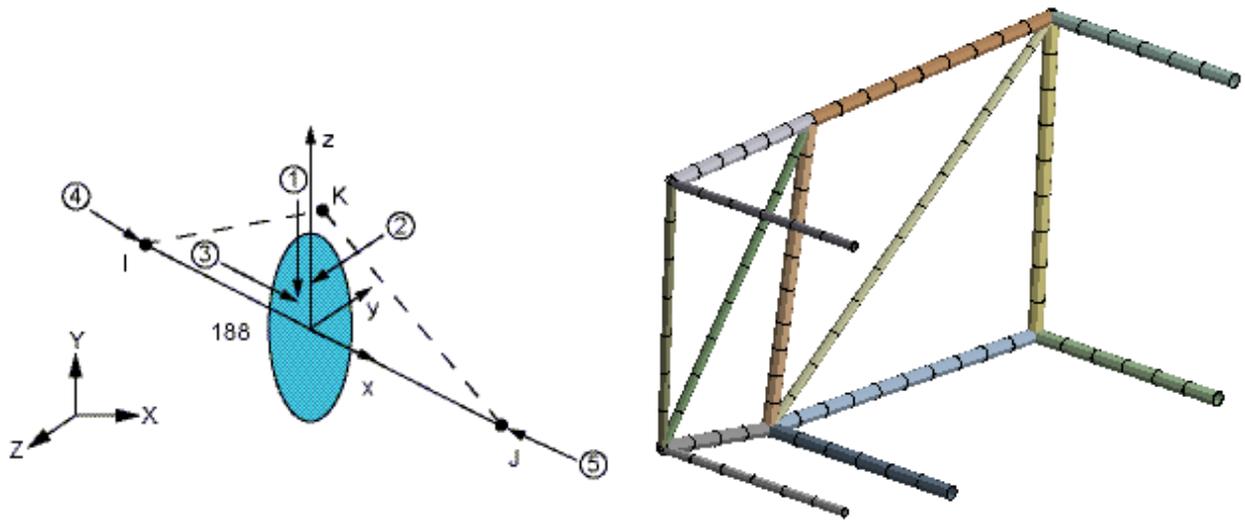


Figura [5.11] – Geometría del Elemento BEAM188 y Aplicación en el Modelo

Para mallar superficies, tales como la costilla y las placas de unión entre el fuselaje y el larguero anterior y el fuselaje y la toma posterior, se utilizaron elementos *SHELL 181* (elementos planos) de cuatro nodos (Ref. [5.2]). Dichos elementos son de primer orden y puede observarse su geometría y topología deformada en la Fig. [5.12]. Cuando es necesario, puede utilizarse este elemento de forma triangular para rellenar zonas donde no se pueden ubicar los que poseen forma de paralelepípedo.

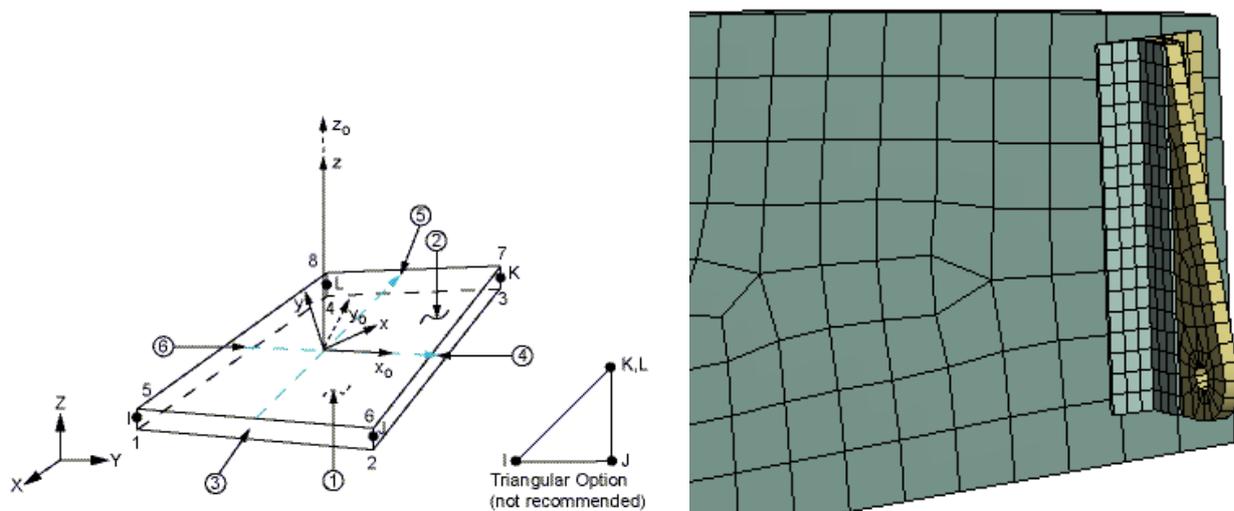


Figura [5.12] – Geometría del Elemento SHELL 181 y Aplicación en el Modelo

Finalmente, para mallar el resto del modelo se utilizan elementos de volumen de tipo *SOLID 186*, de segundo orden y veinte nodos (Ref. [5.2]). En la Fig. [5.13] se puede ver la geometría original del elemento con su correspondiente topología degenerada. Además se muestra donde fue utilizado este tipo de elemento en el modelo.

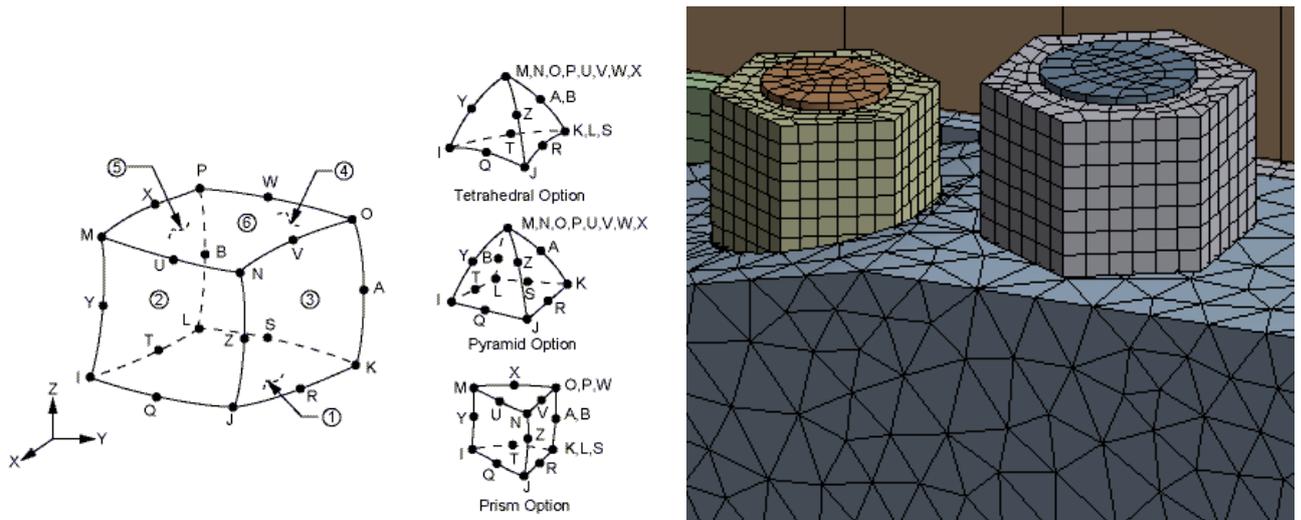


Figura [5.13] – Geometría del Elemento SOLID 186 y Aplicación en el Modelo

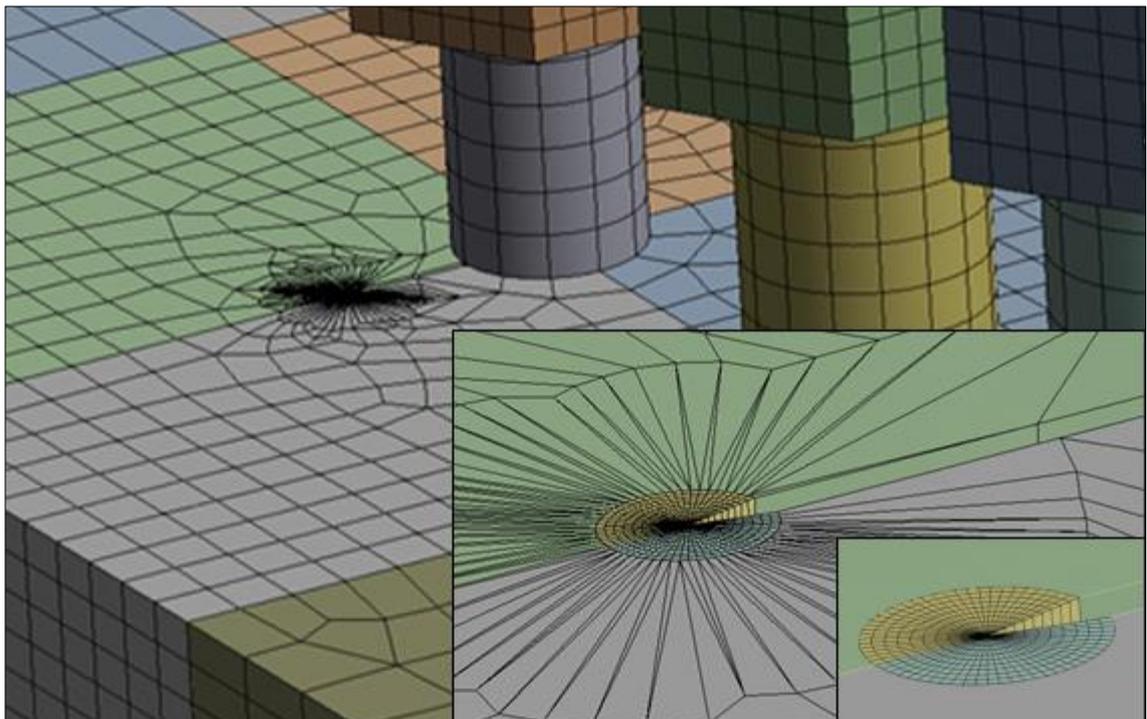


Figura [5.14] – Malla Concentrada hacia el “Área de Refinamiento”

La discretización de todo el modelo queda compuesta por aproximadamente 94.000 elementos y 400.000 nodos. En la Fig. [5.14] se muestra la zona de refinamiento de la grieta. La malla en el resto del modelo puede observarse en las Fig. [5.15] y [5.16].

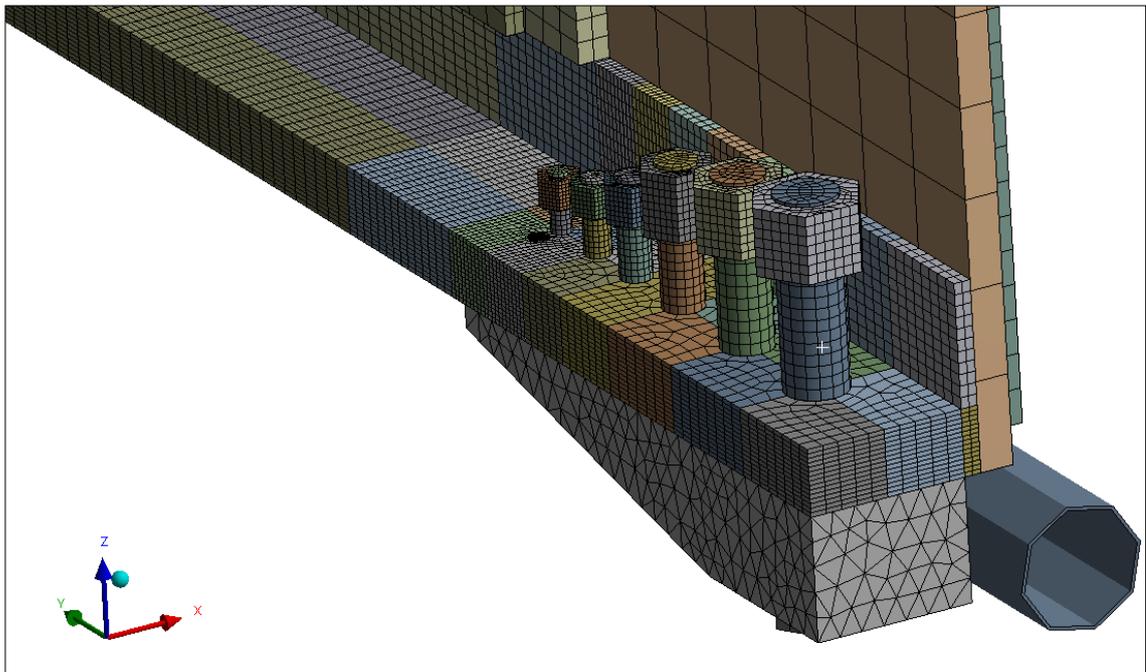


Figura [5.15] – Visualización de Diferentes Tipos de Elementos

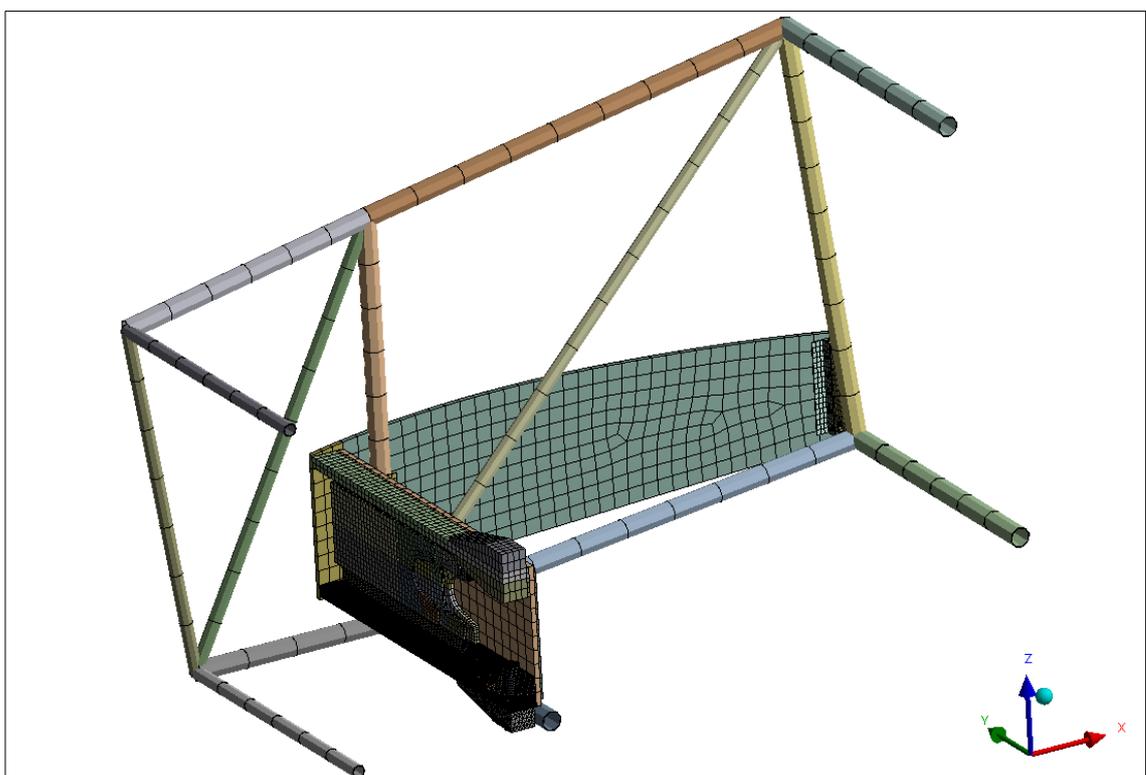


Figura [5.16] – Malla del Modelo Completo

2.4 Cargas

La última variable de entrada necesaria para realizar la simulación del modelo, guarda relación con las solicitaciones bajo las cuales actúa el ala. Así como fue explicado en el *Capítulo IV*, las cargas serán ingresadas a través de la costilla, para lo cual es de gran utilidad el marcado de una sección específica en la misma, ya explicado en la *Sección 1.2*. La región marcada, junto con la designación de las cargas aplicadas se presenta en las Fig. [5.17], [5.18] y [5.19].

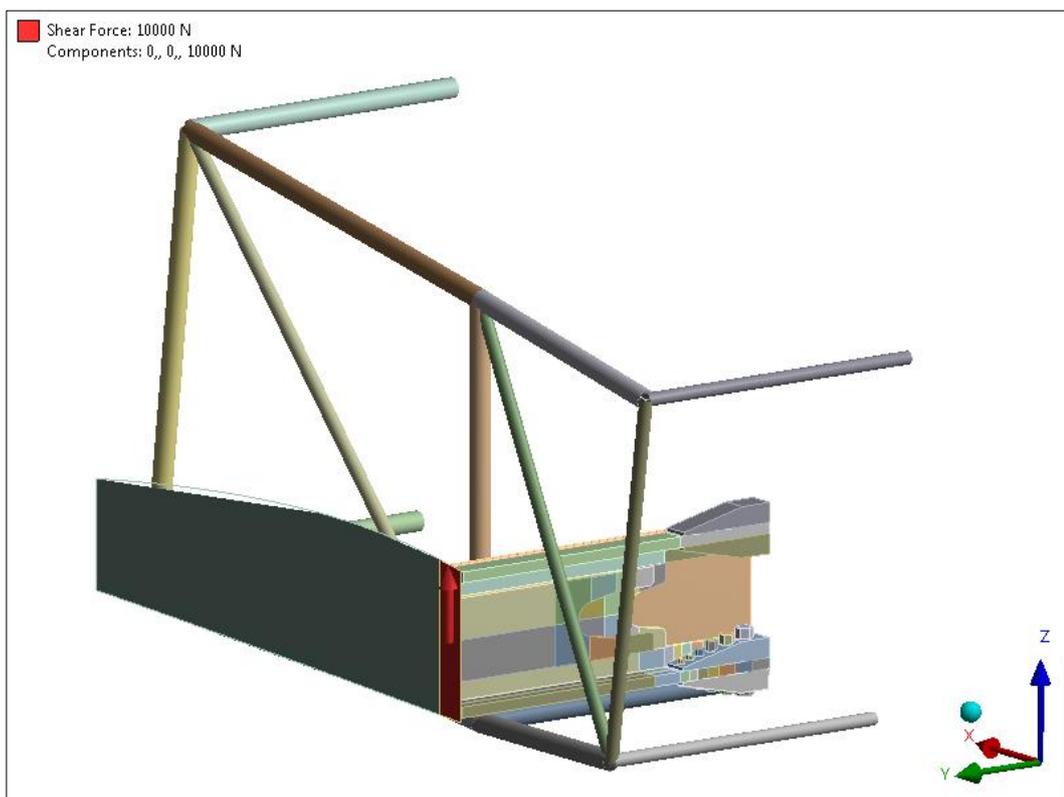


Figura [5.17] – Aplicación de Fuerza de Corte

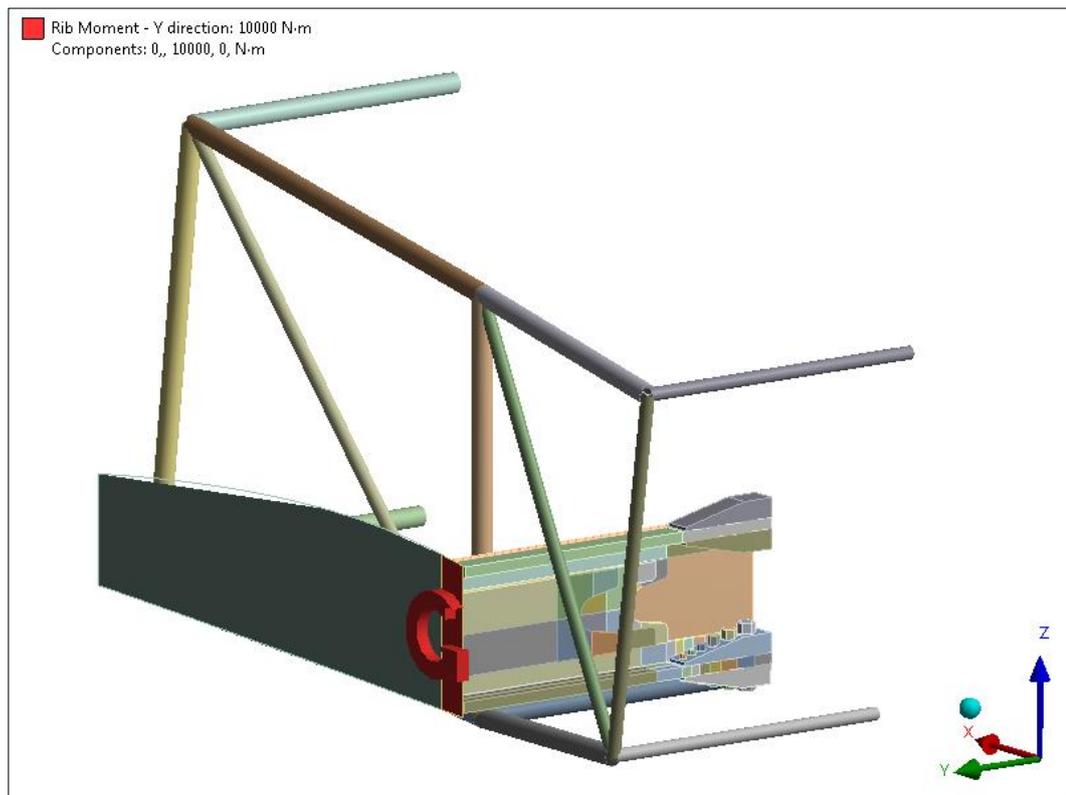


Figura [5.18] – Aplicación de Momento Torsor

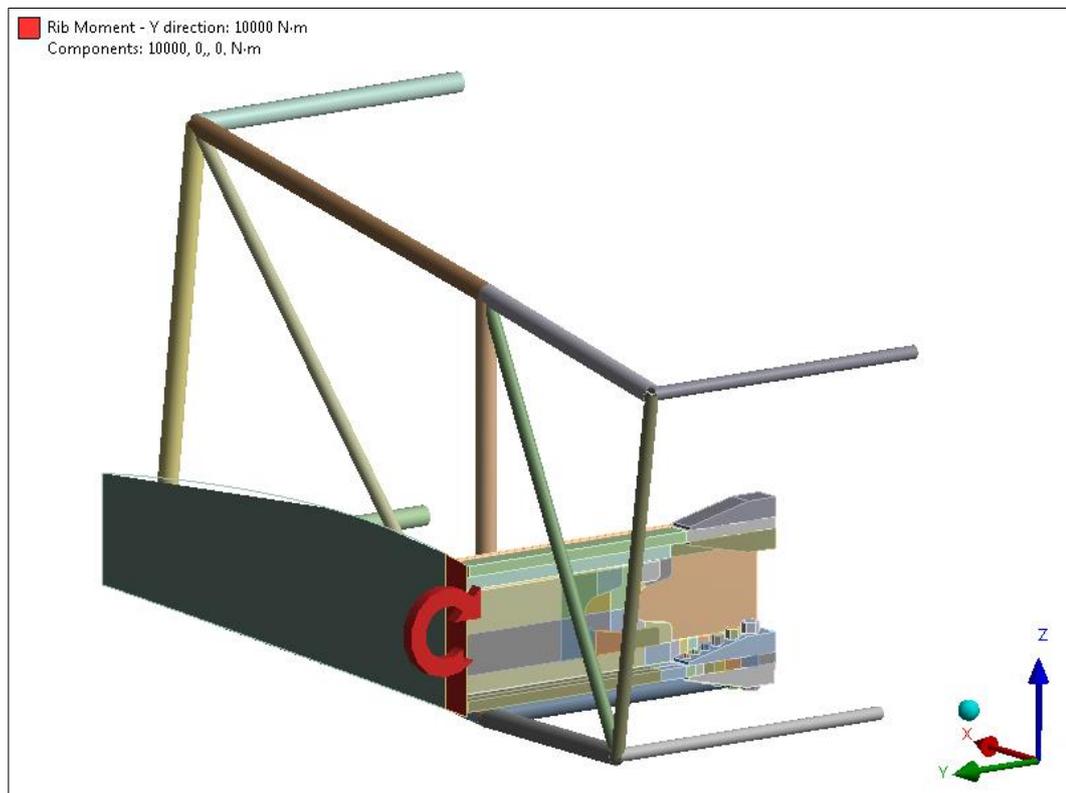


Figura [5.19] – Aplicación de Momento Flector

Asimismo, se debe tener en cuenta el efecto de tensión local producido por el torque de los bulones sobre las placas de unión y las platabandas. Considerando el torque de ajuste para cada bulón, y contando con el tamaño de los mismos, se puede encontrar cuál es el valor de la fuerza de pre-tensión resultante en cada uno de ellos, de modo de ingresar tal dato junto con el resto de las cargas. Por cuestiones de simplicidad y debido a que la zona de estudio se encuentra en la platabanda inferior, dichas consideraciones solo se aplicaron en los bulones situados allí. A continuación se exponen los datos de estas fuerzas junto con una imagen, en la Tabla [5.2] y Fig. [5.20], respectivamente.

Diámetro del Bulón		Torque	Fuerza de Pre-tensión
d [in]	d [mm]	T' [N mm]	F' [N]
1/4	6.350	6214.16	4893.04
5/16	7.938	9038.78	5693.72
3/8	9.525	15252.95	8006.80
1/2	12.700	56492.40	22241.10
5/8	15.875	96037.08	30247.90
3/4	19.050	197723.40	51895.91

Tabla [5.2] – Cálculo de la Fuerza Axial en los Bulones

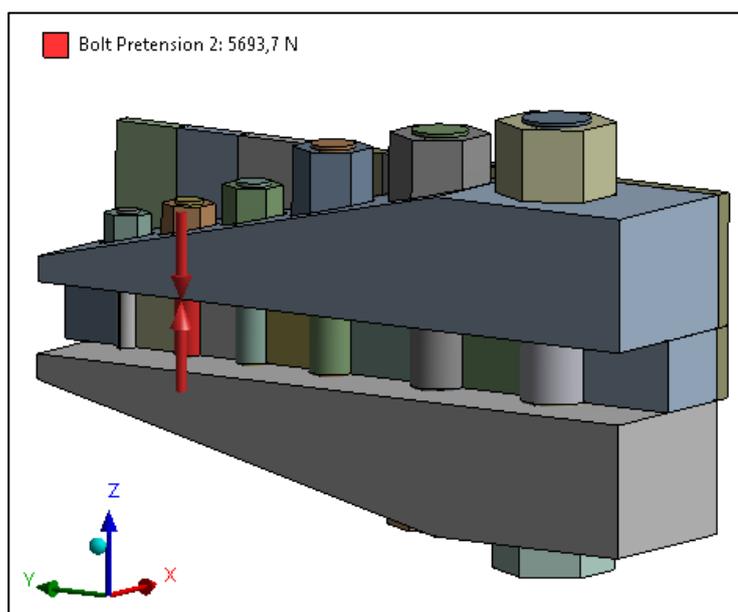


Figura [5.20] – Pre-Tensión de Bulones

3 Estudio del Modelo

Una vez que el modelo ha sido ajustado para la simulación, quedan aun ciertos estudios indispensables de realizar. A continuación se explica cada uno de ellos.

3.1 Estudio de Formación de Grietas

Dado que la finalidad de este trabajo es analizar la propagación de grietas, lo siguiente a realizar es un estudio de los posibles lugares donde se formarán grietas. Para ello se solicita en el Software un análisis “*Maximum Principal Stress*” en la dirección “y”, a partir del cual se podrá observar el lugar donde se dan las máximas tensiones cuando el modelo se encuentra solicitado por las cargas de trabajo. Como se puede ver en la Fig. [5.21], la zona de mayor tensión resulta estar en la platabanda inferior del larguero, alrededor del agujero que aloja el bulón de $1/4$ [in] ó 6.35 [mm].

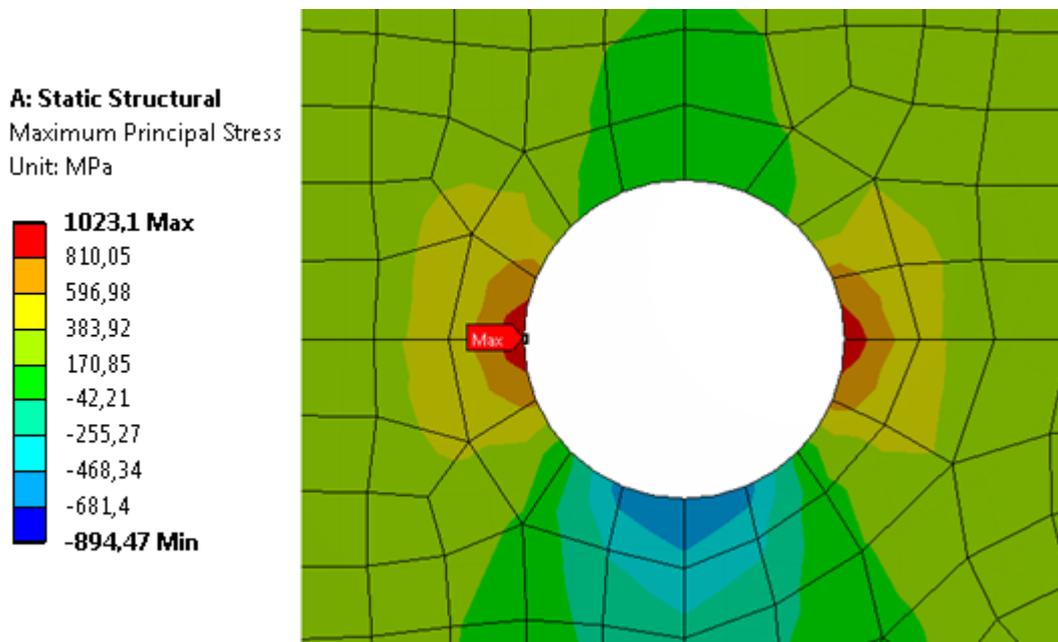


Figura [5.21] – Zona de Posible Nucleación de Grietas

Una vez encontrada la ubicación donde se formará la grieta, se procede a estudiar la dirección en que la misma se propagará. Análogamente a lo realizado en el *Capítulo III*, el análisis se lleva a cabo observando en qué dirección actúa la tensión principal máxima, la cual será perpendicular a la dirección de propagación. Este análisis da como resultado

que la grieta se propagará en la dirección “x”. El estudio realizado hasta aquí da lugar a un próximo paso, que consiste en el sembrado de la grieta en el modelo.

3.2 Sembrado de la Grieta

La tarea del sembrado de la grieta en el modelo, comienza con la definición de la longitud inicial de la misma. La primer hipótesis asumida en el presente caso de estudio, es que la grieta ya ha nucleado y ha comenzado su propagación. Como consecuencia de ello, se propone que el tamaño inicial de la grieta sea aquel, al cual la misma fue descubierta. La detección de grietas se lleva a cabo mediante algún método de inspección o ensayo no destructivo (NDT).

En base a lo expuesto en el *Capítulo I*, el general de los equipos utilizados para realizar los NDT, tienen una detectabilidad (con precisión mayor al 80%) a partir de 0.55 [mm], por lo que este valor será considerado como el tamaño inicial de la grieta. Las imágenes a continuación muestran donde se planta la grieta y la forma de la misma, en las Fig. [5.22] y [5.23], respectivamente.

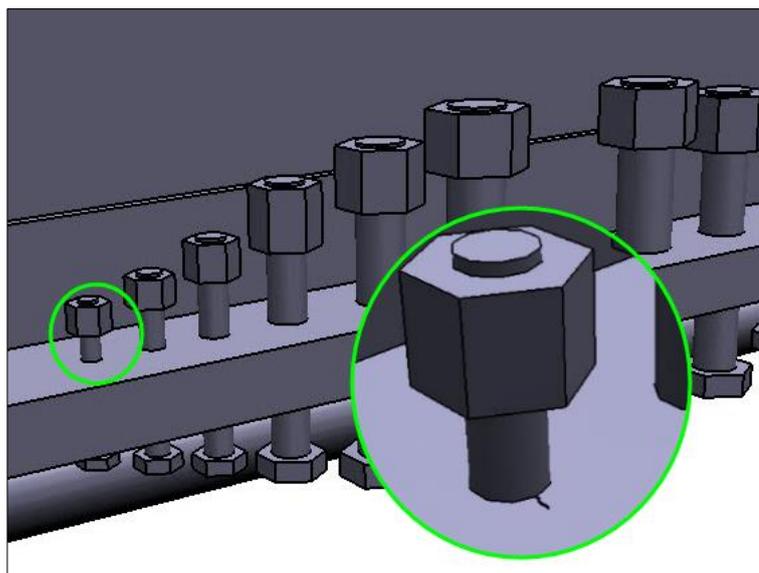


Figura [5.22] – Posición de Sembrado de Grieta

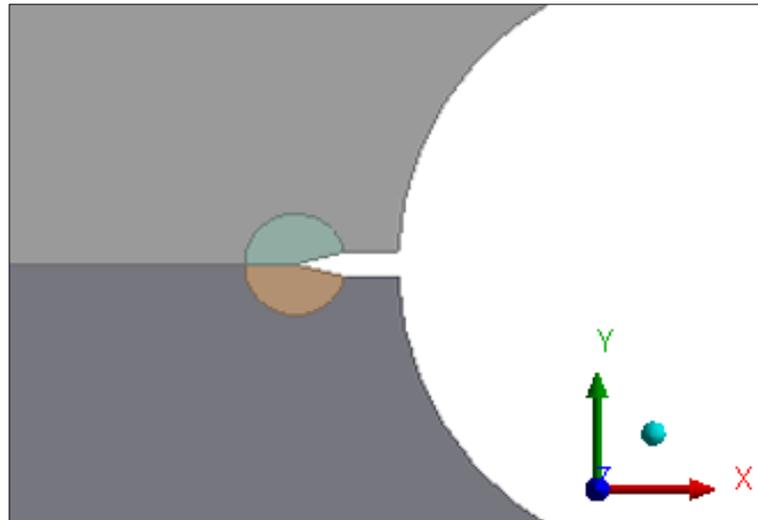


Figura [5.23] – Forma de la Grieta

Una vez sembrada la grieta, lo que resta es realizar los arreglos necesarios en el modelo para que el mismo se encuentre en condiciones para el cálculo del Factor Intensificador de Tensiones. La determinación de K , es llevada a cabo mediante una herramienta brindada por el Software, cuya metodología ya fue presentada en el *Capítulo III*. En este caso el código utilizado, programable por el usuario, es expuesto en el anexo (ANEXO [C]).

3.3 Efectos de Plasticidad

Un estudio que debe realizarse, y cuyo resultado es fundamental para la definición del modelo final de simulación, está relacionado con la plasticidad de los materiales que componen la estructura.

Para poder determinar si los efectos de la plasticidad deben ser considerados a la hora de realizar el estudio de propagación de grietas, se efectúa una simulación de prueba del modelo, donde se inserta en el Software un bloque extra con datos para cada material, indicando de esta forma que el comportamiento de los mismos sigue una ley diferente a la elástica.

Las verificaciones a realizar tienen que ver con la extensión de la zona de deformación plástica. Como se explicó en el *Capítulo II*, la Mecánica de Fractura Lineal Elástica seguirá siendo válida, siempre y cuando esta zona sea lo suficientemente pequeña, comparada con cualquier magnitud característica del modelo. De acuerdo a estudios llevados a cabo sobre

este aspecto (Ref [5.1]), generalmente se considera suficiente que estas magnitudes sean mayores a 4 veces la zona de deformación plástica.

Luego, para analizar lo antes mencionado, se utiliza un modelo de plasticidad del tipo “*Bilinear Isotropic Hardening*”. En base a este modelo de idealización del material, la curva *Tensión-Deformación* del mismo queda representada por:

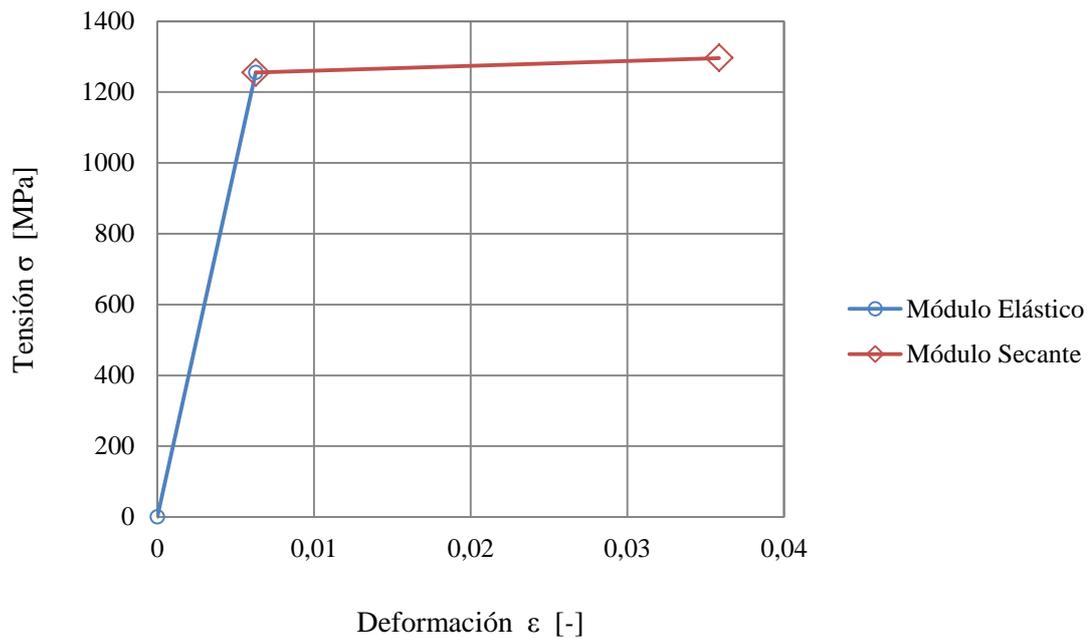


Gráfico [5.1] – Curva del Material: Modelo “*Bilinear*”

Una vez obtenidos los resultados de esta simulación, los cuales son mostrados en la Fig. [5.24], se debe observar el tamaño de la zona de deformación plástica alrededor de la grieta. En la misma imagen, se indica la mayor distancia entre la punta de la grieta y la zona de deformación plástica, denotada como $R \text{ máx}$.

Para el caso de estudio, la extensión de la deformación plástica alcanza un máximo de aproximadamente $R \text{ máx} = 0.01 \times 10^{-3} [m]$, y la menor de las longitudes características del problema, es la longitud de la grieta, la cual inicialmente es de $0.55 \times 10^{-3} [m]$. Comparando entonces estos valores se obtiene la siguiente conclusión:

$$0.55 [mm] \geq 4 \times 0.01 [mm] = 0.4 [mm]$$

por lo que se puede seguir trabajando con la teoría de la Mecánica de Fractura Lineal Elástica, sin tener en cuenta los efectos de la plasticidad.

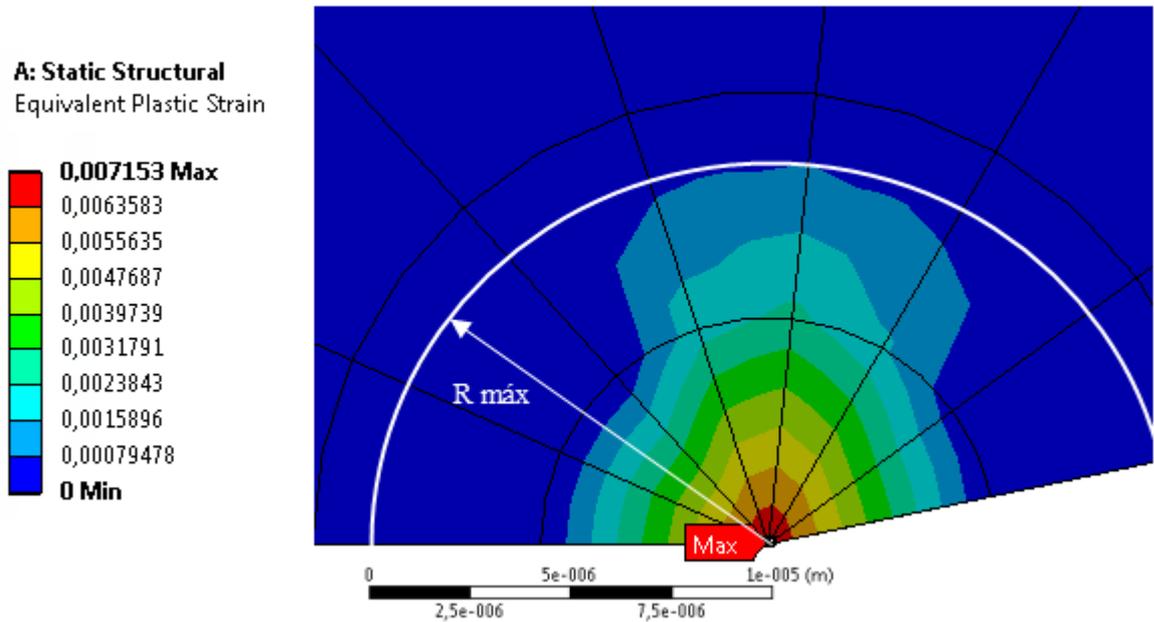


Figura [5.24] – Extensión de Deformación Plástica alrededor de la Grieta;
 $R \text{ máx} = 0.01 \times 10^{-3} \text{ [m]}$

Bajo la hipótesis de Mecánica de Fractura Lineal Elástica, la curva del material utilizada queda representada mediante:

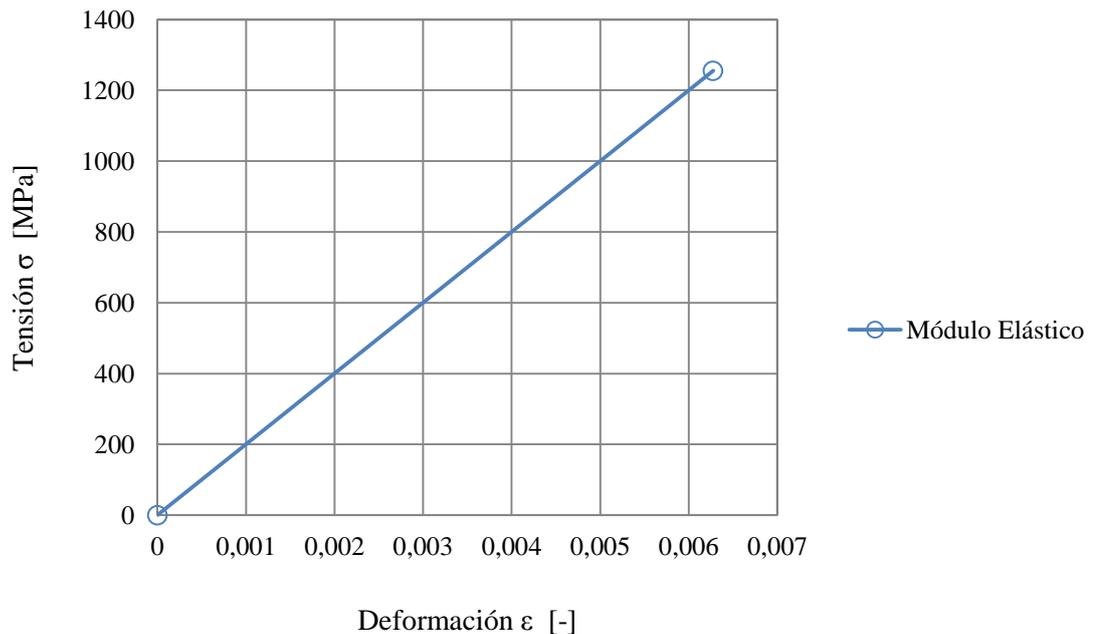


Gráfico [5.2] – Curva del Material: Modelo *Elástico*

4 Comentarios

Durante la configuración del modelo final de simulación, fueron realizadas distintas pruebas, a partir de las cuales se desprende lo siguiente:

- Las simplificaciones realizadas en la geometría, tales como la condición de simetría utilizada, dan como resultado una “linealidad geométrica”;
- La representación de los vínculos entre los distintos componentes se logró mediante contactos de formulación lineal, resultando entonces en una “linealidad de contactos”;
- El estudio realizado sobre los efectos de plasticidad, indica que la zona alrededor de la punta de la grieta, no está sujeta a grandes deformaciones plásticas, por lo que puede emplearse la teoría de la Mecánica de Fractura Lineal Elástica y modelar el comportamiento del material de forma “lineal”.

Tales razones derivan en la posibilidad del uso de principio de superposición de resultados, conveniente cuando se desea, por ejemplo, analizar diferentes casos de solicitaciones y luego combinarlos. Esta cualidad, se vuelve de carácter importante en cuanto al ahorro de recursos informáticos y tiempo de cálculo.

Referencias del Capítulo V

[5-1] Mechanical Behavior of Materials, Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue. 3rd Ed. – Dowling.-

[5-2] Software ANSYS 14.0.-

CAPÍTULO VI
RESULTADOS Y DEFINICIÓN DE
PERÍODOS DE INSPECCIÓN

CAPÍTULO VI

El presente capítulo está destinado a mostrar los resultados acerca de cómo ocurre la propagación de grietas en la platabanda inferior del larguero, perteneciente a la aeronave Ayres S2R, obtenidos a partir de un análisis de Elementos Finitos.

En primer lugar se muestra de qué manera fueron obtenidos dichos resultados y luego el trabajo realizado en los mismos, empleando un método algebraico y aprovechando la linealidad del modelo. Luego, a partir de la metodología mencionada, se obtienen los gráficos en los que se muestran las variables principales, que describen cómo es la propagación de grietas en el componente estudiado. En base a esto, es posible determinar los valores críticos de las grietas que se formarán y su dimensión admisible, la cual será utilizada para la determinación de los períodos de inspección. Dichos lapsos, son los que finalmente indicarán la Tolerancia al Daño de la estructura.

1 Obtención de Resultados

A continuación se muestran los principales resultados, obtenidos a partir de la simulación del modelo final.

1.1 Resultados de Tensión

En las imágenes expuestas más abajo, se muestra como es la distribución de tensiones en la dirección “y”. Tal distribución se presenta en escala logarítmica, logrando de esta forma una mejor comprensión de los resultados.

En la Fig. [6.1] se puede visualizar el modelo completo, con excepción del reticulado, donde se señala la ubicación del valor máximo de tensión, y también se encuadra la zona presentada luego en las Fig. [6.2] y [6.3]. Estas últimas, son un acercamiento de la zona de estudio. Aquí se debe prestar especial atención al hecho de que en varios lugares aparecen regiones de color rojo, indicando esto que allí ocurren grandes tensiones de tracción. Tales resultados sugieren que se está en presencia de ubicaciones potenciales para la nucleación de defectos.

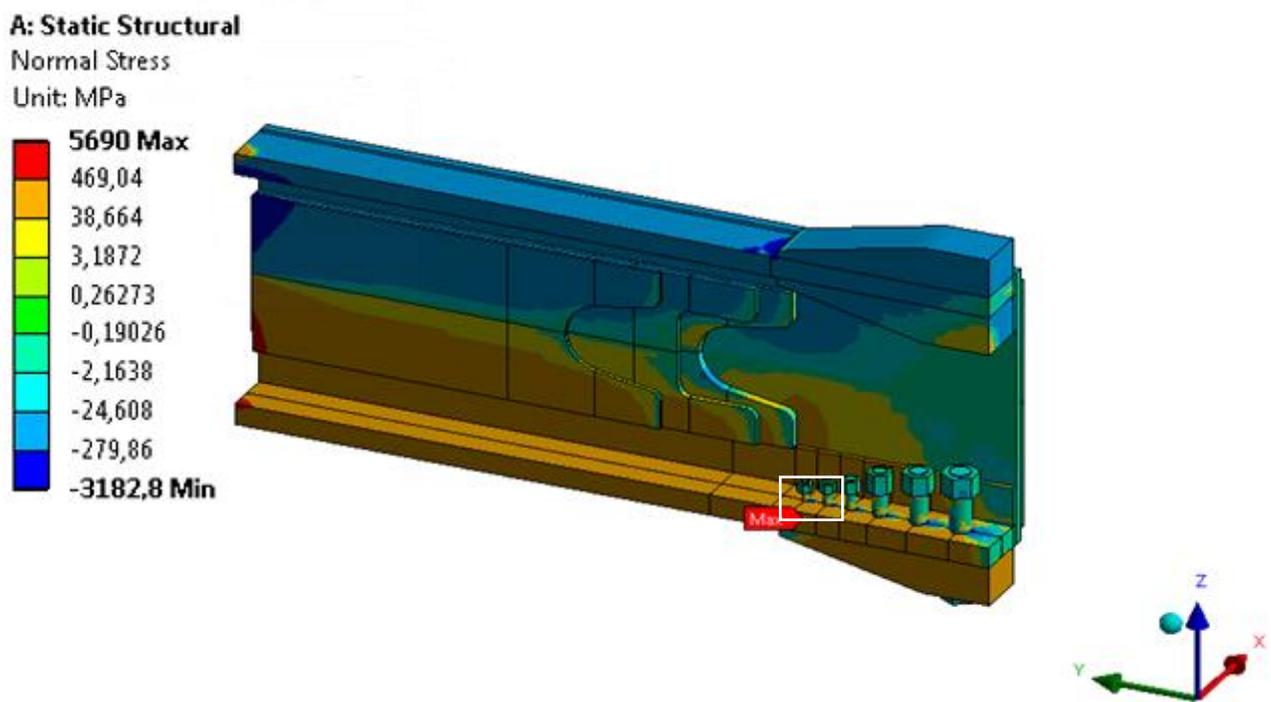


Figura [6.1] – Distribución de Tensiones Normales en “y”.
 Indicación de Tensión Máxima

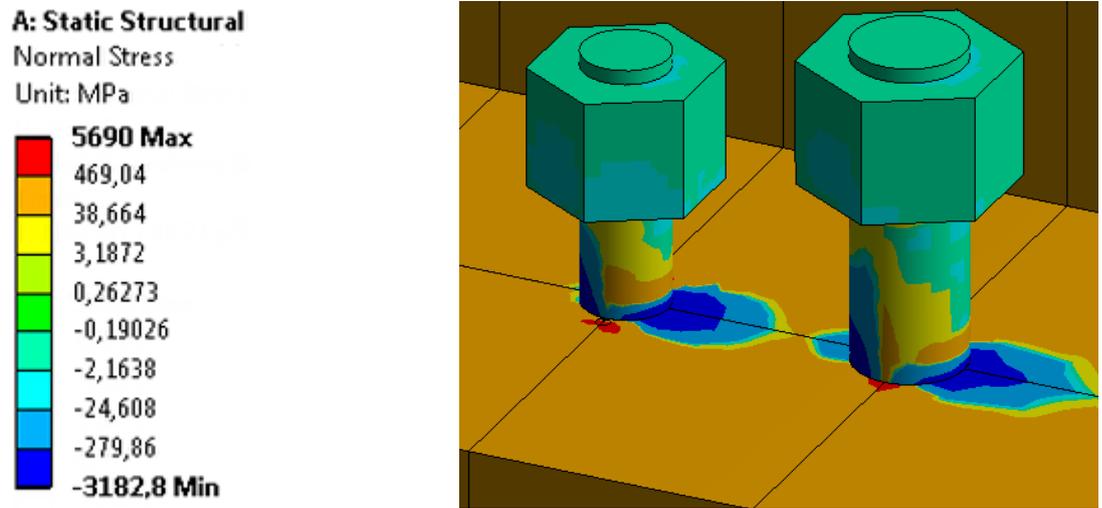


Figura [6.2] – Distribución de Tensiones alrededor de Agujeros en Presencia de una Grieta y Zonas de Potencial Nucleación - Con Bulones

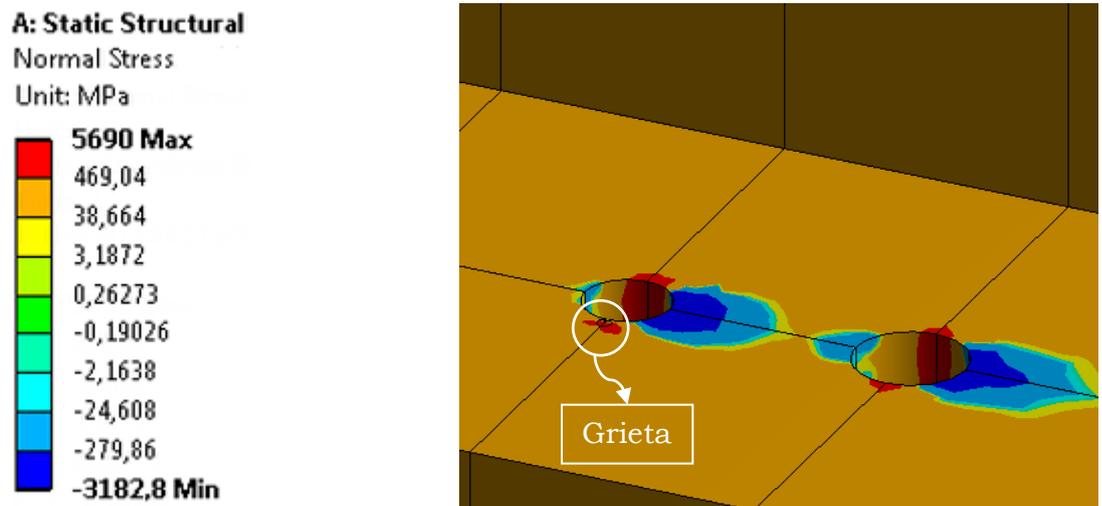


Figura [6.3] – Distribución de Tensiones alrededor de Agujeros en Presencia de una Grieta y Zonas de Potencial Nucleación - Sin Bulones

1.2 Resultados de Factor Intensificador de Tensiones

La simulación del modelo para la obtención de resultados se lleva a cabo teniendo en cuenta la linealidad que presenta el mismo. Dada esta cualidad, se puede disminuir considerablemente el tiempo de cómputo, aplicando operaciones algebraicas.

Básicamente la metodología consiste en obtener la distribución de K a lo largo del espesor de la platabanda para cada tipo de sollicitación aplicada, es decir, pre-tensión de bulones, corte, flexión y torsión. Para estas tres últimas, la distribución es calculada para un valor de carga unitario, de modo de que al multiplicarlas por el valor de carga real, se obtenga la distribución de K específica para la sollicitación. Luego, superponiendo tales resultados parciales, se encuentra la distribución K vs t para cada caso de carga de los perfiles de misión propuestos (ANEXO [D]).

A continuación en el Gráfico [6.1] se muestran las distribuciones de K vs t para cada una de las sollicitaciones. Esta representación es la correspondiente al análisis de una grieta de longitud $a = 0.55$ [mm].

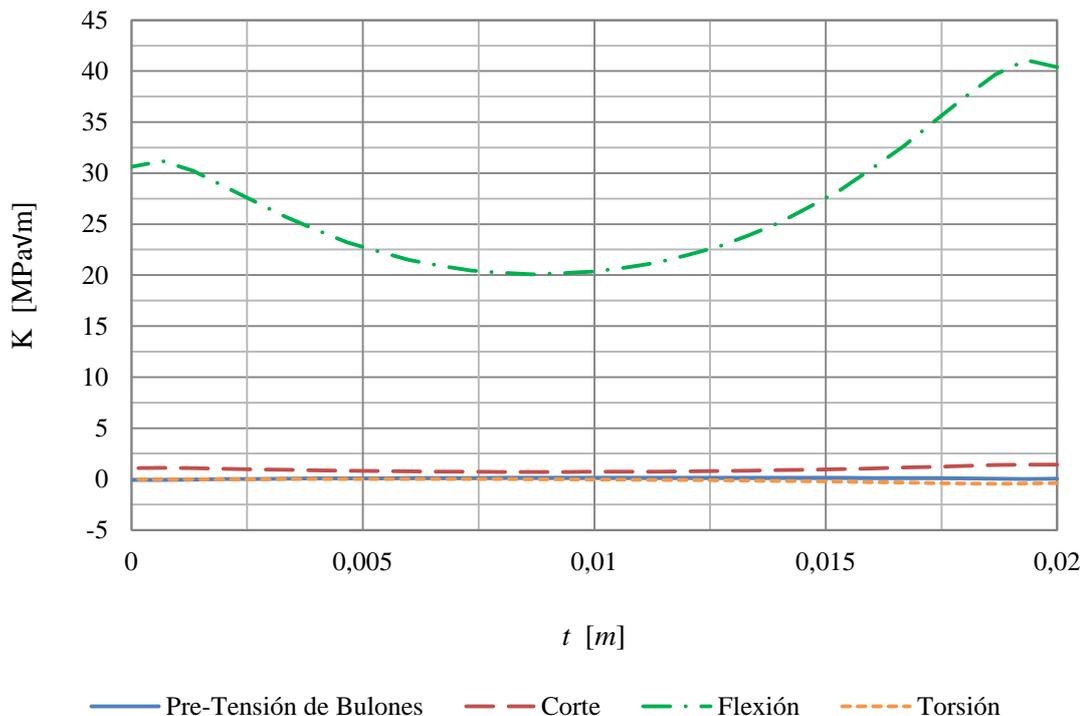
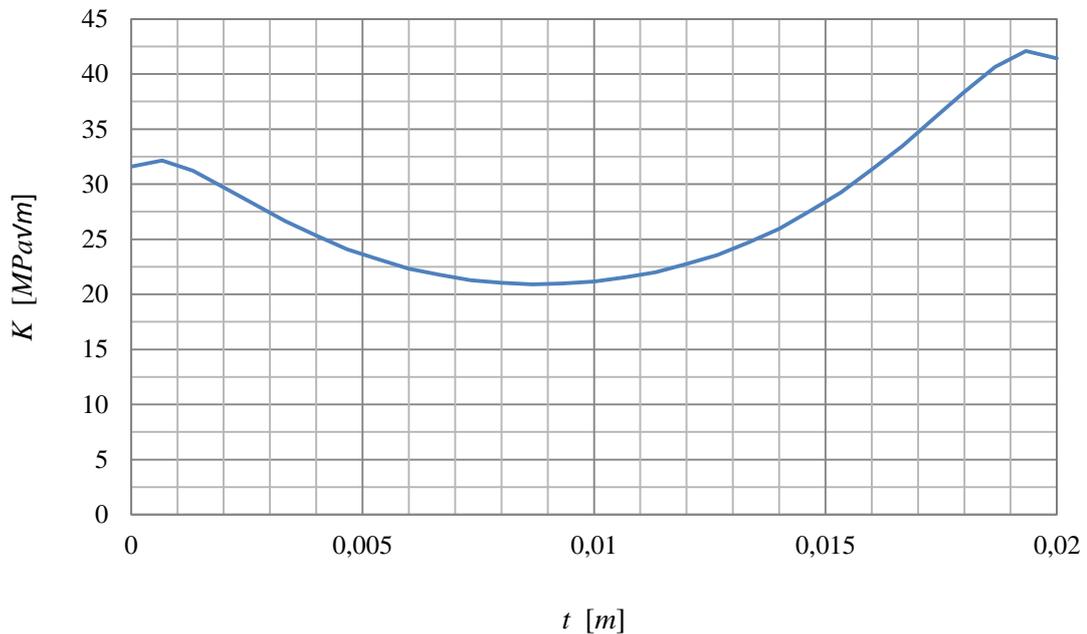


Gráfico [6.1] – Distribución K vs t para cada Sollicitación con $a = 0.55$ [mm]

En el Gráfico [6.1] puede notarse que de las contribuciones que presentan las distribuciones asociadas a cada carga, la que mayor influencia tendrá en el comportamiento de la distribución total es la correspondiente al Momento Flector. Esto puede observarse en el siguiente gráfico, donde la combinación de todas las contribuciones de K , toma la misma forma que la del momento alrededor del eje “ y ”.

Gráfico [6.2] – Distribución K vs t Total con $a = 0.55$ [mm]

1.1 Resultados para Perfil de Vuelo 1

Si el procedimiento explicado anteriormente, es aplicado para las cargas del perfil de vuelo 1, mostradas en el *Capítulo IV – Sección 2*, será posible conocer, por ejemplo:

- El valor del máximo K para cada caso de carga;
- La distribución de K vs t para cada caso de carga;
- La distribución de ΔK para cada bloque de ciclos;
- La tasa de crecimiento da/dN para cada bloque de ciclos.
- Etc.

En función de los datos obtenidos, una de las curvas que resulta interesante mostrar, es la correspondiente a da/dN vs ΔK , Gráfico [6.3], la cual sigue un comportamiento de crecimiento de grieta exponencial de acuerdo a la Ecuación de Walker, cuyo desarrollo se explica en el anexo (ANEXO [D]). Aquí es notorio como se va incrementando el ΔK a medida que crece la grieta, ilustrado en el Gráfico [6.4], lo que lleva a un incremento de la velocidad de propagación de la misma.

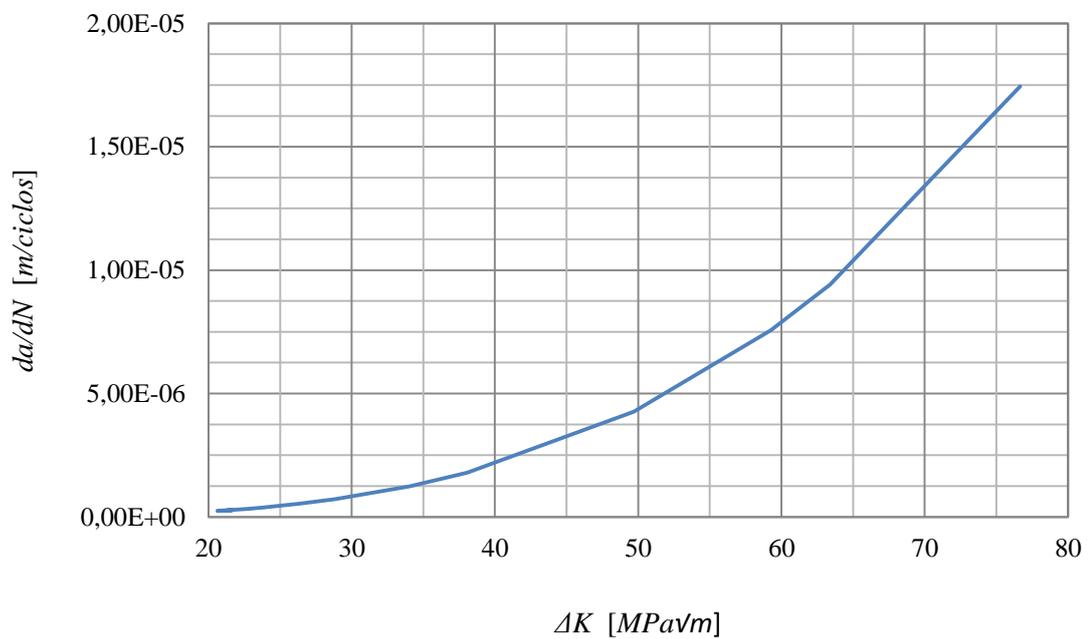


Gráfico [6.3] – da/dN vs ΔK para Perfil de Vuelo 1

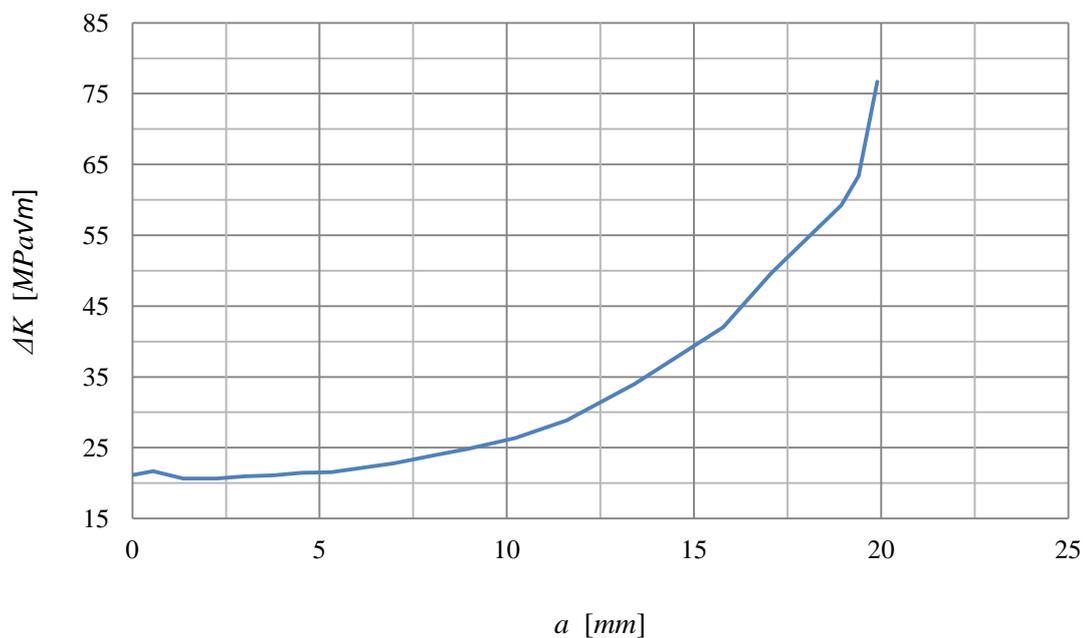


Gráfico [6.4] – ΔK vs a para Perfil de Vuelo 1

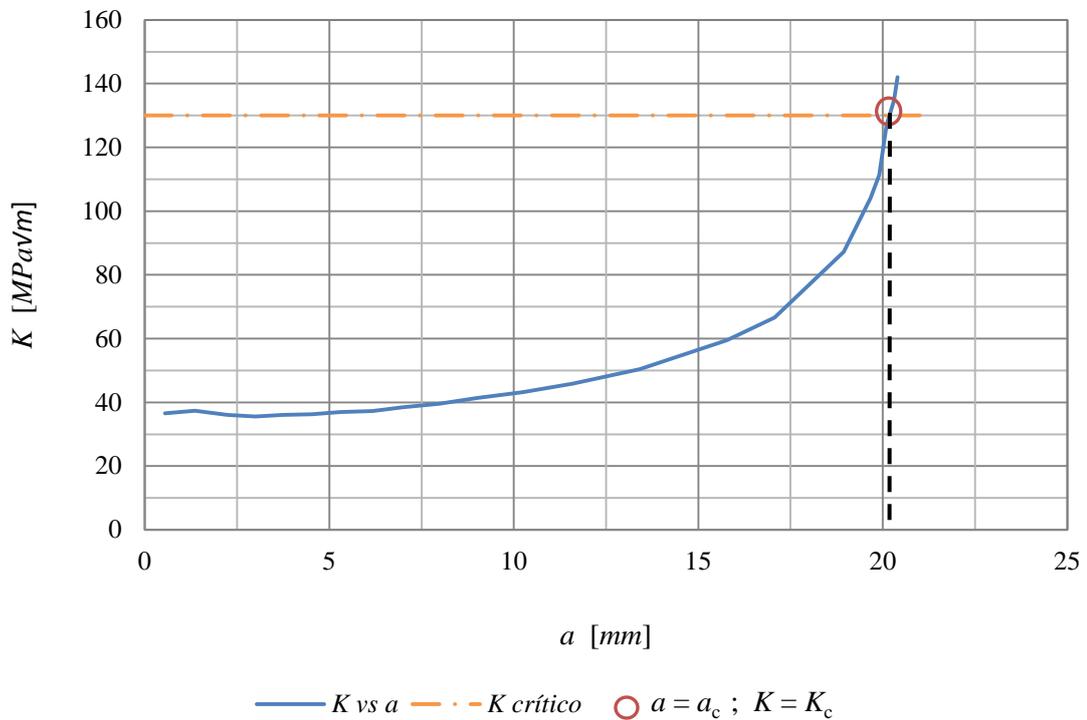


Gráfico [6.5] – $K_{m\acute{a}x}$ vs a para Perfil de Vuelo 1

Otra de las curvas de gran interés es la referente a la variación de $K_{m\acute{a}x}$ respecto de a , cuyo comportamiento es ilustrado en el Gráfico [6.5]. En el mismo también se grafica el K_c del material. Puede notarse que estas curvas se intersecan en un punto, el cual representa la longitud de grieta para la que se alcanza el valor de K_c , es decir, la longitud de grieta crítica a_c . Este valor es $a_c = 20.2$ [mm].

Como fue mencionado en capítulos anteriores, cuando se alcance el valor de a_c el K alcanza el valor de K_c , y la pieza falla estáticamente.

1.2 Resultados para Perfil de Vuelo 2

Análogamente, se pueden encontrar los correspondientes gráficos para el perfil de vuelo 2, explicados también en el *Capítulo IV – Sección 2*. Los mismos son mostrados a continuación.

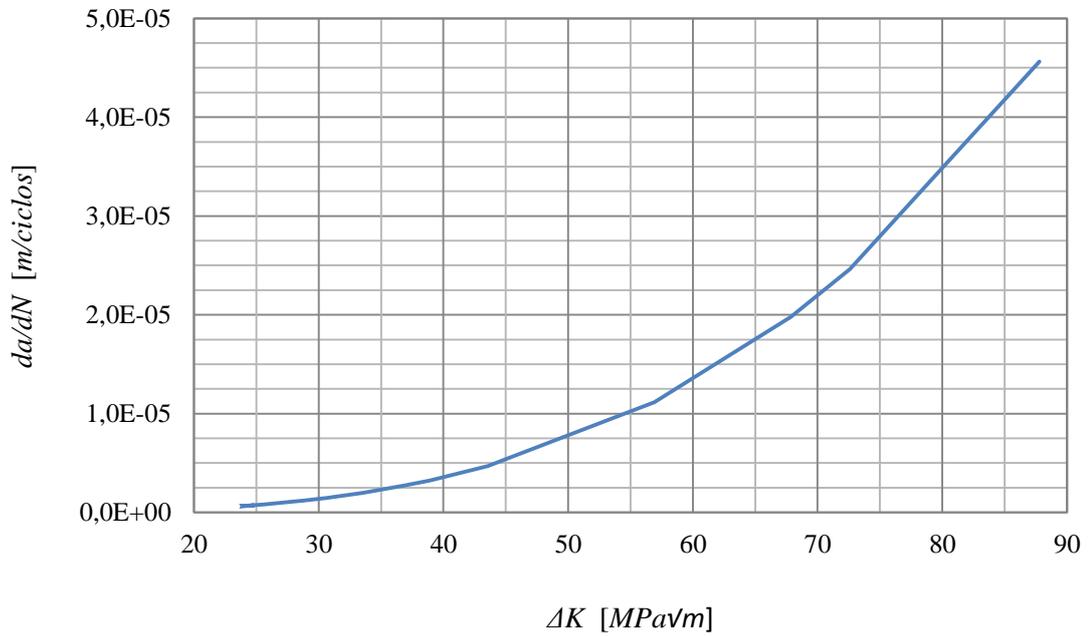


Gráfico [6.6] – da/dN vs ΔK para Perfil de Vuelo 2

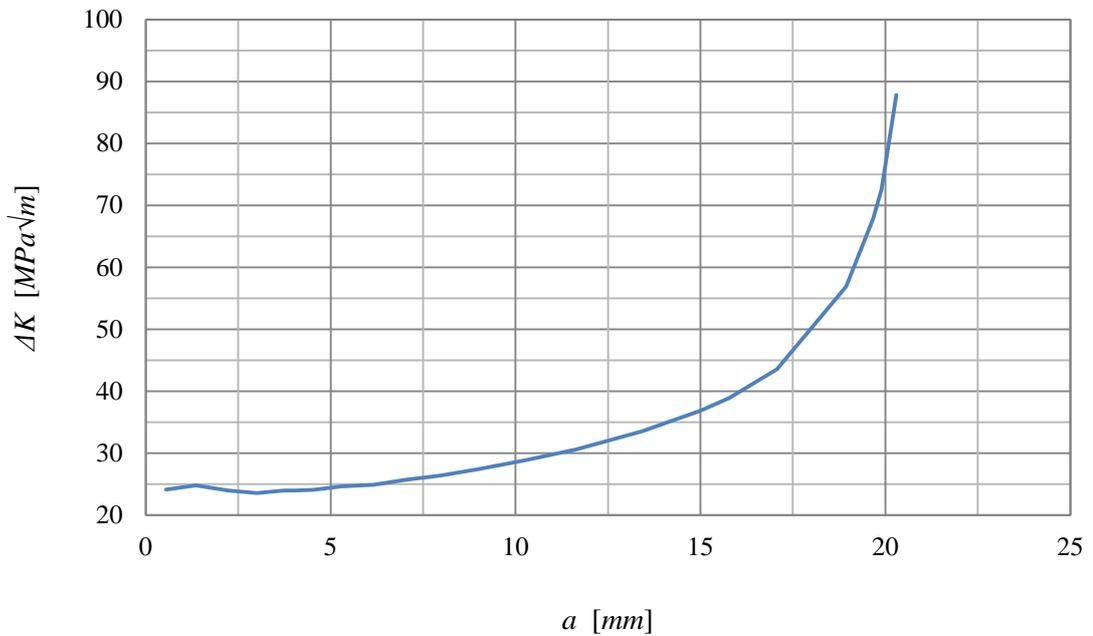


Gráfico [6.7] – ΔK vs a para Perfil de Vuelo 2

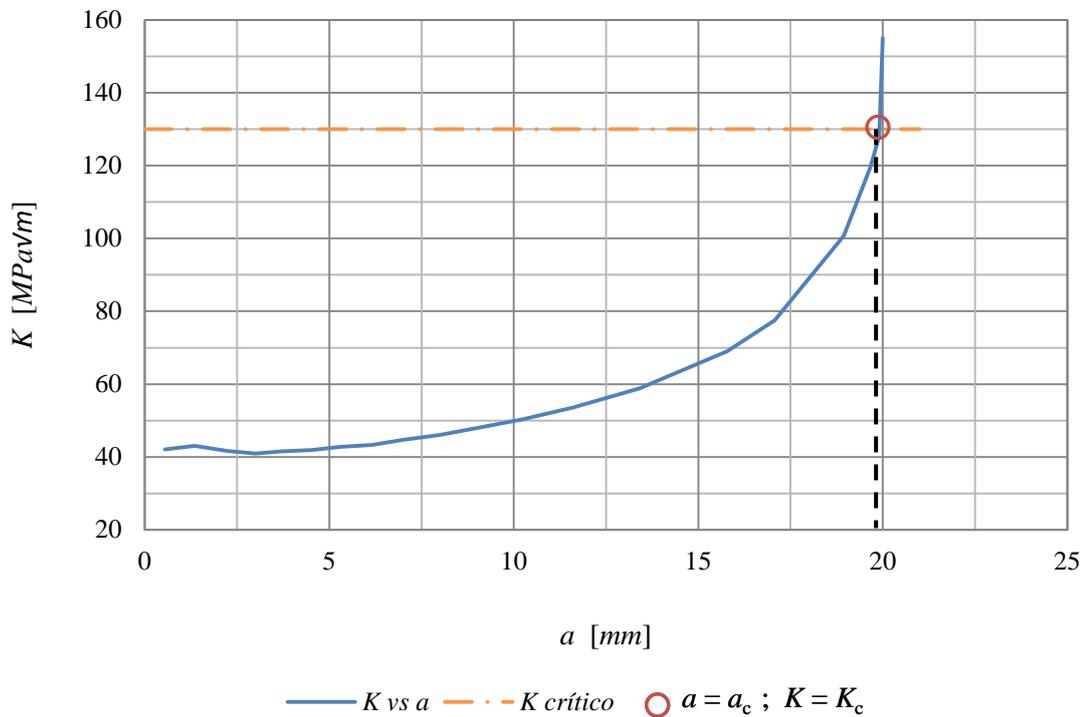


Gráfico [6.8] – $K_{m\acute{a}x}$ vs a para Perfil de Vuelo 2

El comportamiento de las curvas presentadas en los Gráficos [6.6] y [6.7], resulta similar a los exhibidos para el perfil de vuelo 1, con la diferencia de que los valores de da/dN y ΔK son ahora mayores, lo cual era esperado debido a que las cargas asociadas a este segundo perfil de vuelo son más altas. En cuanto al Gráfico [6.8], se observa que el valor de longitud de grieta en que se alcanza el K_c es menor al del perfil 1. Este valor es $a_c = 19.9$ [mm].

➔ Comentario

A partir de los gráficos obtenidos para los perfiles de vuelo 1 y 2, y los resultados calculados en base a ellos, se decide que tanto los intervalos de inspección, como las variables que intervengan en su cálculo, serán determinados en base al perfil de vuelo 2, debido a que éste presenta comparativamente valores que llevarán a tomar decisiones más conservativas. Esto se observa de forma más clara en los siguientes gráficos, donde

se superponen diferentes curvas correspondientes a ambos perfiles de vuelo. En el Gráfico [6.9], se distingue que para un mismo tamaño de grieta, el Perfil de Vuelo 2 presenta un valor de K mayor, alcanzando el K_c primero. Si bien los tamaños críticos de grieta que se desprenden de lo anterior son cercanos, la diferencia radica en la cantidad de ciclos a los que se debe someter la aeronave para alcanzar dicho tamaño. En el Gráfico [6.10] se observa lo anterior, mostrando que la pendiente de cada curva es notablemente diferente, siendo ésta mucho mayor para el segundo perfil de vuelo, indicando una velocidad de propagación de grieta también mayor.

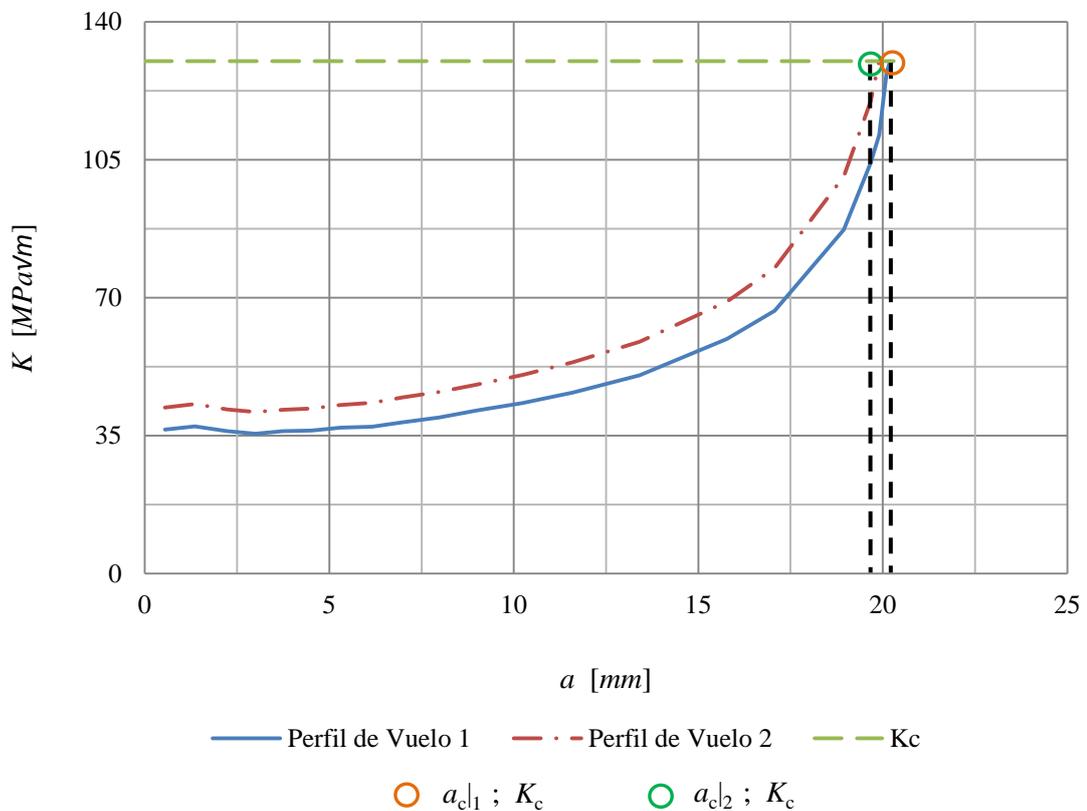


Gráfico [6.9] – Comparación de K vs a entre Perfil de Vuelo 1 y 2

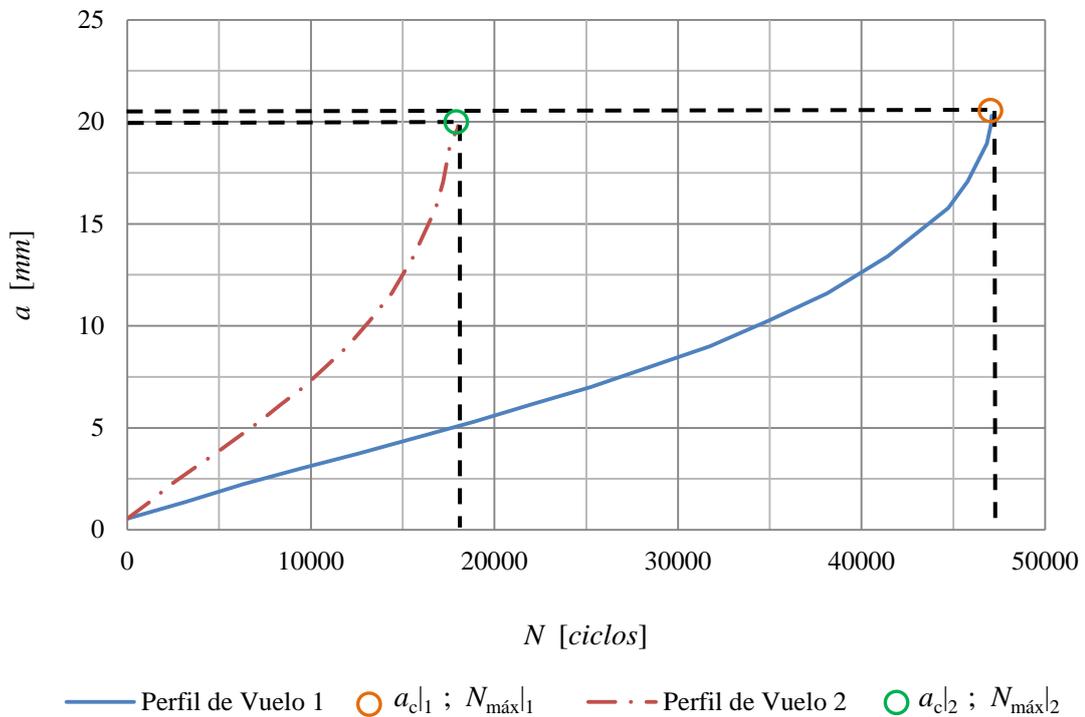


Gráfico [6.10] – Comparación de a vs N entre Perfil de Vuelo 1 y 2

2 Tamaño Crítico de Grieta

Al momento de determinar el tamaño crítico de la grieta, existen dos posibilidades:

1. La primera es que se alcance la *Tenacidad a la Fractura* del material, lo que produciría una propagación rápida de la grieta;
2. La segunda posibilidad es que la grieta se propague hasta romper totalmente el elemento.

En base a esto, y a partir del Gráfico [6.10], se conoce que el caso de estudio responde a la primera posibilidad, y que la longitud crítica de grieta es $a_c = 19.9 [mm]$. A este tamaño de defecto, la platabanda fallará estáticamente.

2.1 Tamaño Tolerable de Grieta

De acuerdo a lo explicado en *Capítulo I*, una vez estimado el valor de a_c es necesario definir a partir de él, cuál será la longitud de grieta tolerable a_t que se admitirá durante la vida en servicio de la platabanda. Para ello debe elegirse un factor de seguridad.

El factor de seguridad para cargas estáticas es $j = 1.5$. Si bien el caso de análisis es para cargas cíclicas y no estáticas, debido a la falta de información acerca de factores de seguridad utilizados para fatiga, se decide emplear el mismo.

Luego, aplicando este factor a la longitud de grieta crítica se obtiene un tamaño de grieta tolerable de:

$$a_t = \frac{a_c}{j} = \frac{19.9 [mm]}{1.5} = 13.3 [mm]$$

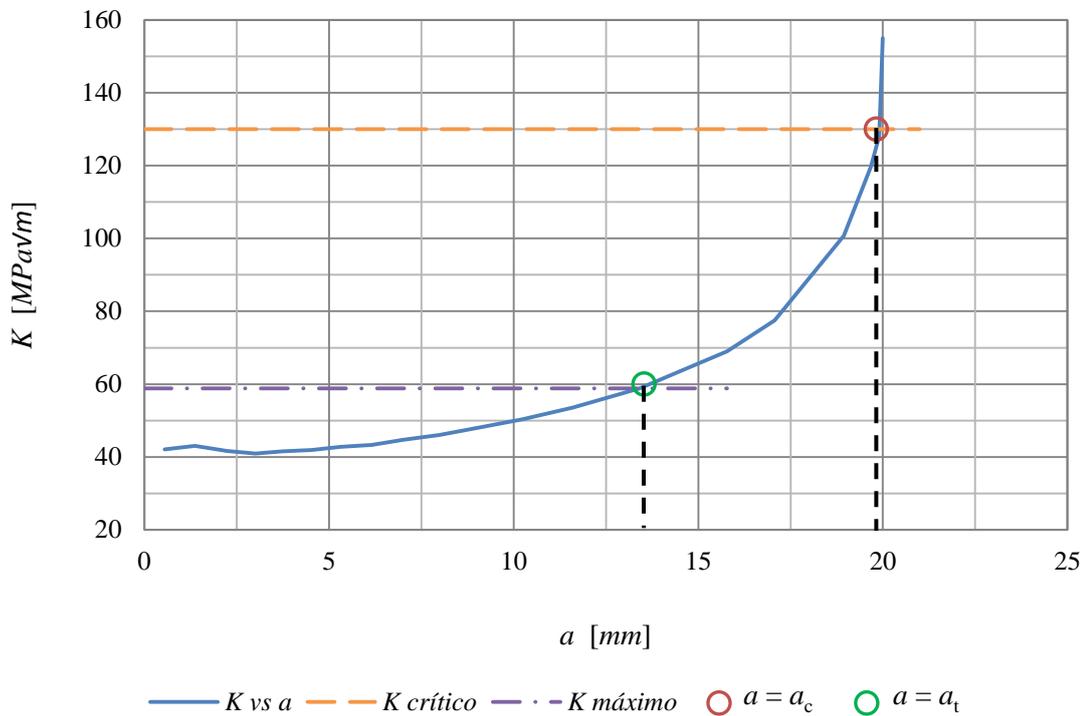


Gráfico [6.11] – a_c y a_t para el Perfil de Vuelo 2

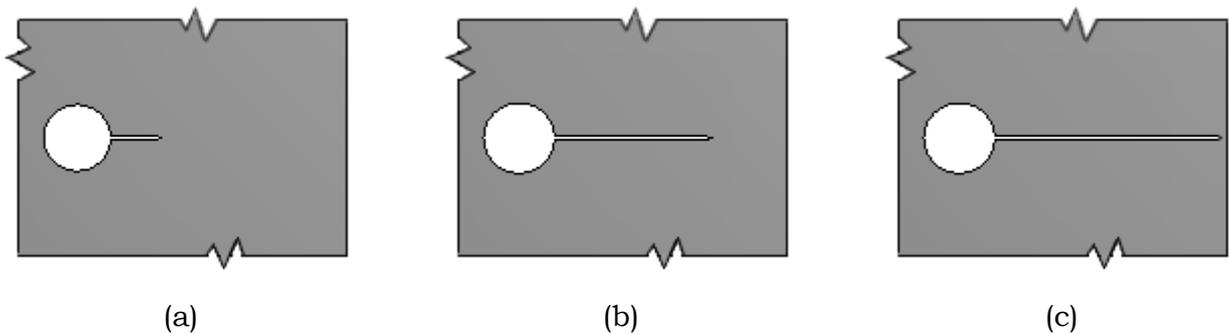


Figura [6.4] – Representación de Grieta para Diferentes Tamaños; (a) $a = 4.5 [mm]$; (b) $a_t = 13.3 [mm]$; (c) $a_c = 19.9 [mm]$

En el Gráfico [6.11], se puede observar la longitud de grieta crítica, la cual está asociada a $K_c = 130 [MPa\sqrt{m}]$ y la longitud de grieta tolerable asociada a $K_{m\acute{a}x} = 58.8 [MPa\sqrt{m}]$.

3 Períodos de Inspección

Una vez definido el tamaño máximo de grieta que será permitido en la platabanda, se determinan los períodos de inspección, desde que la grieta fue descubierta hasta que la misma alcanza el valor de grieta tolerable a_t . Para ello, se deben tener en cuenta ciertas variables.

En principio, el análisis realizado asume que se encuentran defectos en la platabanda cuando los mismos alcanzan un tamaño de $0.55 [mm]$, por lo que este es el tamaño de grieta inicial. Por otra parte, es lógico pensar que la forma de operar la aeronave determine la frecuencia de las inspecciones. Para el caso propuesto en este trabajo y, de acuerdo a datos testimoniales, se estima que la aeronave vuela un máximo de 600 hs. anuales , y se considera que para el Perfil de Vuelo 2 cada misión tiene una duración de 0.5 hs. Con estos datos se calcula que la aeronave estaría sujeta a 1200 ciclos despegue-fumigación-aterrizaje por año.

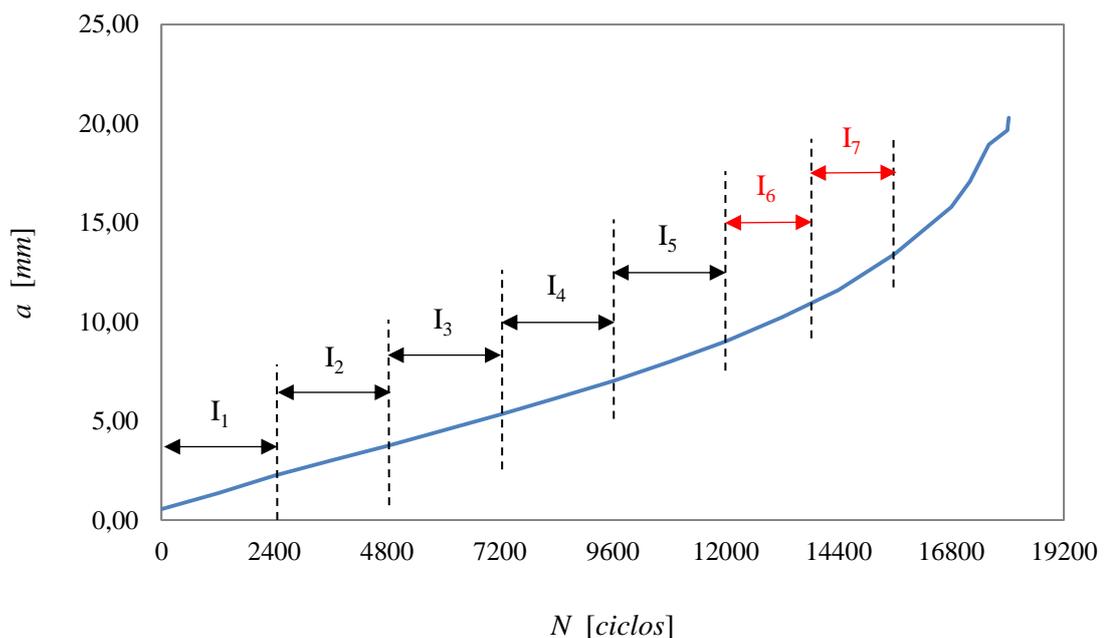


Gráfico [6.12] – a vs N para el Perfil de Vuelo 2: Períodos de Inspección

En base a lo mencionado antes, se propone un plan de inspección como se muestra en el Gráfico [6.12], y cuyos valores se especifican en la Tabla [6.1], tanto en ciclos como en años. Dicho plan consiste en siete períodos, de los cuales los primeros cinco son de igual duración y ocurren durante los primeros 10 años a partir de descubierta la grieta. Los dos últimos períodos, también de igual duración entre sí, transcurren durante los siguientes 3 años, y son más cortos que los primeros, debido a la proximidad del defecto a su tamaño tolerable. Se puede observar en el Gráfico [6.12], que durante los primeros 12000 *ciclos*, el crecimiento de la grieta se comporta de manera casi lineal. Luego, a partir de dicho valor, el crecimiento de la misma comienza a adoptar una forma exponencial, factor por el cual se decide acortar los próximos intervalos de inspección.

Intervalo de Inspección	$a_{estimado}$ [m]	N [ciclos parciales]	N [ciclos acumulados]	Vida (años parciales)	Vida (años acumulados)
-	0.00055	0	0	-	-
I ₁	0.00224	2400	2400	2	2
I ₂	0.00374	2400	4800	2	4
I ₃	0.00531	2400	7200	2	6
I ₄	0.00700	2400	9600	2	8
I ₅	0.00900	2400	12000	2	10
I ₆	0.01085	1800	13800	1.5	11.5
I ₇	0.01341	1800	15600	1.5	13

Tabla [6.1] – Tamaños de Grietas esperados para cada Ciclo de Inspección

3.1 Acciones a Tomar a partir de las Inspecciones

En base a lo expuesto en el *Capítulo I*, se definen las siguientes acciones a tomar:

- Los tamaños de grietas detectados mediante NDT, no deben superar para cada período de inspección definido, los especificados en la Tabla [6.1]. En caso de que dichos valores sean mayores a los estimados, se sugiere cambiar la platabanda del larguero o si se desea, el larguero en su totalidad.

- Si durante los sucesivos intervalos de inspección, el tamaño de grieta detectado se encuentra por debajo de los especificados en la Tabla [6.1], para su correspondiente período, cuando se cumpla el último de estos, de la misma manera que en el punto anterior, se sugiere que la platabanda sea reemplazada por una nueva o bien, la instalación de un nuevo larguero.

4 Comentarios

En relación a las imágenes presentadas al inicio del este capítulo, Fig. [6.1], [6.2] y [6.3], es conveniente aclarar que, si bien se puede observar la existencia de sitios susceptibles a la nucleación de nuevas grietas, el estudio de la propagación simultánea de múltiples defectos excede el alcance del presente Trabajo.

A partir de lo mencionado, se desprenderán en el siguiente capítulo posibles líneas futuras de estudio.

CAPÍTULO VII
COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

CAPITULO VII

En este Capítulo se exponen las Conclusiones del presente Trabajo, así como algunas sugerencias sobre futuras líneas de estudio que sería interesante desarrollar, dando así continuidad al mismo.

➤ Comentarios y Conclusiones

Mediante el análisis realizado se demuestra que se produce una acumulación de daño a lo largo de la vida de la aeronave en la zona de estudio. Sin embargo, de acuerdo al tiempo que le lleva a la grieta crecer hasta su tamaño crítico, el mismo no es considerado una amenaza, debido a que la tasa de crecimiento de grieta es moderada.

Durante el estudio del Factor Intensificador de Tensiones, se propusieron dos perfiles de misión, y en base a los resultados obtenidos se conoce que para ambos, la grieta alcanzará su tamaño crítico. Además, el estudio de Tensiones revela que durante la propagación de la misma, tendrá lugar la nucleación y el desarrollo de nuevas grietas.

Habiendo definido el tamaño tolerable del defecto, el tiempo que le tomará a la grieta llegar hasta ese valor es de aproximadamente 13 años. Luego en función de la velocidad de propagación calculada, se determinaron los períodos de inspección para el control de la grieta, teniendo en cuenta que los mismos puedan ser incluidos en el plan de mantenimiento.

Para el monitoreo de la evolución del defecto, se recomienda un ensayo de Ultrasonido, ya que de los mencionados en el *Capítulo I*, es el único que no requiere el desmontaje de componentes para su aplicación. De esta manera, efectivamente el seguimiento del daño se podría incluir en el programa de inspección, ya que esto no requeriría de acciones extras.

Si la grieta no es controlada debidamente, y la misma alcanza su valor crítico, propagando hasta cortar esa porción de platabanda, la redistribución de tensiones que se origina en el lado opuesto del agujero donde se ubica la grieta, generará tensiones que superan el valor de tensión última del material, llevando al colapso total de la platabanda por falla estática. Tal estudio excede el alcance del presente Trabajo, y será propuesto a continuación como posible línea futura.

Debido a la formulación y metodología que se utilizó para resolver el caso de estudio, el mismo puede emplearse para analizar otras configuraciones de cargas y nuevos perfiles de misión, de manera de ampliar el rango de información disponible o bien obtener nuevos resultados acerca del comportamiento de la grieta, según el trabajo al que se someta la aeronave.

Finalmente, en cuanto al desarrollo del Trabajo, es importante señalar la facilidad que da un Software para analizar grietas en elementos estructurales de una aeronave, haciendo posible predecir el número de ciclos para la falla por fatiga, es decir, el tiempo que le toma a la grieta alcanzar su longitud crítica o fallar por algún otro motivo válido.

Se debe mencionar que el estudio realizado no contempla los efectos que la corrosión puede generar en la velocidad de propagación de las grietas. Existe una alta probabilidad de que dicho fenómeno se presente debido a los productos utilizados en la fumigación, los cuales pueden ser potenciados por una mala limpieza de la aeronave. Además, este estudio no contempla los efectos por agentes externos que pudieran aparecer debido a la zona de operación de la misma.

➤ Líneas Futuras

Como futuras líneas para Trabajos Finales, que continúen el desarrollo presentado en este, se pueden destacar las siguientes:

- Realizar un estudio equivalente, teniendo en cuenta la posibilidad de que aparezcan múltiples grietas, de modo de que cuando una primer grieta se encuentre propagando, haya una o más que estén nucleando en el material.
- Realizar una evaluación de la estructura a falla total, cuando la grieta plantada alcanza su tamaño crítico.
- Realizar un estudio similar al de este Trabajo, analizando el caso para diferentes materiales, insertando así la posibilidad de una mejora en cuanto a performance del diseño de la platabanda.

ANEXO A

Códigos e Imágenes del Capítulo III

- 1 Figuras correspondientes al Cálculo de K mediante la Resolución de la Integral J en el Software de Análisis

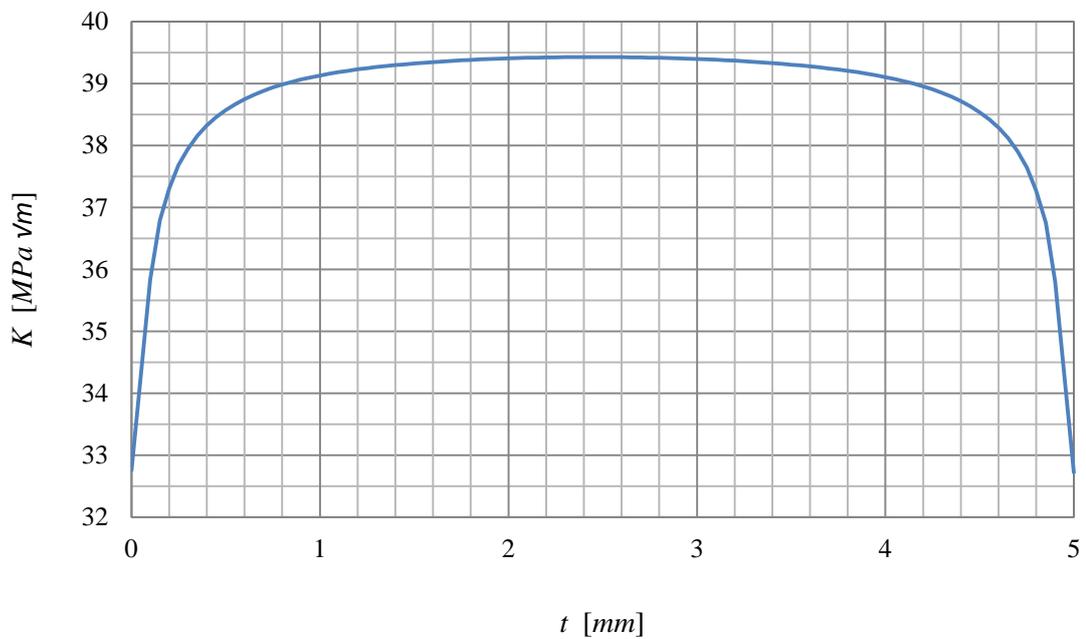


Figura [A-1] – Longitud de Grieta $a = 0.7$ [mm]

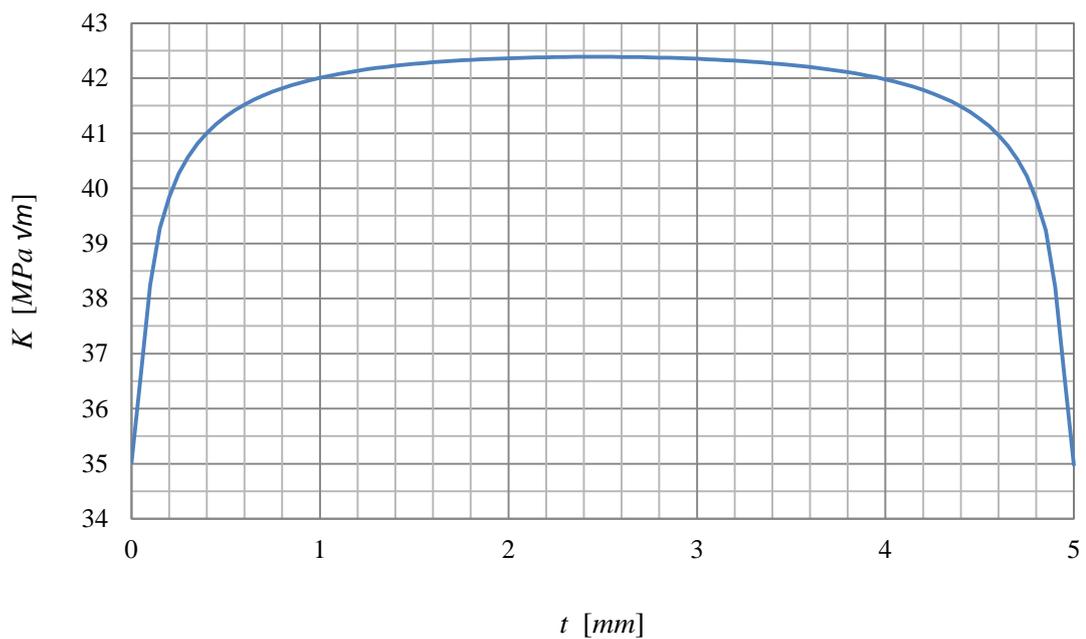


Figura [A-2] – Longitud de Grieta $a = 0.9$ [mm]

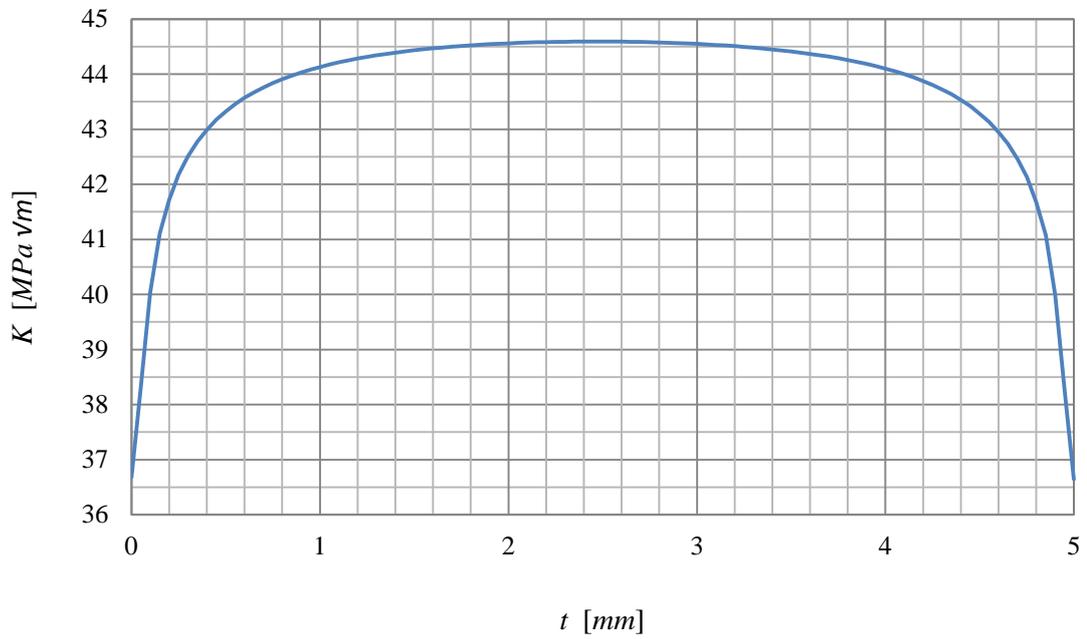


Figura [A-3] – Longitud de Grieta $a = 1.1$ [mm]

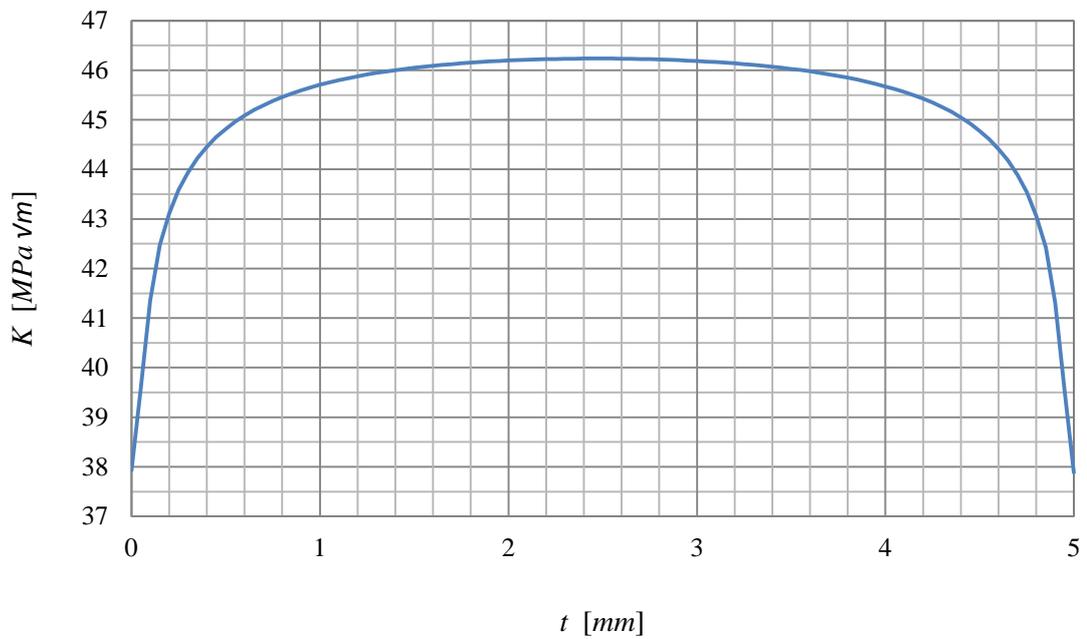


Figura [A-4] – Longitud de Grieta $a = 1.3$ [mm]

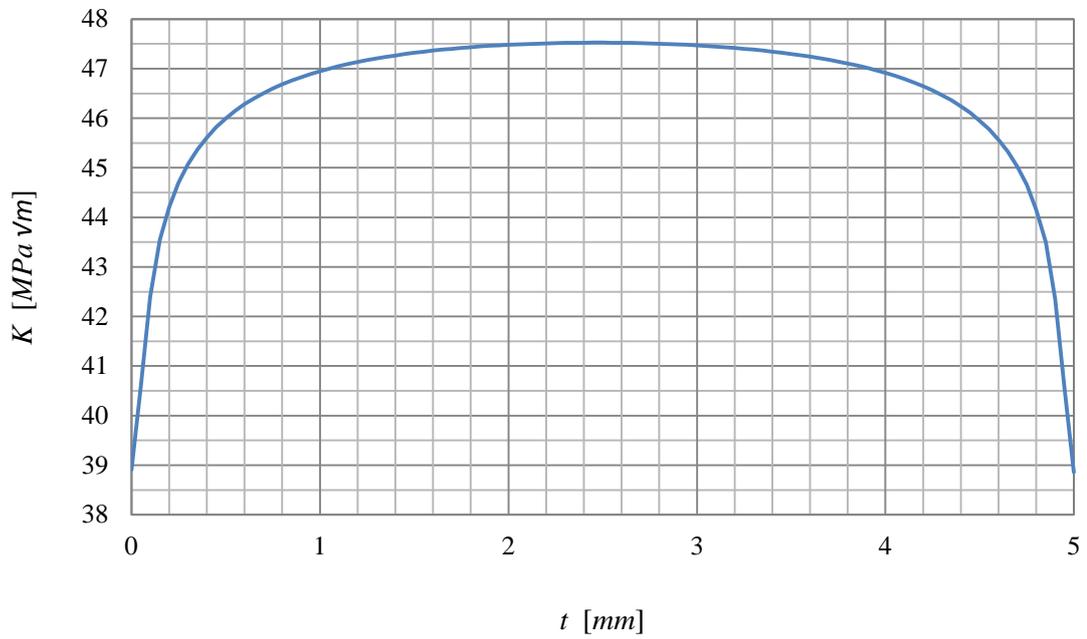


Figura [A-5] – Longitud de Grieta $a = 1.5$ [mm]

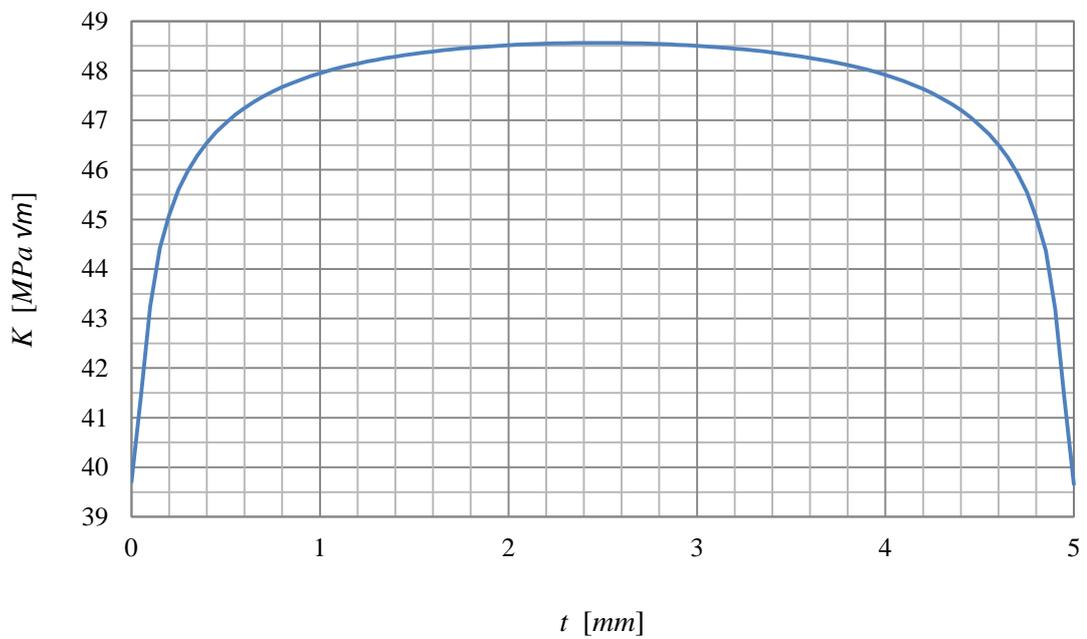


Figura [A-6] – Longitud de Grieta $a = 1.7$ [mm]

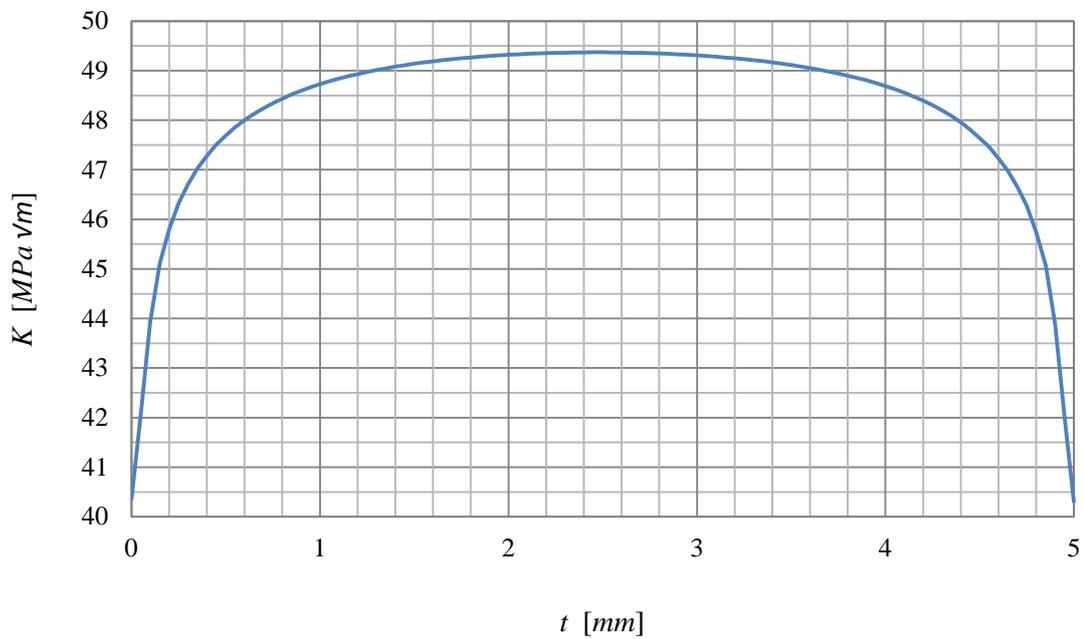


Figura [A-7] – Longitud de Grieta $a = 1.9$ [mm]

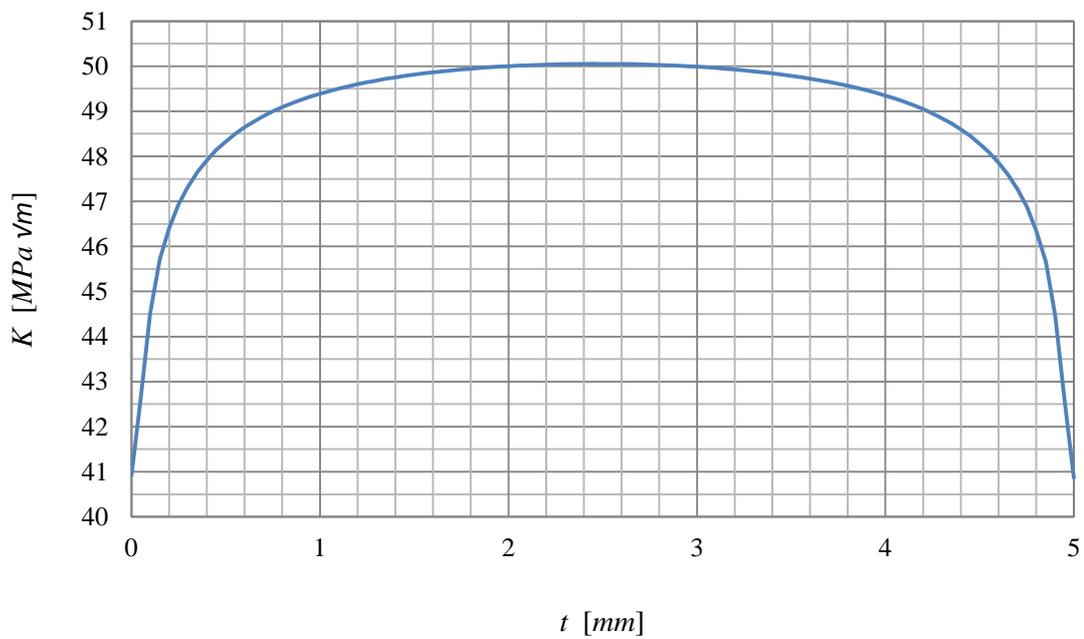


Figura [A-8] – Longitud de Grieta $a = 2.1$ [mm]

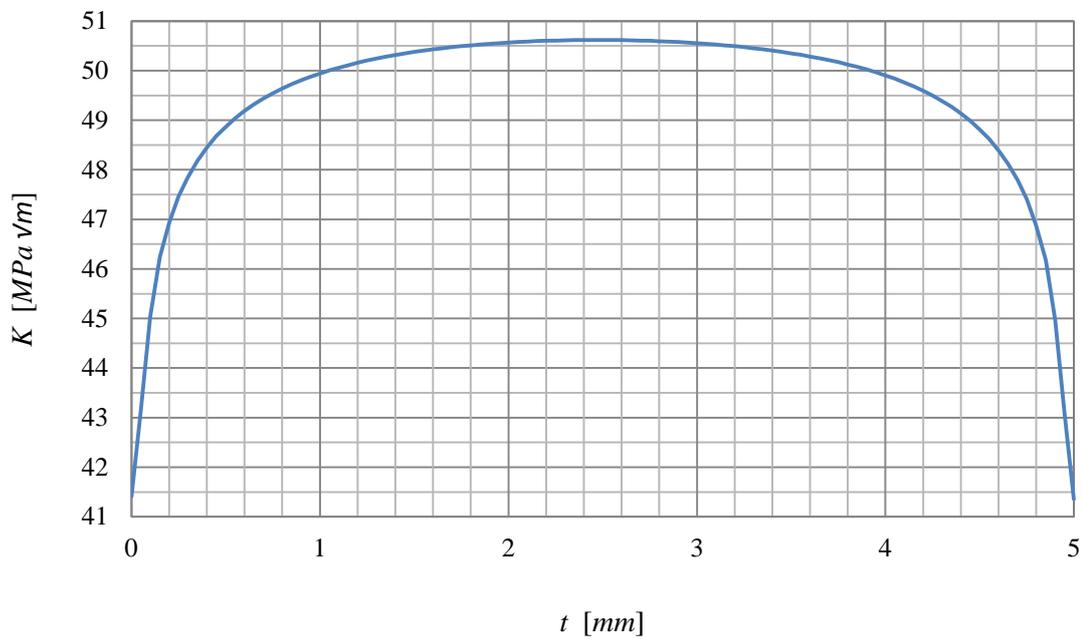


Figura [A-9] – Longitud de Grieta $a = 2.3 \text{ [mm]}$

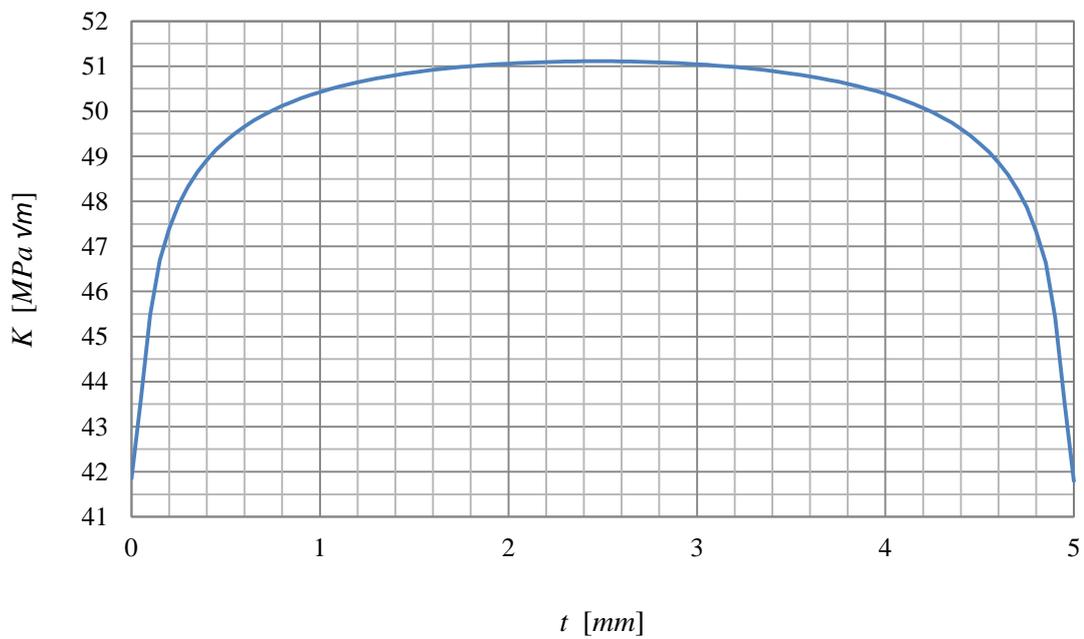


Figura [A-10] – Longitud de Grieta $a = 2.5 \text{ [mm]}$

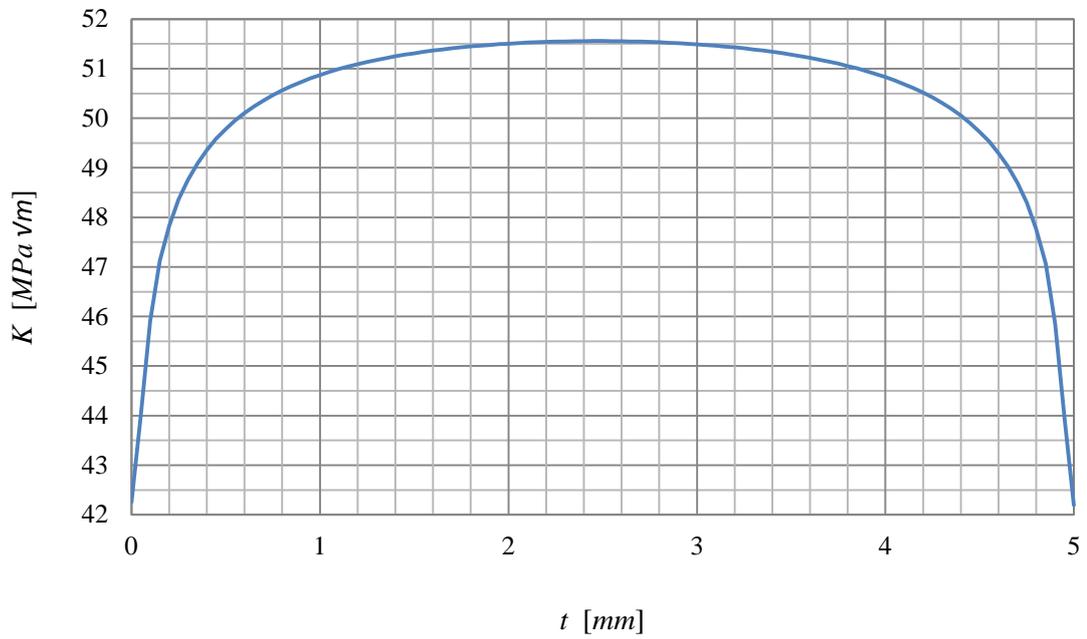


Figura [A-11] – Longitud de Grieta $a = 2.7$ [mm]

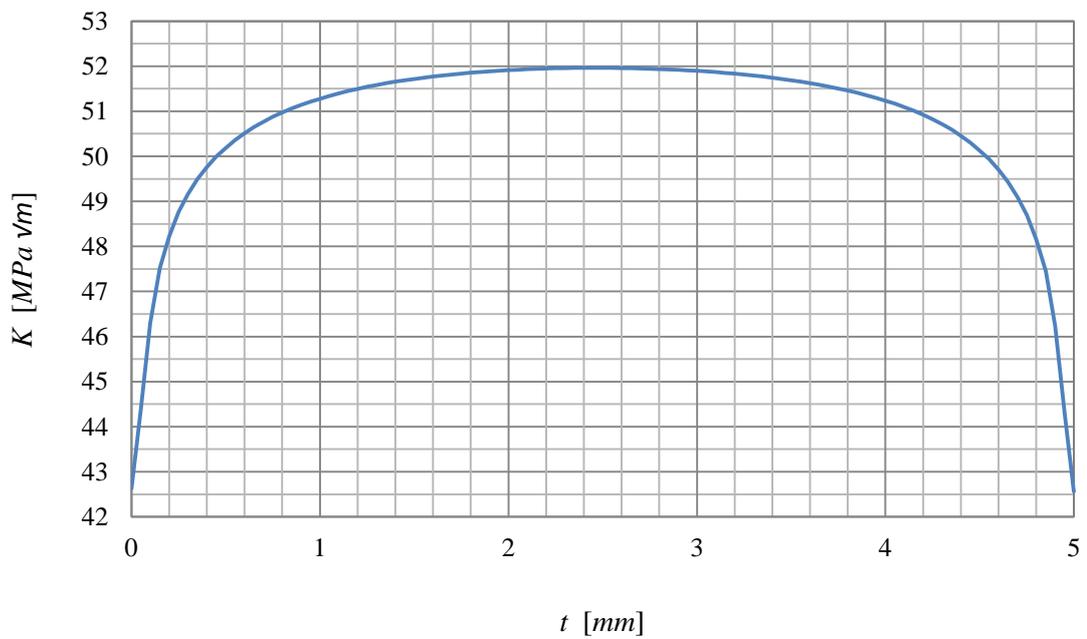


Figura [A-12] – Longitud de Grieta $a = 2.9$ [mm]

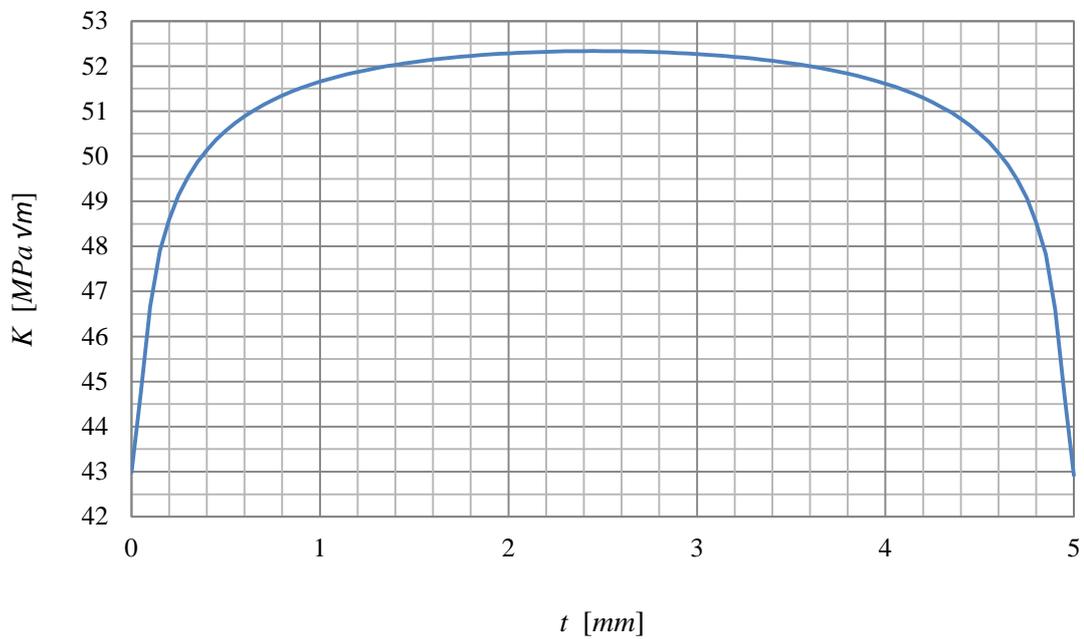


Figura [A-13] – Longitud de Grieta $a = 3.1$ [mm]

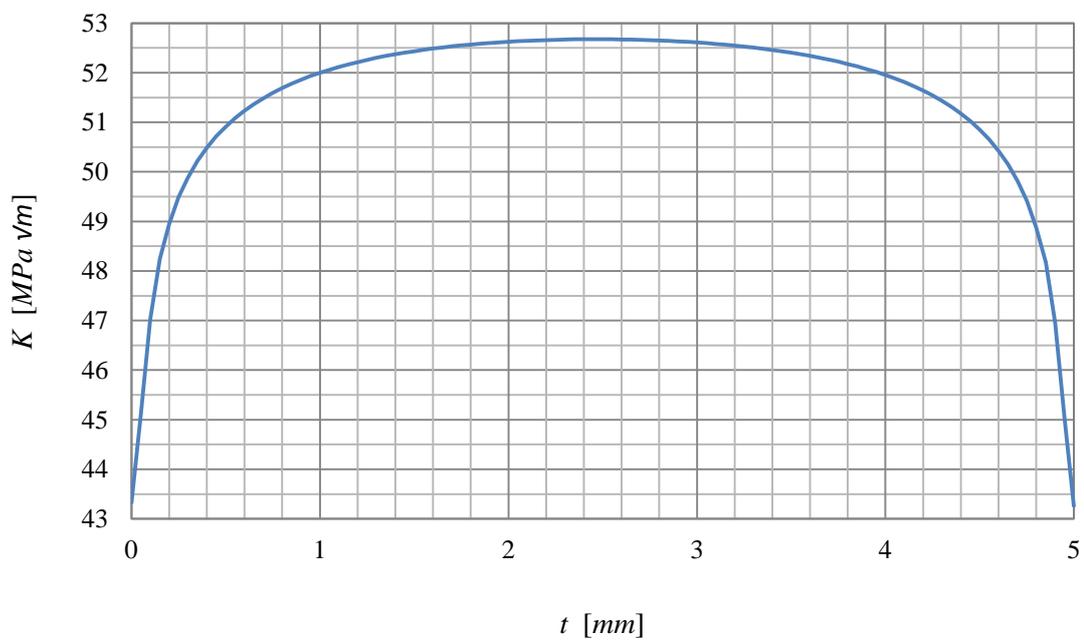


Figura [A-14] – Longitud de Grieta $a = 3.3$ [mm]

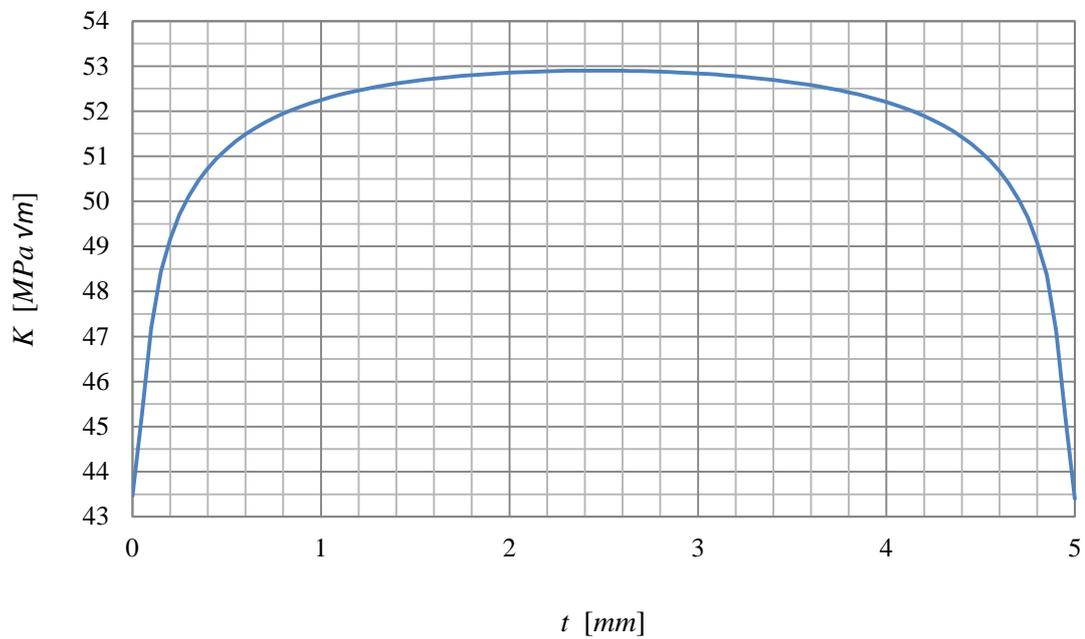


Figura [A-15] – Longitud de Grieta $a = 3.5$ [mm]

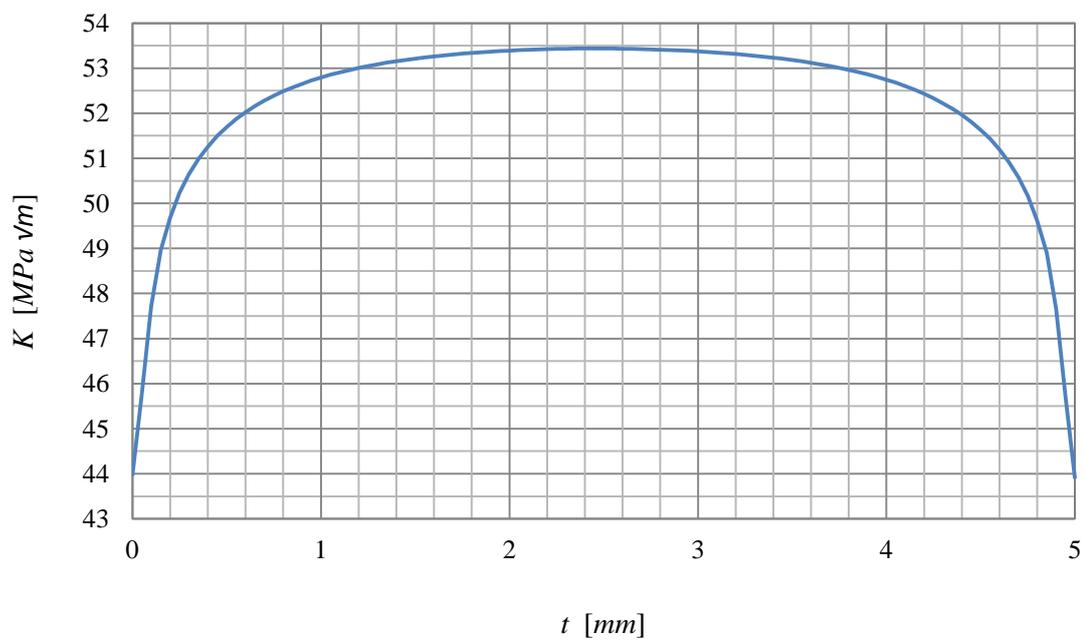


Figura [A-16] – Longitud de Grieta $a = 3.7$ [mm]

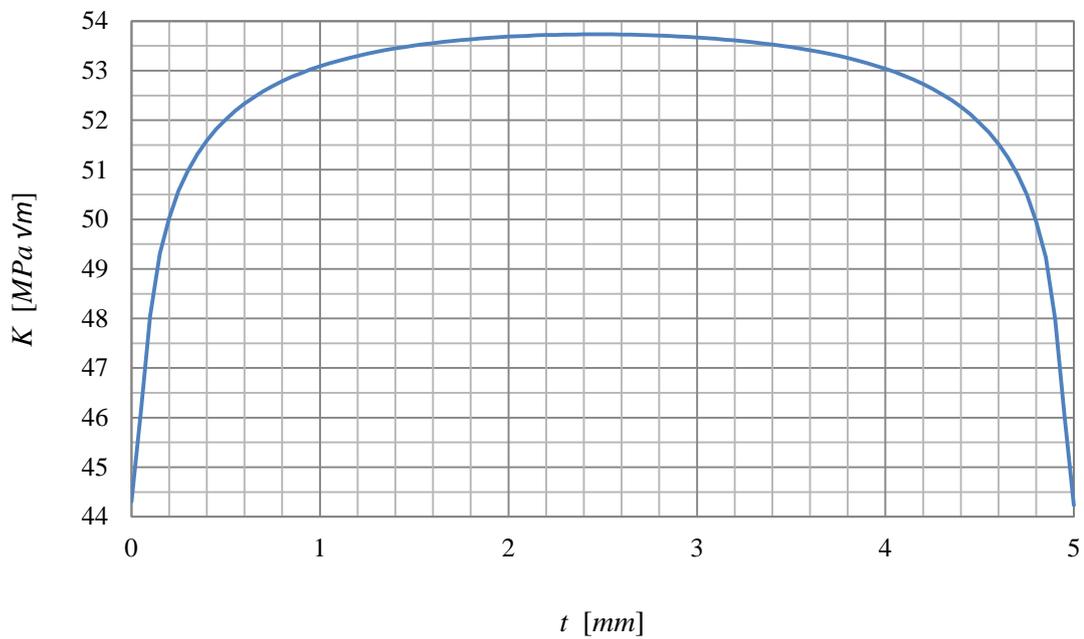


Figura [A-17] – Longitud de Grieta $a = 3.9$ [mm]

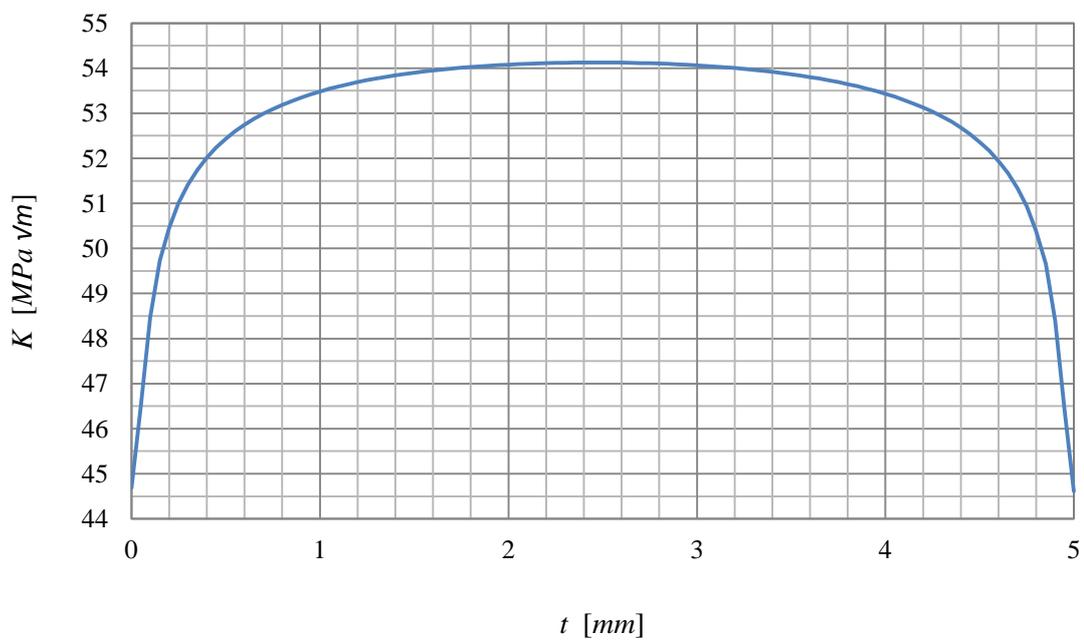


Figura [A-18] – Longitud de Grieta $a = 4.1$ [mm]

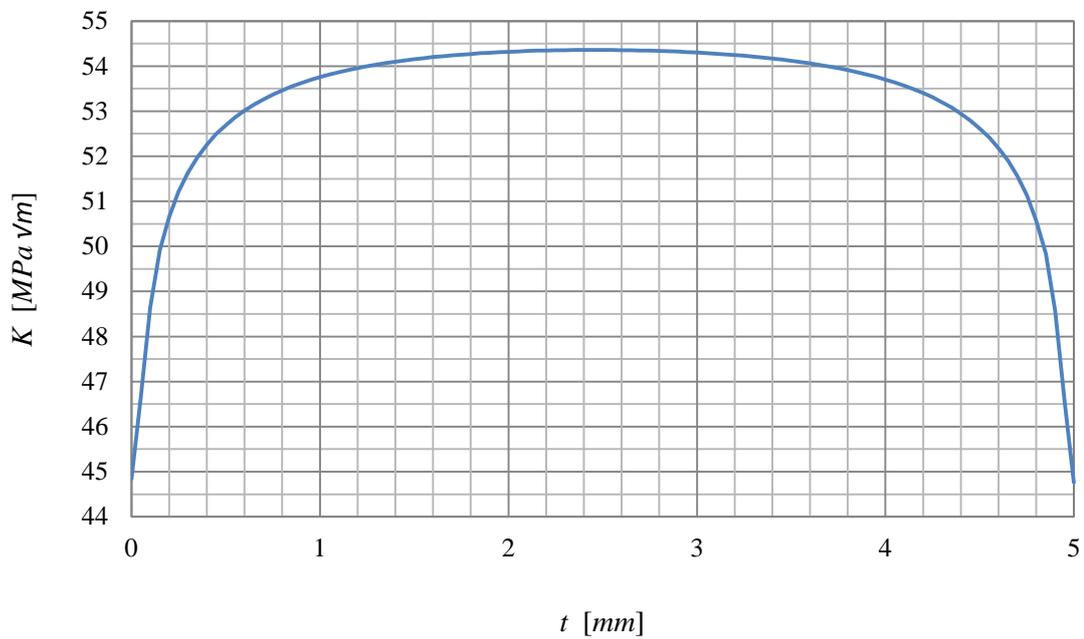


Figura [A-19] – Longitud de Grieta $a = 4.3$ [mm]

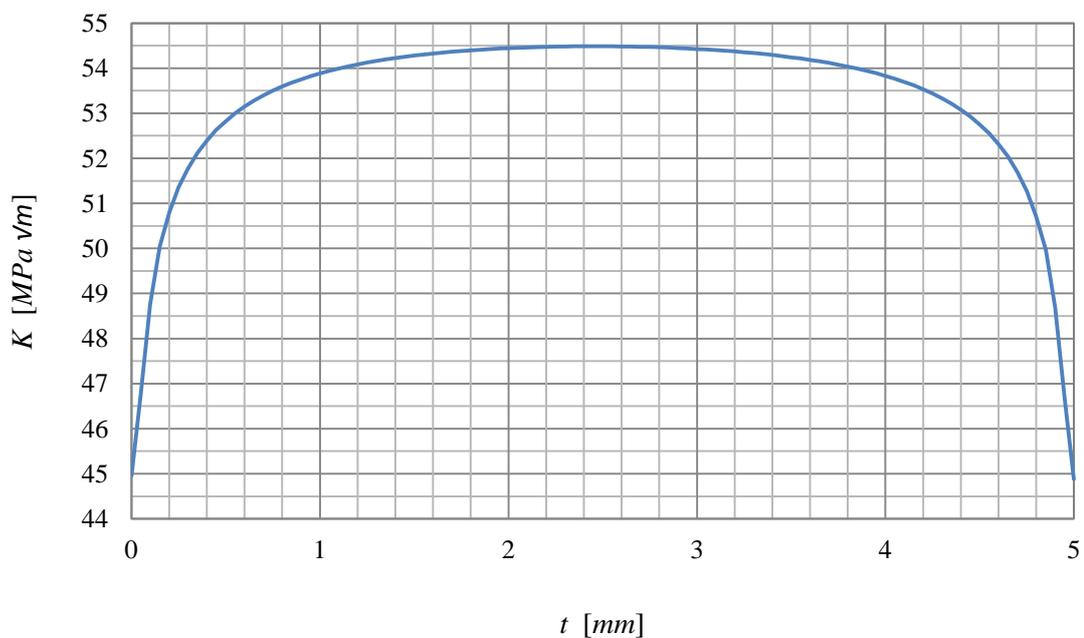


Figura [A-20] – Longitud de Grieta $a = 4.5$ [mm]

2 Código de Resolución de la *Integral I*

➤ Command insertado en el bloque de “Análisis”:

```
/solu  
cint,new,1  
cint,ctnc,crack1  
cint,type,SIFS  
cint,ncon,1  
cint,normal,12,3  
outres,cint,all  
solve  
finish
```

➤ Command insertado en el bloque de “Solución”:

```
/post1  
/show,png  
plcint,front,1,,k1  
/show,close  
prcint,1,all,k1  
finish
```

ANEXO B

Códigos del Capítulo IV

1 Código de Cálculo en Lenguaje *Fortran*

✦ Código de resolución de “Distribución de Fuerza Cortante”:

```
PROGRAM fuerzadecorte
implicit none
integer(4) dim,n,i,p
parameter (dim=400)
real(8) qq,y(dim),clc(dim),cl(dim),c(dim),h,S,inte,Q(dim),qclc(dim),m(dim),yy(dim),f(dim)

open(1,file='8vo.dat',status='old')
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*) n
read(1,*)
read(1,*) S
read(1,*)
read(1,*) qq
read(1,*)

do i=1,n
read(1,*)y(i),clc(i),cl(i),c(i)
end do
close (1)

open(2,file='masica8.txt',status='old')
read(2,*)

do i=1,n
read(2,*) yy(i), m(i)
end do
close(2)

do i=1,n
qclc(i)=clc(i)*qq
end do

do i=1,n
f(i)=qclc(i)+m(i)
write(*,*)i,qclc(i),f(i)
end do

do i=1,(n-1)
```

```

    h=y(i+1)-y(i)
    write(*,*) h
end do

do p=1,n
    inte= 0.d0
    do i=p+1,n-1
        inte= inte + f(i)
    end do
    inte= h*inte + h/2*(f(p)+f(n))
    Q(p)=inte
end do

write(*,*)'Operación Completada'
open(3,file='Qy8.dat',status='unknown')
write(3,*) 'y          Q'
do i=1,n
    write(3,*) y(i),Q(i)
end do

end program

```

➤ Código de resolución de “Distribución de Momento Flector”:

```

PROGRAM momentoflector
implicit none
integer(4) dim,n,i,p
parameter (dim=400)
real(8) y(dim),qclc(dim),clc(dim),cl(dim),c(dim),h,S,inte,M(dim),qinf,yy(dim),mm(dim),
qq,f(dim),Q(dim),inte1

open(1,file='8vo.dat',status='old')
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*) n
read(1,*)
read(1,*) S
read(1,*)
read(1,*) qq
read(1,*)
do i=1,n

```

```
    read(1,*) y(i), clc(i), cl(i), c(i)
end do

close (1)

open(2,file='masica8.txt',status='old')
read(2,*)

do i=1,n
    read(2,*) yy(i), mm(i)
end do

close (2)

do i=1,n
    qclc(i)=clc(i)*qq
end do

do i=1,n
    f(i)=qclc(i)+mm(i)
end do

do i=1,n-1
    h=y(i+1)-y(i)
end do

do p=1,n
    inte= 0.d0
    do i=p+1,n-1
        inte= inte + f(i)
    end do
    inte= h*inte + (h/2.d0)*(f(p)+f(n))
    Q(p)=inte
end do

do p=1,n
    inte1= 0.d0
    do i=p+1,n-1
        inte1= inte1 + Q(i)
    end do
    inte1= h*inte1 + (h/2.d0)*(Q(p)+Q(n))
    M(p)=inte1
end do

write(*,*)'Operación Completada'
open(3,file='My8.dat',status='unknown')
```

```

write(3,*) 'y           M'
do i=1,n
  write(3,*) y(i),M(i)
end do
close(3)
end program

```

➤ Código de resolución de “Distribución de Momento Torsor”:

```

PROGRAM momentotorsor
implicit none
real (8) y(50),x(50,50),f(50,50),t(50),q,Ttot(50),m(50,50),yy(50),xx(50,50),tt(50)
integer i,j,k,ny,nx

open(1,file='5to.out',status='old')
open(3,file='masa5.txt',status='old')
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*) ny
read(1,*)
read(1,*) nx

do i=1,ny
  read(1,*) y(i)
  read(1,*) (x(i,j),j=1,nx)
  read(1,*) (f(i,j),j=1,nx)
  read(3,*) yy(i)
  read(3,*) (xx(i,j),j=1,nx)
  read(3,*) (m(i,j),j=1,nx)
end do

read(1,*)
read(1,*) q

close (1)
close (3)

```

```
do i=1,ny
  t(i)=0.d0
  do j=1,nx
    t(i)= t(i) - f(i,j)*q*(x(i,j)-.509d0) - m(i,j)*(x(i,j)-.509d0)
  end do
end do

do i=1,ny
  y(i)=y(i)*(-1.d0)
end do

do i=1,ny
  Ttot(i)=0.d0
  do j=1,i
    Ttot(i)= Ttot(i)+t(j)
  end do
end do

open(2,file='Ty55.dat',status='unknown')
write(2,*) 'y=estaciones;   T(y)=Momento Torsor en la estacion "y" acumulado'
write(2,*) '      y                T(y) [Nm] '
do i=1,ny
  write(2,*) y(i),Ttot(i)
end do
close (2)
write(*,*) 'Operaci{on Completada :}'
end program
```

ANEXO C

Códigos del Capítulo V

1 Código de Resolución del Capítulo V

◆ Command insertado en el bloque de “Análisis”:

```
/prep7

cmsel,s,reticulado,node

nummrg,node,0.001,,low

alls

numcmp,node

*get,ndmax,node,0,num,max

*get,etmax,etyp,0,num,max
etmax=etmax+1
et,etmax,MPC184,1

*do,jj,1,9,1

cmsel,s,hole%jj%,node

*get,ndtot,node,0,count
*get,ndmin,node,0,num,min

nd=ndmin

xc=0.
yc=0.
zc=0.

*do,ii,1,ndtot,1
xc=xc+nx(nd)/ndtot
yc=yc+ny(nd)/ndtot
zc=zc+nz(nd)/ndtot
nd=ndnext(nd)
*enddo

nd%jj% = ndmax + jj

n,nd%jj%,xc,yc,zc
```

type,etmax

nd=ndmin

**do,hh,1,ndtot,1*

e,nd%jj%,nd

nd=ndnext(nd)

**enddo*

alls

**enddo*

cmsel,s,point1,node

**get,nd,node,0,num,min*

type,etmax

e,nd,nd1

alls

cmsel,s,point2,node

**get,nd,node,0,num,min*

type,etmax

e,nd,nd2

e,nd,nd6

alls

cmsel,s,point3,node

**get,nd,node,0,num,min*

type,etmax

e,nd,nd3

e,nd,nd7

alls

cmsel,s,point4,node

**get,nd,node,0,num,min*

type,etmax

e,nd,nd4

e,nd,nd8

```
alls  
  
cmse1,s,point5,node  
*get,nd,node,0,num,min  
  
type,etmax  
e,nd,nd5  
e,nd,nd9  
  
alls  
finish  
/solu  
  
cint,new,1  
cint,ctnc,crack1  
cint,type,SIFS  
cint,ncon,1  
cint,normal,12,2  
  
outres,cint,all  
  
solve  
  
finish
```

➤ Command insertado en el bloque de “Solución”:

```
/solu  
  
solucion del cint  
  
/post1  
  
set,1  
/show,png  
plcint,front,1,,k1  
/show,close  
prcint,1,all,k1  
  
set,2  
/show,png  
plcint,front,1,,k1
```

/show,close
pcint,1,all,k1

set,3
/show,png
plcint,front,1,,k1
/show,close
pcint,1,all,k1

set,4
/show,png
plcint,front,1,,k1
/show,close
pcint,1,all,k1

finish

ANEXO D

Cálculos y Tablas del Capítulo VI

1 Procedimiento seguido para la Combinación Lineal de Resultados

En la tabla a continuación, Tabla [D-1], se muestran las cargas, tanto unitaria como del Perfil de Vuelo 2. Luego, en la Tabla [D-2] se presentan las distribuciones de K vs t para cada una de las cuatro solicitaciones, obtenidas para la carga unitaria.

Valor de Carga Unitario [N]		10000	
Caso de Carga	Valor de Carga Real		
	Corte [N]	Momento Flector [Nm]	Momento Torsor [Nm]
1	14509.49	43908.58	-28134.91
2	11718.74	34904.16	-22573.14
3	27660.12	81339.54	-30896.68
4	25062.46	73808.81	-30391.6
5	11160.87	33232.84	-22476.37
6	23939.14	70483.98	-30168.48
7	22281.98	65680.8	-29822.7
8	12904.56	38408.45	-27889.62
9	20657.92	60871.91	-29497.06
10	11857.77	35274.46	-27680
11	19075.37	56183.16	-29180.4
12	10996.12	32693.7	-27509.71
13	17741.15	52232.01	-28914.83

Tabla [D-1] – Valores de Carga Unitaria y Cargas Perfil de Vuelo 2

La forma de operar para tener la distribución de K vs t final se explica a continuación. Por ejemplo, para el caso de carga 3, en la cota de espesor $t = 0.0193$ [m] (filas señaladas color anaranjado en las respectivas tablas), la superposición se realiza de la siguiente manera:

$$K|_{t=0.0193; \text{Caso } 3} = K|_{\text{Bolt-Pretension}} + \frac{F_{\text{Caso } 3} \times K|_{\text{Corte}}}{\text{Carga Unitaria}} + \frac{M_{\text{Caso } 3} \times K|_{\text{Flexión}}}{\text{Carga Unitaria}} + \frac{T_{\text{Caso } 3} \times K|_{\text{Torsión}}}{\text{Carga Unitaria}}$$

$$K|_{t=0.0193} = 22080 + \frac{27660.12 \times 515400}{10000} + \frac{5049100 \times 81339.54}{10000} + \frac{141630 \times (-30896.68)}{10000}$$

$$K|_{t=0.0193} = \frac{42079240 [Pa\sqrt{m}]}{1000000} = 42.08 [MPa\sqrt{m}]$$

Luego, realizando esto para cada cota del espesor, se obtiene la distribución de K vs t , mostrado en la Tabla [D-3]. Esta tabla se representa en el *Capítulo VI* en el Gráfico [6.2].

Cota en el Espesor [m]	K – Bolt Pretension [Pa√m]	K – Corte (unitario) [Pa√m]	K – Flexión (unitaria) [Pa√m]	K – Torsión (unitaria) [Pa√m]
0.0200	4.38E+04	5.07E+05	4.97E+06	1.34E+05
0.0193	2.21E+04	5.15E+05	5.05E+06	1.42E+05
0.0187	3.97E+04	4.97E+05	4.88E+06	1.47E+05
0.0180	7.97E+04	4.68E+05	4.60E+06	1.42E+05
0.0173	1.01E+05	4.37E+05	4.31E+06	1.27E+05
0.0167	1.15E+05	4.07E+05	4.01E+06	1.12E+05
0.0160	1.16E+05	3.80E+05	3.75E+06	9.70E+04
0.0153	1.22E+05	3.55E+05	3.49E+06	8.28E+04
0.0147	1.20E+05	3.34E+05	3.29E+06	7.01E+04
0.0140	1.26E+05	3.15E+05	3.09E+06	5.80E+04
0.0133	1.32E+05	2.99E+05	2.94E+06	4.80E+04
0.0127	1.33E+05	2.85E+05	2.80E+06	3.85E+04
0.0120	1.36E+05	2.74E+05	2.70E+06	3.06E+04
0.0113	1.38E+05	2.65E+05	2.61E+06	2.33E+04
0.0107	1.35E+05	2.62E+05	2.55E+06	1.78E+04
0.0100	1.32E+05	2.58E+05	2.50E+06	1.26E+04
0.0093	1.31E+05	2.56E+05	2.48E+06	8.15E+03
0.0087	1.29E+05	2.54E+05	2.47E+06	4.18E+03
0.0080	1.21E+05	2.56E+05	2.49E+06	1.35E+03
0.0073	1.12E+05	2.59E+05	2.52E+06	-1.08E+03
0.0067	1.05E+05	2.65E+05	2.57E+06	-2.52E+03
0.0060	9.31E+04	2.72E+05	2.64E+06	-3.49E+03
0.0053	7.96E+04	2.83E+05	2.74E+06	-3.38E+03
0.0047	7.26E+04	2.94E+05	2.85E+06	-3.01E+03
0.0040	5.73E+04	3.10E+05	3.00E+06	-1.51E+03
0.0033	4.68E+04	3.26E+05	3.16E+06	2.57E+02
0.0027	2.37E+04	3.45E+05	3.35E+06	2.93E+03
0.0020	-6.50E+03	3.65E+05	3.53E+06	5.63E+03
0.0013	-5.93E+04	3.85E+05	3.72E+06	7.65E+03
0.0007	-9.53E+04	3.97E+05	3.83E+06	7.75E+03
0.0000	-8.11E+04	3.90E+05	3.77E+06	6.27E+03

Tabla [D-2] – Distribución K vs t para una carga unitaria y $a = 0.55$ [mm]

La Tabla [D-2] es representada mediante curvas en el Gráfico [6.1] del *Capítulo VI*.

Cota en el Espesor [m]	Caso de Carga 3
	K [MPa√m]
0.0200	41.43
0.0193	42.08
0.0187	40.64
0.0180	38.38
0.0173	35.96
0.0167	33.49
0.0160	31.33
0.0153	29.24
0.0147	27.56
0.0140	25.95
0.0133	24.71
0.0127	23.58
0.0120	22.75
0.0113	22.01
0.0107	21.55
0.0100	21.15
0.0093	21.00
0.0087	20.91
0.0080	21.06
0.0073	21.29
0.0067	21.77
0.0060	22.34
0.0053	23.20
0.0047	24.11
0.0040	25.35
0.0033	26.64
0.0027	28.18
0.0020	29.70
0.0013	31.21
0.0007	32.15
0.0000	31.61

Tabla [D-3] – K vs t ; Caso de Carga 3 – Perfil de Vuelo 2

2 Obtención de Velocidad de Propagación de Grietas con la Ecuación de Walker

La velocidad de propagación de grietas es calculada mediante la Ecuación de Walker, una adaptación de la Ley de Paris, de la siguiente manera:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad ; \quad C = \frac{C_0}{(1 - R_T)^{m(1-\gamma)}} \quad ; \quad R_T = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$

De la ecuación central, las variables C_0 , m y γ , son propiedades del material conocidas, mientras que R_T debe ser calculada. A continuación se muestra, a modo de ejemplo, el cálculo de la constante C para el ΔK ocurrido entre los casos de carga 2 y 3.

Caso de Carga	K [MPa√m]
0	0.00
1	22.54
2	17.93
3	42.08
4	38.15
5	17.06
6	36.42
7	33.91
8	19.68
9	31.40
10	18.05
11	28.96
12	16.71
13	26.90

Tabla [D-4] – K_{\max} por Caso de Carga

Luego, la relación R_T queda definida como:

$$R_T|_{2/3} = \frac{17.93}{42.08} = 0.43$$

y la variable C :

$$C = \frac{5.11 \times 10^{-13}}{(1 - 0.43)^{3.24(1-0.42)}} = 1.45 \times 10^{-12} \left[\frac{m/\text{ciclo}}{(MPa\sqrt{m})^m} \right]$$

Repitiendo este paso para cada uno de los ΔK involucrados en cada bloque de picos, se obtiene los siguientes resultados, siendo i y j los subíndices para representar el K_{min} y $K_{m\acute{a}x}$, respectivamente:

K_i/K_j	R_T [-]	$C \left[\frac{m/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \right]$
0/1	0.00	5.11E-13
2/3	0.43	1.45E-12
2/4	0.47	1.68E-12
5/6	0.47	1.68E-12
5/7	0.50	1.90E-12
8/9	0.63	3.26E-12
10/11	0.62	3.20E-12
12/13	0.62	3.17E-12

Tabla [D-5] – R_T y C por Bloque de Picos

Una vez que se calcula la contante C corregida por la relación R_T , es posible continuar con el cálculo de la velocidad de propagación de grietas. Para ello se utilizan los valores de ΔK máximos, los cuales se dan en la cota del espesor $t = 0.0193$ [m].

$K_j - K_i$	ΔK [unidad]
1-0	22.54
3-2	24.15
4-2	20.22
6-5	19.36
7-5	16.85
9-8	11.72
11-10	10.91
13-12	10.19

Tabla [D-6] – $\Delta K_{m\acute{a}x}$ por Bloque de Picos

Mediante la ecuación de Walker, con los ΔK calculados anteriormente, es posible obtener la velocidad de propagación de grieta para cada pico que representan dichos ΔK . Los mismos pueden ser sumados linealmente para determinar la velocidad de propagación total, pero siempre teniendo en cuenta que para ello, cada valor de ΔK debe ser multiplicado por la cantidad de veces que ocurre el pico en el bloque. Estos cálculos se muestran a continuación en la Tabla [D-7].

Cantidad de picos por grupos	da/dN [m/ciclos] (por pico)	da/dN [m/ciclos] (por bloque de picos)
1	1.24E-08	1.24E-08
5	4.39E-08	2.19E-07
4	2.87E-08	1.15E-07
4	2.48E-08	9.90E-08
6	1.79E-08	1.08E-07
6	9.46E-09	5.68E-08
5	7.37E-09	3.69E-08
5	5.85E-09	2.93E-08
	da/dN TOTAL	6.76E-07

Tabla [D-7] – Velocidad de Propagación Total

Una vez encontrada la velocidad de propagación, y teniendo en cuenta que según lo fundamentado en el *Capítulo VI*, cuando $a = 0.55$ [mm], el período de inspección es 1200 horas ó 2400 ciclos, el incremento en la longitud de la grieta se obtiene según:

$$\Delta a = \frac{da}{dN} \Delta N = 6.76 \times 10^{-7} [\text{m/ciclos}] \cdot 2400 [\text{ciclos}] = 1.62 \times 10^{-3} [\text{m}]$$

Por lo tanto a_{final} , hasta la próxima inspección queda definida como se muestra a continuación:

$$a_{final} = a_{inicial} + \Delta a = 0.55 \times 10^{-3} [\text{m}] + 1.62 \times 10^{-3} [\text{m}] = 2.17 \times 10^{-3} [\text{m}]$$

$$a_{final} = 2.17 \times 10^{-3} [\text{m}]$$

3 Comentarios

- El procedimiento explicado arriba, fue llevado a cabo para el tamaño de grieta inicial, pero el mismo debe ser realizado sucesivamente hasta llegar al tamaño de a_c .
- A partir de los cálculos demostrados en este ANEXO se desprenden todos los gráficos presentados en el *Capítulo VI*.